



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

Princeton University Library



32101 059806206

SM
2732
02
2

Library of



Princeton University.

**P E N D U L E
S P I R A L
D I A P A S O N**

BIBLIOTHÈQUE SCIENTIFIQUE
de l'INGÉNIEUR et du PHYSICIEN

*Beaucoup de Science,
mais en vue des Applications!*

P E N D U L E S P I R A L D I A P A S O N

PAR

H. BOUASSE

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE TOULOUSE

II



PARIS

LIBRAIRIE DELAGRAVE

15, RUE SOUFFLOT, 15

1920

NOTE DE L'ÉDITEUR

Les thèses scientifiques et la méthode pédagogique qui font l'originalité de ce Cours sont exposées, tant dans la préface que parfois aussi dans le corps du volume, avec une précision et une vigueur dont la vivacité de forme et l'énergie d'affirmation peuvent heurter certains points de vue et certains modes d'enseigner habituellement admis. Mais il doit être compris dès le principe que ces discussions et ces critiques, à l'égard desquelles l'éditeur ne saurait prendre parti, ne visent en rien les personnes ni le principe des Institutions.

Tous droits de reproduction, de traduction et d'adaptation
réservés pour tous pays.

Copyright by Librairie Delagrave, 1920.

DES SAVANTS

Les bonnes gens sont tentés d'accorder au savant toutes les vertus intellectuelles et morales. Qu'il n'en est rien est une vérité trop évidente pour qu'il soit utile d'insister. Mais il vaut la peine de préciser la nature et la cause de ce qu'on peut généralement reprocher au savant. Ce n'est pas la malice qui me pousse à cet examen : si nous heurtons tant d'écueils pour obtenir la moindre réforme pédagogique, il faut s'en prendre aux imperfections de ces intellectuels, si médiocrement intelligents pour la plupart. Ce sont des spécialistes, et comme chez tous les gens de cette espèce, la hiérarchie des valeurs est faussée. Ce sont des snobs accomplis, à prendre la définition qui fait du snobisme l'admiration basse pour des choses petites.

Qu'important, il est vrai, les réformes pédagogiques? N'avons-nous pas récemment lu dans un journal qu'un haut personnage interviewé se défendait comme d'une honte d'être compté parmi les réformateurs? *Quieta non movere*, telle est leur devise.

Ce n'est pas la mienne; comme personne n'est tenu de lire mes livres, pas davantage de les publier, vous trouverez bon que je me pare du titre de réformateur et que j'agisse en conséquence.

Qui veut la fin, veut les moyens!

Mes livres sont assez utiles pour que j'aie toujours, et sans peine, des éditeurs et des lecteurs.

Si les Français n'en veulent pas, l'étranger est là pour un coup.

Il est naturel que l'homme dont le métier est de raisonner du matin au soir finisse par attribuer au raisonnement *in abstracto* une valeur excessive. Un physicien se persuade aisément que le summum de l'intelligence est de développer une théorie; le petit jeu de la déduction à perte de vue lui apparaît comme la fin suprême. Il croit que c'est arrivé, et le moulin de sa cervelle, tournant à vide, lui semble une admirable machine.

(REGAP)
9732
202-
12

482068

Son état d'âme me rappelle une page tristement comique du bon-homme Ledieu (chanoine de Meaux et secrétaire de Bossuet) sur les derniers jours de ce grand homme. Bossuet, l'année qui précéda sa mort, faisait des plans pour ses travaux futurs : « Il pense fort à tirer de son grand ouvrage contre Simon tout ce qui regarde saint Augustin, pour en faire une nouvelle *Instruction pastorale*, où il veut faire voir que saint Augustin n'a rien changé dans la doctrine des anciens et même des Grecs sur la grâce. Je le vois plus touché de cela que d'aucun de ses ouvrages. Je l'ai pressé sur la *Politique*; il n'en veut plus entendre parler; il craint furieusement la peine. Cet ouvrage est un ouvrage de détail et de discussion; c'est ce qu'il n'aime pas, cela l'embarrasse. *Il ne veut plus que du raisonnement, c'est pour lui le plus aisé et le plus court.* Qu'il raisonne donc tant qu'il lui plaira. Il croit que c'est là sa gloire que personne ne peut lui ravir, et son fort où personne ne peut l'atteindre ni le suivre. »

Chez Bossuet mourant, une fausse appréciation des valeurs relatives est excusable; cet immense génie n'est certes pas abaissé par l'amusante boutade de Ledieu : *qu'il raisonne donc tant qu'il lui plaira*. La colonne tombe du côté où elle penche, il serait bien fou de s'en étonner. De même l'indignation serait naïve que le savant, vite déformé, et souvent dès sa jeunesse, ne voie rien de plus intéressant au monde que ses petites expériences, comme par exemple de discuter âprement si tel réfractomètre interférentiel n'est pas supérieur à tel autre. Ça ne fait de mal à personne, jusqu'au jour où, devenu pontife, il n'aura rien de plus à cœur que de fourrer partout des réfractomètres, et de croire que la formation intellectuelle des jeunes Français dépend du nombre de ces instruments dont ils auront retenu les figures (à la condition toutefois que le sien serve de prototype et de terme de comparaison).

* * *

Jadis les peintres ne croyaient pas le génie compatible avec un veston de forme vulgaire et la cravate que tout le monde portait. Ils acceptaient comme principe incontestable qu'un homme ne peut choisir un métier exceptionnel par son objet, sans être exceptionnel dans sa tenue. Cette idée bizarre hante la cervelle de quelques-uns de nos savants, dont la plus grande joie serait qu'on reconnût à leur démarche qu'ils s'occupent des ions ou des fonctions abéliennes : la simplicité n'est pas leur fort.

Si jamais défaut fut rare chez le vrai savant, c'est à coup sûr la distraction. Un savant ne peut être distrait, par définition même, puisque la distraction consiste dans l'incapacité de fixer son attention. Mais, comme on raconte que Newton, qu'Ampère furent distraits, nous voyons de pauvres garçons s'efforçant à le paraître.

J'avais dans le temps un collègue qui, régulièrement, deux fois par an, oubliait son déjeuner et ne manquait pas de raconter à tout le monde qu'à cinq heures de l'après-midi, il s'était brusquement réveillé de ses profondes méditations : il apportait un petit pain dans sa poche et sa femme était prévenue.

Vous dites que d'aussi légers travers n'ont aucune importance. Je ne suis pas de votre avis. Quand les savants voudront bien admettre que la science est un métier comme un autre (un peu plus difficile, si vous le désirez), que le savant n'a rien de spécifiquement exceptionnel, je vous assure qu'ils feront des programmes moins stupides, parce qu'ils reconnaîtront que la fabrication d'une ficelle est d'intérêt au moins égal à la préparation de l'azoture de calcium (qu'on demande aux demoiselles ambitieuses de gagner leur vie en serinant l'arithmétique aux petites filles qui se fourrent encore les doigts dans le nez).

Quand les savants se croiront de la même pâte avec le commun des mortels, ne s'imagineront plus former une caste intellectuelle, quand ils estimeront à sa juste valeur le travail de leur esprit, l'enseignement scientifique gagnera en ampleur et en utilité.

L'exemple suivant fera mieux comprendre le reproche que j'adresse aux savants ou soi-disant tels.

Pour l'ouvrage dont cet essai forme la préface, j'ai dû recueillir de multiples renseignements sur les cloches. L'ahurissement fut extrême, chez quelques-uns de ceux qui me les fournirent, qu'un savant pût s'occuper des cloches. Et quoi donc veut-on raisonnablement que contienne un traité sur le pendule? Mais le public a l'idée fausse, soigneusement entretenue par les savants eux-mêmes, que leurs préoccupations diffèrent complètement de celles d'un industriel, pour préciser, d'un fondeur de cloches. Certes, je ne dis pas que le physicien dans son laboratoire, et le fondeur dans son usine, regardent la question exactement du même biais; je dis simplement qu'ils traitent le même problème, avec les mêmes méthodes, en donnant plus ou moins d'importance à certains de ses aspects. En définitive, si l'objet des expériences et la méthode sont les mêmes, pourquoi vouloir que le savant se distingue d'un fondeur par ses qualités ou défauts intellectuels, par sa cravate ou son habit?

Je ne veux pas déprécier les savants; simplement, je soutiens cette thèse évidente qu'entre le savant qui étudie la théorie des échappements et l'horloger qui cherche un échappement nouveau, il y a parfaite continuité.

Descendez d'un degré : vous rencontrez ces primaires qui, pour avoir lu quelques extraits de Proudhon ou de Marx, s'imaginent être des *cerveaux*, trouvent au-dessous de leur mérite le travail manuel, et se croient dévolus aux plus hautes destinées politiques. Tous ces intellectuels ratés sont grotesques au suprême degré. Mais.

dans un pays où le verbiage est tout (*acute loqui*), où par malheur tout le monde acquiert aisément un mince vernis de science au rabais, c'est à qui méprisera le voisin du haut de ses *diplômes*, certificat primaire, bachot ou doctorat, qui finissent par s'équivaloir dans une nullité commune.

Si nous avons un peu davantage le sentiment de la continuité des fonctions sociales, complété par le sentiment qu'à tout degré de l'échelle il y a place pour des hommes éminents. les savants ne s'imagineraient plus être sortis tout droit du cerveau de Minerve, en tant que savants et indépendamment de leur médiocrité individuelle, hélas! trop fréquente.

En voyage, où l'on est forcé de *faire connaissance*, mes bons amis, c'est une volupté suprême d'être pris d'abord pour un marchand de cacaouetes; au bout de dix phrases, en apparence insignifiantes, vous sentez qu'on vous regarde avec une sorte d'étonnement.

Au bout d'une heure, on finit par désirer savoir qui vous êtes, ne pouvant discerner quel est votre métier, dans la compréhension quasi universelle que vous prouvez. Vous êtes délicieusement vengé du mépris avec lequel on regardait d'abord votre veston de mauvaise coupe et vos grossiers godillots; on vous fait naïvement des excuses pour ne pas avoir d'emblée reconnu votre supériorité.

Mes bons amis, travaillez pour éprouver un jour cette jouissance : quand vous l'aurez une fois goûtée, vous ne rechercherez plus rien d'artificiel qui vous distingue..... : vous n'en aurez plus besoin.

* * *

La Science devrait être l'école de la conscience.

Est-ce possible? Pour le savoir étudions les formes que prend l'arrivisme chez le savant.

D'abord l'économie des idées. On n'en a pas beaucoup; il ne faut donc pas les gaspiller. Mon père me racontait en riant une conversation entendue jadis chez l'amiral Mouchez. Bertin donnait des conseils à un débutant. Avec son air bonhomme et finaud il lui disait : « Une note à l'Institut, vous n'y songez pas, mon cher! il y a certainement matière pour deux notes, peut-être trois. Dans la première vous ferez prévoir à mots couverts les résultats de la seconde, qui prépareront ceux de la troisième où vous résumerez les précédentes. »

On n'a pas beaucoup d'idées : si l'on tapait ses collègues! Voici la méthode du parfait tapeur. Il entre dans votre laboratoire d'un air souriant; il vous raconte ses expériences que vous trouvez parfaitement stupides. Serviabile, vous expliquez au *de cujus* qu'on pourrait essayer cela, puis ceci, puis encore autre chose.

« J'y pensais », répond-il, puis il s'en va. Vous êtes tapé!

Moi qui suis débonnaire, je réplique parfois : « Mais mon cher collègue, si vous y pensiez tant que cela, pourquoi diable ne le faisiez-vous pas ? » Je n'en suis pas moins tapé, mais j'ai la consolation de ne pas être une poire.

Une méthode fort recommandable est de dépouiller les vieilles collections. J'éprouve une sensation de douloureux effarement quand je plonge dans ces vieux bouquins : tant de travail pour tant d'oubli!...

Profitons de cet oubli ! Rhabillons à la moderne les expériences oubliées, gardons-nous d'indiquer les sources : ce serait de la malchance si l'on découvrait notre plagiat, ou si le découvrant on nous faisait l'affront de le publier.

La république des camarades ne tolère pas ces mœurs rigides.

Autre méthode à l'usage des pontifes. Le débutant leur soumet une idée, un théorème.... Ils ne sont pas chiches d'éloges, présentent la note à l'Institut... en y joignant des remarques de leur cru, une vague généralisation, un léger perfectionnement;... le tour est joué : ils ont tout fait.

A propos de tapeurs, j'eus l'occasion de donner une bonne leçon à feu l'un de mes collègues. Il me conduisit dans son laboratoire pour me faire admirer un appareil où se produisait je ne sais quel gaz détonant. Pour toute personne ayant deux liards de science et de bon sens, une explosion était inévitable quand on ouvrait un certain robinet.

Mais je connais les savants : un danger est-il à craindre, ce n'est pas eux, c'est le garçon de laboratoire qui ouvre les robinets. Je pris donc à part le garçon et lui fis mes recommandations; qu'il se tint de telle et telle manière en ouvrant le robinet, et qu'il ne prévint son maître que si par le plus grand des hasards il faisait lui-même la mise en marche.

Tout se passa comme je l'avais prévu. Au moment de la mise en marche, le professeur se terra dans son cabinet; le garçon prit les précautions indiquées, tourna le robinet... et l'appareil sauta jusqu'au plafond. Tout tremblant, le collègue revint m'annoncer le désastre. « Monsieur, lui répondis-je, il était prévu. Demandez au garçon ! »

Et le collègue sortit, la queue basse.

Détail hilarant : sitôt l'explosion, le professeur s'était précipité dans son laboratoire, reprochant vivement au garçon l'imprudence qu'il avait commise. L'autre se contenta de sourire.

* * *

L'appât d'une découverte sensationnelle a pourtant ses dangers accrus par l'ineffable crédulité qui est la plus curieuse caractéristique du savant. Les histoires à ce propos abondent.

La suivante amusa jadis les facultés toulousaines. Je ne sais quel

professeur de sciences naturelles eut l'idée de nourrir des poules avec je ne sais quoi, afin d'établir ce qu'il en résulterait pour les œufs. Le résultat fut sensationnel : les œufs étaient pleins d'eau. L'excellente poire était sur le point d'accoucher d'une conférence publique quand son garçon de laboratoire effrayé avoua qu'il gobait les œufs et substituait à leur contenu naturel de la bonne eau bien filtrée.

La seconde histoire fit naguère rire à nos dépens le monde entier. Qu'un professeur éminent soit le jouet de son garçon de laboratoire, c'est comique; qu'il se forme un véritable parti pour le défendre et même pour défendre qu'on ne publie des résultats contradictoires, c'est triste. Que pour faire éclater la fraude il devienne nécessaire d'avoir recours à ce qu'un honnête homme appelle un abus de confiance, ne prouve pas chez les savants une moralité bien haute.

J'évoque cette histoire qui rendit tant de gens ridicules, parce qu'elle contient de multiples enseignements. Elle montre comment des hommes de valeur, victimes de leur précipitation, s'obstinent dans leur erreur, ne voulant pas avouer qu'ils ont été dupes, s'imaginant qu'à force d'affirmer qu'un phénomène existe, ils finiront par le créer.

En 1903, B., professeur à Nancy, annonça la découverte de rayons nouveaux traversant certains corps opaques (le carton, le bois, l'aluminium...), absorbés par d'autres (le plomb, l'eau, le sel gemme), se propageant comme la lumière ordinaire avec un indice peu supérieur à l'unité, et jouissant en particulier de la propriété d'augmenter l'éclat d'une étincelle ou la phosphorescence du sulfure de calcium. Absolument rien n'empêchait ces rayons d'exister; on était cependant en droit de s'étonner qu'on eût mis si longtemps à les découvrir; c'est le cas de rappeler le mot célèbre de Mac-Mahon (mot dont je suis loin d'affirmer l'authenticité) : « Si c'était vrai, ça se saurait! » disait-il à quelqu'un qui lui montrait le château d'Avignon comme ayant servi de demeure aux papes,

Quoi qu'il en soit, sitôt connues les premières expériences de B., une foule de savants français les confirment et publient des notes sensationnelles qui augmentent tous les jours le catalogue des merveilleuses propriétés de ces fameux rayons N.

L'organisme émet des rayons N; ils agissent sur les centres nerveux; ils accroissent l'acuité visuelle. Ils sont produits par les végétaux, les ferments solubles. Les limes, qui en émettent beaucoup, sont anesthésiées par le chloroforme. On polarise circulairement les rayons N, les corps vibrants en émettent des quantités. Le champ magnétique agit sur l'émission; les rayons N ont des applications chimiques, etc., etc., etc..... C'est un troupeau de physiciens ou naturalistes français qui non seulement reconnaissent l'existence des rayons N, mais les parent des plus époustouflantes qualités.

Première constatation bien suggestive : les contrôles affirmatifs sont dus à des Français; les étrangers (à l'exception des spirites)

ne parviennent pas à reproduire les phénomènes. Je ne soutiens pas que l'esprit de critique est le monopole des étrangers; la conclusion est toute différente. Entre les diverses nations existe une telle rivalité qu'une découverte, faite sous une longitude, n'est reconnue sous une longitude différente que si l'on ne peut la contester; tant mieux pour la science. Mais si la découverte est l'œuvre d'un homme connu dans son pays pour ses travaux antérieurs, c'est parmi les nationaux une course à l'approbation qui mériterait une autre épithète si je n'étais pas extrêmement modéré dans mes appréciations (comme chacun sait).

Dès qu'il fut établi que les étrangers s'obstinaient à nier, un phénomène facile à prévoir se produisit en France : un groupe de physiiciens qui jusque-là gardait le prudent silence de Conrart, déclara qu'il ne voyait rien; bonne occasion de faire une note pour raconter ses insuccès, ce qui devenait sans danger maintenant que décidément l'existence était douteuse. Comme le premier groupe était trop avancé pour reculer, on vit en présence deux partis qui se firent une gentille petite guerre : les gens sages se tordaient et marquaient les points.

En septembre 1904 parut dans la *Nature* anglaise une lettre traduite en octobre dans la *Revue Rose*, lettre qui mérite qu'on la préserve de l'oubli : W., savant américain, s'y vante d'avoir été reçu par B. et de l'avoir mystifié.

Le procédé serait défendable si, après la mystification, W. avait pris B. entre quatre-s-yeux, l'avait prévenu et lui avait montré son erreur; mais W. se privait ainsi d'une lettre sensationnelle.

Savants, méfiez-vous des visiteurs!

Puisque W. était reçu, on lui reconnaissait implicitement le droit de dire son opinion, mais non le droit de modifier subrepticement l'installation qu'on lui présentait. Voici maintenant comment W. s'exprime : « Et je découvris ultérieurement que le fait d'ôter le prisme (nous étions dans une pièce obscure) ne parut apporter d'obstacle en aucune manière à la localisation des maxima et des minima dans le faisceau des rayons déviés (!) » Le point d'exclamation est dans la *Revue Rose*; je n'ai pas la *Nature* sous les yeux.

Plus loin, W. substitue un morceau de bois de même grandeur et de même forme à la lime qui devait produire le phénomène; pour rendre vraisemblable sa supercherie, il prévient que « la pièce était très faiblement éclairée par un bec de gaz allumé très bas ».

Évidemment les savants ont de belles âmes! Et la *Revue* qui rapporte ces gentilleses, loin de s'indigner, n'a pour ces méthodes qu'une phrase à double sens qui peut aussi bien tomber sur B. que sur W. : « Mais encore W. aurait mis en défaut, ce qui serait extrêmement grave, les expérimentateurs qui cherchaient à lui montrer la réalité de ces radiations (N. de la R.). »

Grave pour qui, pour celui qui se trompe de bonne foi, ou pour celui qui commet un abus de confiance?

Tout de même l'inqualifiable procédé de W. n'excuse pas l'absence de méthode chez B. et la crédulité de ses fauteurs.

Je n'ai pas la cruauté d'insister sur la fin lamentable de cette bouffonnerie scientifique. Le lecteur la lira, s'il lui plait, dans la *Revue du Mois* de 1906, sous une plume trop respectueuse de la Science et des Savants pour qu'on puisse l'accuser de malveillance systématique. Nous sommes au dernier stade de l'affaire; on sait à quoi s'en tenir, même à Nancy, et *l'on refuse systématiquement les vérifications demandées.*

Il paraît que B. était la dupe de son garçon de laboratoire, phénomène si fréquent qu'il devient une loi quasi générale. Que j'en ai connu de ces garçons, même de ces préparateurs qui se vantaient de fausser les expériences, par méchanceté pure, plus souvent par mépris pour le professeur dont ils avaient jaugé l'incapacité.

Au reste, que de fois le chef de service n'accepte-t-il sa fonction que parce qu'il compte sur l'habileté de son garçon de laboratoire!

* * *

La lettre de W. est de septembre 1904; en décembre personne à l'étranger n'admettait les rayons N : l'Académie trouve par conséquent à propos de décerner à B. le prix Leconte (50 000 francs). Le rapport se termine par cette phrase : « Toutefois, sans préjuger encore (vous reconnaissez immédiatement le style de M. Poincaré) la signification et la portée de ces nouvelles découvertes, la Commission n'a pas cru devoir différer davantage (même observation que plus haut) la récompense que ce savant avait depuis longtemps méritée. Elle a voulu en même temps (même observation que plus haut) affirmer sa confiance dans l'expérimentateur et lui donner un appui au milieu des difficultés (même observation que plus haut) qui peuvent compter parmi les plus grandes que les physiciens aient jamais rencontrées. » Que ce morceau soit *hénaurme*, il n'est guère besoin de le démontrer.

Son intérêt est d'exprimer une méthode générale. Un fonctionnaire incapable (ce n'était du reste pas le cas) est violemment attaqué; vite l'administration le décore, puis elle dit : « Quelle infamie de prendre pour victime un homme si méritant qu'il est décoré! » Vous faites d'un magistrat taré le président du tribunal de Turlupa; vous vous arrangez de manière à prendre conseil de lui dans une affaire véreuse. Découvert, vous déclarez : « Comment n'aurais-je pas eu confiance dans le président du tribunal de Turlupa? » feignant d'oublier qu'il vous doit sa place. Pour ma part chaque fois que je démontre clair comme le jour qu'un homme est un imbécile malfaisant, il peut se féliciter; une récompense n'est pas loin.

Et ceux qui la décernent s'imaginent qu'ils obtiennent un autre résultat que d'avilir eux et la récompense!

* * *

Entendons-nous bien. Je raconte l'histoire de Nancy, non pour faire le procès de la Science et de ses méthodes. Je veux seulement vous montrer par un exemple que les savants ne sont pas infailibles, précisément quand ils oublient les règles les plus élémentaires d'une bonne expérience. Comme je suis las de l'espèce de privilège que réclament les savants de ne jamais se tromper, *même quand ils sortent de leur petit truc*, je vous rappelle qu'ils se sont très souvent et collectivement trompés *même en demeurant dans ce petit truc*.

Je construis un *a fortiori* contre quoi vous n'avez rien à répliquer.

Ils invoquaient les rayons N pour expliquer qu'un écran phosphorescent augmente d'éclat quand on l'approche d'un cœur vivant, alors que tout le monde sait que cette variation peut avoir pour cause une élévation de température, *c'est-à-dire alors qu'une hypothèse connue se présentait, par suite devait être systématiquement écartée*. Comment ne seraient-ils pas sujets à l'erreur quand il s'agit d'une question complexe d'instruction criminelle ou de stratégie, ou même quand il s'agit de la chose la plus difficile et socialement la plus importante, le choix d'une méthode d'enseignement et l'établissement de programmes judicieux?

Vous expliquez l'erreur de B. par la mauvaise foi de son garçon de laboratoire; mais vous ne pouvez expliquer par une colossale machination l'erreur des vingt physiciens ou naturalistes qui retrouvaient ses résultats. Vous êtes bien forcé d'admettre que les savants, c'est l'hypothèse la plus favorable, sont aisément suggestionnables, c'est-à-dire souffrent du vice intellectuel qu'on s'attendait le moins à rencontrer chez eux. Que chez le savant la raison soit aussi facilement la dupe du cœur, n'est pas un phénomène indifférent.

Certes vous ne blâmez pas un homme d'être suggestionnable pas plus que d'être pied bot. Mais vous ne devez pas le croire sur parole quand il prétend qu'en raison de ses travaux, il est au-dessus de ces misères.

Vous me croyez injuste? Lisez l'enquête de la *Revue Rose*: vous y trouverez des perles qu'il ne faut pas égarer.

Berthelot croit que les rayons N existent, ayant grande confiance dans les travaux de M. B.

Pour Pellat, M. B. est incapable de s'illusionner ou suggestionner.

Langevin déclare avoir entrepris des expériences dont « M. Mascart désirait la réussite ».

Blondlot avoue qu'on ne peut observer l'influence des rayons N

que lorsqu'on est prévenu qu'il y a une influence de ce genre en train de s'exercer.

Mascart déclare n'avoir actuellement aucune opinion (à comparer avec la phrase de Langevin), etc., etc....

Lisez le tout; il en vaut la peine.

Les seuls mots de bon sens que contient ce document sont de Gariel et Moissan : *Les enquêtes sur les questions scientifiques ne servent à rien; on ne résout pas les problèmes par un plébiscite.*

A voir ceux dont on sollicitait l'opinion, ces axiomes n'étaient que trop justifiés. Mais par surcroît ils condamnent tous les conseils, commissions et comités derrière lesquels les ministres mettent à l'abri leur responsabilité : car c'est à la majorité des voix, et des voix le plus souvent incompétentes, que les plus graves questions sont résolues.

* * *

La troisième histoire défraya les séances de l'Académie des Sciences et la presse scientifique du monde entier pendant de longues années (1867-1869); elle se termina par la confusion du géomètre Chasles et la condamnation judiciaire d'un faussaire, Vrain-Lucas, qui avait dépouillé le géomètre de plus de 200 000 francs. Chasles et l'Académie montrèrent en cette affaire une naïveté, une crédulité, un entêtement dont il est impossible d'avoir une idée complète sans lire les *Comptes Rendus*, et qui excusent son voleur. Vous connaissez cette caricature d'une femme montrant le poing à son mari et disant à bouche fermée : « Ce serait offenser Dieu que de ne pas tromper cet homme-là ! » Le faussaire devait en penser autant de ses victimes.

Vous connaissez aussi le proverbe : « Si tu me trompes, tu as tort; si tu me trompes une seconde fois, nous avons tort; mais si tu me trompes trois fois, j'ai tort. » Or ce n'est pas trois, c'est plusieurs centaines de fois que Chasles se laissa bernier, alors que dès le début de la mystification, Faugère démontra clair comme le jour que les lettres attribuées à Pascal (les premières que Chasles publia) étaient l'œuvre d'un faussaire.

Voici l'histoire.

Le 15 juillet 1867, Chasles offre à l'Académie deux autographes de Pascal sur l'attraction universelle. Vous supposez qu'avant toute discussion l'Académie ordonnera une expertise en écriture : pas du tout, on commence par discuter (Duhamel, Faye, Chevreul) sur les conséquences à tirer des documents mis au jour. Qu'à cela ne tienne : Chasles n'est pas chiche d'autographes; sans plus tarder il jette sur le tapis 9 pages *in-quarto* petits caractères, de notes inédites. Tout de même quelques-uns commencent à douter : pour vaincre ces doutes, le 28 juillet 1867, Chasles apporte une correspondance sensationnelle

entre Pascal et Newton. Dans cette même séance est donnée lecture d'une lettre de Faugère qui, depuis vingt ans, s'occupait de Pascal et lisait ses manuscrits, déclarant que la signature mise au bas des lettres de Pascal n'est pas celle de Pascal, et qu'elles sont d'une autre écriture que la sienne. La comédie a duré quinze jours....

Vous n'y êtes pas : elle durait encore deux ans après.

On vous a raconté la plaisante histoire de la dent d'or dont je ne sais quelle Académie discutait la croissance; après quinze ans de débats quelqu'un proposa de vérifier son existence, et l'on constata que jamais personne n'avait possédé dent naturelle de ce métal. Vous avez assurément protesté contre l'invraisemblance de ce conte : et vous aviez grandement tort, l'histoire de Chasles et de l'Académie des Sciences est là pour le démontrer.

Ne m'imputez pas la moindre animosité contre cette Académie. Il est de notoriété que c'est non pas mon défaut de mérite qui m'empêche d'en être, mais simplement mon parfait mépris pour ces associations *fermées* ridicules, mépris affiché depuis longtemps pour ces cénacles *clos* d'admiration mutuelle. Je vous raconte cette histoire pour obtenir que l'Académie prise en corps devienne moins néfaste pour le pays. Mais comme vous n'êtes pas tenu de me croire sur parole, je prends dans les *Comptes Rendus de l'Académie* du 26 août 1867 quelques extraits d'une lettre de Faugère qui valent comme satire les meilleurs morceaux polémiques de Pascal ou de Boileau.

Ce texte a été publié par l'Académie en personne.

« Les documents dont il s'agit étant donnés comme des originaux autographes, et cette qualité supposée étant le principal sinon le seul argument invoqué à l'appui de leur authenticité et de leur valeur, il me semble que la première chose à faire, et la plus essentielle, doit être une vérification d'écriture.

« A cet égard j'ose croire que l'on peut s'en rapporter au témoignage de quelqu'un qui a eu pendant quinze mois chez lui le manuscrit des *Pensées* de Pascal et a passé la plus grande partie de ce temps à le déchiffrer et à l'étudier.

« A défaut de ce manuscrit, que chacun d'ailleurs peut consulter à la Bibliothèque impériale, j'ai mis sous les yeux des Membres de la Commission divers fragments également authentiques du grand écrivain, et particulièrement une signature mise en bas d'une quittance passée devant notaire. Je regrette que pressés par l'heure qui les appelait à la séance publique, ou ne se jugeant pas compétents pour une comparaison d'écriture, ils n'aient pas accordé au fait matériel, qui leur était soumis, toute l'attention qu'il comportait.

Ainsi, vous le voyez, on nomme une Commission qui est incompétente ou dont le seul désir est de ne rien savoir. Car vraiment, à juger par l'importance des séances de l'Académie, on peut sans grand

dommage en manquer une, voire les manquer toutes; reste la question du jeton de présence, mais en service commandé on est tenu pour présent. Dans l'avenir, mon cher lecteur, n'oubliez pas ce qu'est une Commission de l'Académie des Sciences et le cas qu'on doit en faire!

« Comment, Monsieur, vous' blâmez ces illustres savants de leur circonspection! Était-ce leur rôle de prendre parti? »

Eh! qui donc les forçait à prendre implicitement parti en accueillant les documents? Je poursuis.

« Cependant la vérification est ici d'autant plus facile, même pour les yeux les moins exercés, que le fabricant de ces documents ne s'est pas astreint, ainsi qu'il arrive ordinairement, à contrefaire ou à imiter l'écriture de Pascal. Agissant avec un sans- façon inouï, il s'est contenté de donner à son écriture un caractère plus ou moins ancien et d'employer une orthographe à peu près conforme à celle du temps de Pascal. C'est ce qui explique comment il lui a été possible d'écrire un si grand nombre de lettres et de notes : ce n'était plus pour lui qu'une affaire d'imagination. Le faussaire a pris comme de raison du vieux papier, et c'était sans aucun doute pour lui la plus grande difficulté. Mais malgré toute son industrie il n'est pas parvenu à consommer, entre une encre nécessairement nouvelle et un papier ancien, cette combinaison que le temps seul peut produire. L'aspect de l'encre, tantôt fraîche encore, tantôt jaunie outre mesure pas un procédé mal déguisé, suffirait seul à montrer la fraude. »

Je regrette pour vous d'être contraint d'abréger. Ayant le texte sous les yeux, je vous assure que je ne m'embête pas.

Oyez ce détail.

« Il s'agit de l'une des Notes que Pascal aurait envoyées à Boyle en 1652. *On donne*, est-il dit dans cette note, *comme un effet de la vertu attractive la mousse qui flotte sur une tasse de café et qui se porte avec une précipitation très sensible vers les bords du vase....* Une pareille observation suppose que l'usage du café était déjà répandu en France du temps de Pascal. Or ce ne fut qu'en 1669, c'est-à-dire sept ans environ après sa mort, que Soliman Aga, ambassadeur de Turquie auprès de Louis XIV, introduisit dans la société parisienne l'usage du café. »

Fausseté manifeste de l'écriture, faits postérieurs à la mort de l'écrivain supposé... il ne reste plus que l'examen du style. « Ici toute l'industrie du faussaire a échoué. Je laisse à nos voisins d'outre-Manche le soin de nous dire si Newton écrivait en français à un âge surtout où très probablement il n'avait guère écrit dans sa propre langue. Je m'en tiens aux lettres qui lui auraient été écrites par Pascal. Voici par exemple comment il s'exprime dans celle qu'il aurait adressée le 20 mai 1654, à Newton qui n'avait qu'un peu plus de onze ans. *Je vous envoie divers problèmes afin d'exercer votre génie.*

Il ne faudrait pas cependant, mon jeune ami, fatiguer votre jeune imagination. Travaillez, étudiez; mais que cela se fasse avec modération.... Je vous parle par expérience; car moi aussi dès ma jeunesse j'avais hâte d'apprendre, et rien ne pouvait arrêter ma jeune intelligence, si je puis ainsi parler. Je ne vous dis point cela, mon jeune ami, pour vous détourner de vos études, mais pour vous engager à étudier modérément. Les connaissances insensiblement et avec le temps (sic). Ce sont les plus stables....

Ainsi, d'une part, Pascal enverrait à un enfant des problèmes pour exercer son génie et lui imposerait la charge bien lourde de les examiner et de lui dire son sentiment, et d'une autre part il lui recommanderait d'étudier modérément. Comment reconnaître en cela la logique et le langage de l'auteur des *Provinciales*? S'il est vrai que le style c'est l'homme, je croirais volontiers que celui qui a écrit ces lettres, loin d'être Pascal, ne serait même pas de nationalité française.

Et je vous répète que l'affaire durait encore deux ans après!

Elle s'étale dans quatre volumes des *Comptes Rendus*, où elle occupe plus de cent pages grand *in-quarto*!

Pour comprendre qu'une telle bouffonnerie se soit prolongée, pour se convaincre de ceci : que LES SAVANTS SORTIS DE LEUR PETIT TRUC SONT ORDINAIREMENT D'UNE INCOMMENSURABLE BÊTISE, lisez la réplique de Chasles du 2 septembre 1867, pièce capitale, pièce admirable, pièce qu'il faudrait transcrire en lettres d'or et coller sur les murs de la salle où l'Académie se rassemble!

Premier argument : *Je possède une caisse pleine de documents, tous de la même origine. S'il en est un de faux, tous sont faux. Comment voulez-vous que je puisse l'admettre?* Ça rappelle Bartholo chantant : « Croyez-vous qu'il soit si facile, De tromper un homme tel que moi ! »

A quoi Faugère répliquait que la multitude des documents s'étayant les uns les autres et rassemblés miraculeusement dans la même main, se répondant et s'accordant ensemble comme des faux témoins qui se concertent pour accréditer le mensonge, vendus à la même personne par un homme dont on cache le nom, était la meilleure preuve de la fausseté du bloc tout entier.

Second argument : On buvait du café à Venise en 1613, à Marseille en 1634. Pascal a-t-il dû attendre qu'il fût tout à fait à la mode pour faire son observation contestée? Chasles aurait pu renforcer son argument en soutenant qu'on buvait du café bien antérieurement à la Mecque.

Troisième argument : Je ne puis sur la question de style avoir la prétention de suivre M. Faugère. Mais je suis persuadé que bien des littérateurs se feraient honneur d'avoir écrit les lettres que voici. Suivent de *nouveaux* documents. C'est décidément plus fort que de jouer au bouchon. On dit à un monsieur : « Telles lettres sont écrites

par un goujat. » Il répond : « Vous avez grandement tort, la preuve est qu'en voici d'admirables! »

Quatrième argument : Vous dites que Newton n'a pas connu Pascal. C'est une erreur : la preuve est une lettre *tirée de ma collection* (20 octobre 1727) qui dit exactement le contraire.

Autre part qu'à l'Institut, on aurait menacé l'orateur de l'enfermer à Sainte-Anne, dans la salle des paralytiques généraux : l'Académie approuva par son silence.

Je clos avec regret cette histoire que l'Académie voudrait bien qu'on effaçât de ses annales. La rappeler est cependant la seule manière de rendre l'Institut moins nuisible en mettant par le récit des sottises passées le public en garde contre les sottises futures.

Que le lecteur ne m'accuse pas d'être mauvais patriote : l'étranger sait parfaitement à quoi s'en tenir sur la valeur de nos institutions; il ne se fait sur l'Académie des Sciences pas la moindre illusion.

J'ai sous les yeux les œuvres complètes de Rowland : on donne au début la liste des sociétés savantes dont il faisait partie; on y trouve côte à côte les deux indications « The French Physical Society; The French Academy of Sciences ». Or pour être de la première, il faut donner 20 francs par an, sans autre condition que de ne pas avoir un casier judiciaire.

Pour être de la seconde il faut... des dîners et des démarches.

Si vous croyez combler de joie des étrangers éminents en les ballotant avec des Français dont ils connaissent la médiocrité (il suffit de lire leurs mémoires), vous vous trompez grossièrement. L'étranger est fier des distinctions *de chez lui*; il s'inquiète peu des distinctions *de chez nous*. A charge de revanche; à ceci près cependant : nous avons la fatuité de croire que tout le monde grille du désir d'entrer dans nos Académies.

Par de tels manques de tact nous sommes ridicules et détestés. Voilà que nous déléguons officiellement à Madrid des gens chargés d'y faire passer le bachot! Imaginez notre indignation si les Anglais envoyaient pompeusement à Paris une commission pour y délivrer les *honneurs* d'Oxford ou de Cambridge!

La poutre qui est dans notre œil nous gêne si peu, que nous la transportons hors frontière pour qu'on l'admire plus commodément.

Personne, même à la Chambre, n'ose soutenir le bachot tel qu'il est, à preuve les discours prononcés en juin 1920.

Et voilà qu'il devient article d'exportation!

Qui avons-nous la prétention de mettre dedans?

A qui ferons-nous croire que les Espagnols patriotes voient, dans notre procédé, autre chose que l'expression d'un mépris implicite?

*
* *

La vanité des savants prend des formes bien réjouissantes. Ils s'imaginent que le monde entier s'occupe de leurs travaux et n'a d'autre affaire que d'en suivre le développement. Est-il besoin d'insinuer que le monde s'en désintéresse absolument ?

L'anecdote suivante, vraie ou fausse, a cette vérité supérieure de la légende. On raconte que Sturm, un jour qu'il avait soif (les savants eux-mêmes ont soif) entra dans une brasserie, but un bock et s'aperçut trop tard qu'il avait oublié son porte-monnaie. « Je suis Sturm, dit-il à la caissière. — Qui ça ? Sturm, répondit la dame du comptoir. — Le mathématicien du théorème, répliqua le bon naïf. » On ne dit pas comment finit l'aventure qui fit pouffer de rire le *Vachette* entier où la tradition veut qu'elle arriva.

De ce travers vous ne distinguez que le pittoresque.

J'y vois malheureusement autre chose. Supposez le bon Sturm votre collègue dans un comité de perfectionnement et tâchez d'obtenir qu'il ne mette pas son théorème dans les programmes. Vous êtes candidat à la place vacante dans la section de Géométrie : essayez-vous d'enlever la cataracte qui l'aveugle sur l'importance sociale de sa découverte ?

Supposez ledit comité plein de Sturms : voyez le beau programme qui sortira de ses délibérations !

La vanité des savants se montre à nu dans l'explicable attrait de porter un habit vert. Faut-il qu'ils soient inconscients du ridicule !

Par une superbe matinée de printemps je me trouvais à Monaco : la nature était en fête, des fleurs partout, une vraie joie de vivre. Dans un vieux fiacre de louage, raide sur les coussins. M. X., en habit vert, allait déjeuner au palais. Le pauvre homme se croyait admiré alors qu'il excitait une indulgente gaité :

« Et vous voici très doux à la bêtise humaine.... »

*
* *

Certes j'approuve qu'un homme ne permette pas qu'on le dépouille du fruit de son labeur. Mais encore faudrait-il que l'objet en valût la peine et qu'on le revendiquât d'une certaine manière.

Qu'il soit possible de réclamer son dû en conservant sa dignité, les lettres de Fresnel à Young en sont une preuve éclatante.

Young était un fort grand savant ; mais il faudrait n'avoir jamais comparé les mémoires d'Young et de Fresnel pour ne pas mettre Fresnel au-dessus d'Young. Quand Young se déclarait l'*arbre*, laissant à Fresnel le rôle de la *pomme*, il n'était que ridicule. On

n'empêchera pas les Anglais de se croire le premier peuple du monde, en tout et pour tout. Qu'on les force de temps en temps à la plus juste appréciation de leurs mérites, qui sont très grands, rien de mieux. Fresnel avait raison de se plaindre...; mais j'ai lu pour la première fois ses lettres dans les œuvres d'Young : ce qui prouve qu'au moins quand ils ont tort, les Anglais savent le reconnaître.

A quel spectacle assistons-nous aujourd'hui.

Que la science française soit dans un piteux état, est chose évidente. Cherchons-nous à la relever par notre travail?

Oh! que nenni! Nous crions sur tous les toits que nous avons produit de très grands hommes, Lavoisier, Fresnel... ce que personne ne conteste, puisque précisément la thèse de nos ennemis est notre décadence *actuelle*. On ne reproche pas aux Arméniens de ne pas avoir de grands savants, parce qu'ils n'en ont jamais eu; on nous reproche de ne plus en avoir, parce que jadis nos grands hommes rivalisaient avec les plus grands. Nous ne convaincrions personne parce que nous prêchons des convertis. Découvrez *actuellement* en France un Lavoisier ou un Fresnel : vous augmenterez beaucoup plus notre prestige extérieur qu'avec toute votre propagande dont les étrangers se gaussent.

Je l'affirme sans craindre un démenti : pour écrire mon ouvrage je pourrais sans inconvénient supprimer toute la science française depuis trente ans; je n'aurais pas un mot à changer.

Je passe le plus clair de mon temps à lire de l'allemand et de l'anglais : croyez bien que ce n'est pas pour mon plaisir.

Chaque fois que paraît une de mes préfaces, je reçois des lettres réclamant la priorité des thèses que je soutiens. A quoi je réponds invariablement ce qui suit : « Monsieur, Je vous suis particulièrement obligé pour la lettre dont vous avez bien voulu m'honorer. Pour moi c'est un contentement extrême de me rencontrer avec un homme tel que vous. Mes thèses me semblent d'une telle évidence et d'une vérité, pour ainsi dire, si palpable, que je serais surpris qu'elles ne fussent pas depuis longtemps dans le domaine public. Tout de même, Monsieur, permettez-moi de m'étonner qu'un homme aussi considérable que vous l'êtes, n'ait pu modifier quoi que ce soit, depuis si longtemps que vous me dites qu'il affiche des opinions si parfaitement opposées à celles que professe l'Université prise en corps. Je ne doute pas, Monsieur, que vous n'avez défendu vos convictions avec toute l'ardeur dont elles sont dignes, et cela même au risque de retarder votre course dans la carrière des honneurs. Ce qui prouve une incomparable inertie dans la machine que nous désirons l'un et l'autre mettre en branle, et ce qui doit m'excuser auprès de vous de reprendre à mon compte une bataille, perdue d'avance puisque vous ne l'avez pas gagnée, mais dont le renouvellement doit vous sembler honorable. Veuillez agréer, etc., etc., etc. »

Je donnerais bien deux sous (papier) pour voir la tête de mon honorable correspondant. Je ne puis lui dire d'une façon plus... aimable ce que je pense de ces hommes qui énoncent par hasard quelques propositions justes, mais se gardent bien de pousser leur polémique pour ne pas indisposer les gens dont ils attendent honneurs et profits.

Il y a des cas où l'on ferait beaucoup mieux de ne pas réclamer certaines priorités; à ce qu'on vous les reconnaisse, je ne trouve vraiment rien de flatteur.

Sans parler des Frédérick II au petit pied que gênent leurs *Anti-Machiavels*!

*
* *

Un des vices les plus graves de notre organisation scientifique actuelle, qui porte à notre enseignement un préjudice énorme, est la quantité de badernes qui jusqu'à leur dernier soupir encombrant la circulation et barrent le chemin. Ils sont vieux, quelques-uns n'ont pas été constamment gâteux; je ne demande pas qu'on les jette à l'eau une bonne pierre au col pour abrégier leurs souffrances. Mais à leur usage je transcris une page de l'abbé Ledieu que malheureusement ils ne liront pas. Je leur fais beaucoup d'honneur puisqu'il s'agit de la sénilité d'un grand homme.

« Chacun a remarqué cette suite d'actions de M. de Meaux pour se montrer et faire sa cour : son livre présenté au roi et l'audience qu'il en eut le 12 de ce mois (août 1703); sa visite au père La Chaise le même jour au soir; son assistance à la procession où il donna le triste spectacle qui affligea ses amis. le fit plaindre par les indifférents et moquer par les vieux de la cour. *Courage, M. de Meaux*, lui disait Madame le long du chemin; *nous en viendrons à bout*. D'autres : *Ah! le pauvre M. de Meaux*. D'autres : *Il s'en est bien tiré!* Le plus grand nombre : *Que ne s'en va-t-il mourir chez lui*. Mais il veut auparavant placer son neveu et faire un dernier effort. M. d'Amiens qui est tant des amis de M. de Meaux a fait à M. Fleury la confidence que ce bruit se répand ici sourdement : *Quelle misère qu'un homme si sage, si admiré actuellement à cause de son livre, si admirable par tous les grands talents qu'il a fait briller dans sa vie, devienne l'entretien d'un courtisan malin, faule de savoir prendre son parti et d'aller se préparer chez soi à la mort dans la retraite. Qu'il finisse donc son affaire de l'évêché de Meaux et que Dieu l'inspire bien sur le parti unique qu'il est obligé de prendre pour l'édification publique et sa gloire.* »

Quand le savant est définitivement vidé, qu'il est même incapable de mettre en œuvre les divers procédés de tapage que j'ai ci-dessus catalogués, il entre dans les commissions et comités consultatifs; il court à droite et à gauche s'asseoir autour d'une table avec une collection d'outres aussi vides que lui. Du matin au soir on le voit

passer d'un ministère à l'autre, déversant partout son verbiage. Le plaiguez-vous charitablement d'être ainsi détourné de ses admirables travaux : « Ne m'en parlez pas, répond-il; je n'ai plus le temps de rien faire! » Il se donne l'illusion que seul le loisir manque, mais il ne trompe personne : il est vidé.

Aujourd'hui c'est à vingt-cinq ans que l'anémie cérébrale atteint nos savants : ils forment la grande armée des ratés.

L'administration leur sert d'asile.

Faites aux vieux savants des retraites honorifiques et bien payées; conservez, s'il vous plaît, ceux dont le cerveau n'a pas fléchi. Mais ne choisissez pas systématiquement pour commander aux autres, régler les avancements, déterminer les programmes, ceux-là mêmes que leur âge et leur usure, parfois prématurée, rendent incapables de toute initiative et à la merci du premier qui les flatte.

Mon cher lecteur, ne voyez aucune aigreur dans ce que je dis. Certes j'occupe sur les listes d'avancement le rang le plus extrême (vers le bas, s'entend) qu'il soit possible, en raison de mon âge et de l'année que j'entrai dans l'Université. Malgré que j'en puisse avoir, je ne saurais donc manquer de reconnaissance pour des gens qui n'ont jamais eu avec moi que des procédés de vilain. Mais, sans ironie, je trouve qu'ils m'ont rendu le plus éminent des services en me dispensant de toutes les précautions oratoires et, par leurs mauvais procédés, en me contraignant à un travail acharné qui me permette de me soucier infiniment peu de leur opinion sur mon compte.

Je ne désire faire partie d'aucuns de leurs comités ou commissions, et si je déplore qu'ils soient composés comme ils le sont, c'est sans retour personnel ni désir d'en être.

Vous devez bien comprendre d'après ce que je viens d'en dire, que je ne cours pas après les occasions de *faire ami* avec les savants.

Je me suis toujours tenu à l'écart : ce n'est certes pas aujourd'hui que je changerai d'attitude.

H. BOUASSE.

*
**

Monsieur Lala a bien voulu me continuer son aimable collaboration; le lecteur lui doit savoir gré d'utiliser plus commodément mes ouvrages.

PENDULE, SPIRAL, DIAPASON

MESURE DES FORCES ET CHRONOMÉTRIE

APPLICATION A L'HORLOGERIE

CHAPITRE I

ÉCHAPPEMENTS D'HORLOGES

Mes lecteurs habituels savent avec quel soin sont tracées les figures de mes Cours. Je crois cependant devoir les prévenir qu'ils ne comprendront bien les phénomènes qu'en voyant fonctionner des modèles construits à une échelle 10 à 20 fois plus grandes que les pièces usuelles. Un laboratoire de Mécanique raisonnablement installé doit contenir, *en état de fonctionner*, tous les mécanismes décrits dans ce Cours : aux étudiants d'exiger qu'on les mette entre leurs mains *convenablement grossis*. Cela vaudra mieux pour leur éducation *d'ingénieur* qu'une machine de deux cents chevaux ou l'installation d'une turbine gigantesque. Puisqu'on trouve de l'argent pour ces inutilités, on en trouvera pour les modèles infiniment moins coûteux que je déclare indispensables.

1. Position du problème.

1° — Dans tout appareil d'horlogerie (exception faite pour les systèmes utilisant le *pendule conique*) on trouve un *moteur* (poids ou ressort), un *rouage*, un *échappement* et un *régulateur oscillant*. L'échappement joue le double rôle de laisser tourner le rouage d'un certain angle à chaque demi-oscillation (*battement*) du régulateur, et de fournir au régulateur l'énergie nécessaire à l'entretien de son mouvement, malgré les frottements inévitables.

De cette définition même résulte que le mouvement des horloges et chronomètres est saccadé (non pas continu). C'est un phénomène mécanique bien curieux qu'on n'ait jamais obtenu par un mouvement continu (pendule conique) la précision que fournit le mouvement saccadé.

Le cas le plus simple est qu'à chaque demi-oscillation du régulateur, le rouage avance d'une certaine quantité, puis s'arrête. L'échappement est dit *à repos*.

Un cas plus complexe est fourni par les échappements à *recul* : le rouage avance d'une certaine quantité, puis recule d'une quantité moindre.

Enfin, dans certains cas le rouage recule d'une petite quantité (*dégalement*), avance (*impulsion*), puis s'arrête (*repos*). Ces trois temps constituent la période du phénomène dont la longueur est égale à la demi-période du mouvement du régulateur (*battement*).

2° — *Les échappements se comptent par centaines*¹; on en invente tous les jours de nouveaux. Il est clair qu'ils ne diffèrent que par des détails insignifiants de ceux que l'on connaît depuis longtemps. Pour amuser le lecteur j'en décrirai trois douzaines; mais il n'oubliera pas qu'aujourd'hui ceux qui servent dans l'industrie courante, se réduisent à trois ou quatre.

Pour les horloges on utilise l'échappement de Graham, à *repos* si le pendule est long et l'amplitude petite (horloges de précision); à *recul* si le pendule est court et l'amplitude grande (pendules d'appartement). On utilise aussi l'échappement à cheville. Pour les pendules de haute précision, on emploie l'échappement à *force constante*.

Pour les montres et chronomètres, après avoir beaucoup vanté l'échappement à *cylindre* et l'échappement à *détente et à coup perdu*, on finit par ne plus employer que l'échappement *libre à ancre*.

La lecture de la *Revue Chronométrique* (si intéressante jusqu'en 1900, si pauvre depuis) est à ce propos d'une cruelle ironie.

C'est merveille de voir, suivant les dates, déclarer tel ou tel échappement *évidemment* supérieur à tous les autres, alors que précisément on s'apprête à l'enterrer. Le fait prouve que la valeur *a priori* d'un mécanisme est toujours subordonnée à des circonstances accessoires que seule la pratique décèle. Le raisonnement n'est pas faux; il est incomplet. Une théorie incomplète prouve clair comme le jour que l'échappement à *détente* est supérieur à l'échappement *libre à ancre*. Elle oublie seulement que le premier est susceptible d'arrêts et de sauts : à cela près elle est irréfutable.

Une théorie incomplète prouve que le *tourbillon* (§ 72) est une invention géniale. Malheureusement c'est une telle complication qu'il est absolument oublié : on annonçait il y a quelques années la mort du dernier horloger capable de le fabriquer.

Les échappements aujourd'hui les seuls utilisés industriellement, sont connus, le premier depuis deux cents ans, le dernier depuis cent ans. Ainsi depuis cent ans on n'a rien découvert comme échappement qui puisse rivaliser avec ce qu'on avait : il est donc peu probable qu'une invention nouvelle révolutionne la question.

J'insiste là-dessus parce qu'on est tenté de croire que tout date d'hier

1. Le lecteur lira avec plaisir l'intéressant petit livre de Charles Gros : *Échappements d'horloges et de montres*.

matin. En fait, le *xix^e* siècle a perfectionné la fabrication horlogère *sans apporter une idée nouvelle*. Berthoud serait peut-être étonné du bon marché de nos montres et chronomètres, mais il ne serait étonné que de cela. Aussi bien son *Traité d'Horlogerie* est rudement plus intéressant que ce qu'inlassablement on nous traduit du Boche.

Pour fixer les idées du lecteur sur la nature de l'invention d'Huyghens, je commence par quelques mots d'historique : comme on va le voir, ce n'est pas un hors-d'œuvre.

2. Anciennes horloges. Clepsydras. Sabliers.

1^o — Les anciennes horloges étaient les *clepsydras*.

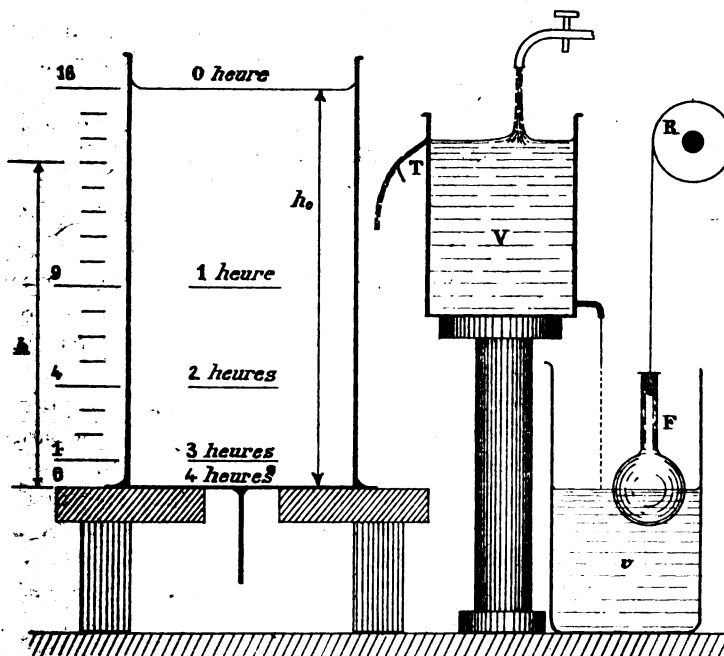


Fig. 1.

Le temps est mesuré par la masse d'un liquide qui s'écoule d'un vase (fig. 1, à gauche).

Pour montrer à quel point ce procédé manque de rigueur, rappelons que l'écoulement en paroi mince se fait suivant la loi de la chute des corps. La vitesse u au niveau de la partie contractée de la veine est donnée par la formule :

$$u = \sqrt{2gh}, \quad -\frac{dh}{dt} = ku; \quad \frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{h}}{\sqrt{h_0}} = \frac{t}{t_0}.$$

Par exemple, pour diviser en heures un vase cylindrique qui se vide

complètement en $t_0 = 4$ heures, il faut tracer $4^2 = 16$ traits équidistants. La formule devient :

$$4 - \sqrt{h} = t.$$

La première heure écoulée correspond au passage du liquide du trait 16 au trait 9, et ainsi de suite.

2° — Ce procédé qui, chose extraordinaire, eut des partisans jusqu'au début du XVIII^e siècle (Daniel Bernoulli fut couronné en 1725 pour un mémoire sur les clepsydres), n'est pas le plus simple.

Celui-ci consiste à faire écouler le liquide d'un vase V dont le niveau est maintenu constant par un déversoir horizontal T, dans un vase cylindrique v . Le niveau du liquide s'y élève proportionnellement au temps. L'expérience montre que l'exactitude obtenue est grande.

Dans le vase v peut être un flotteur F lié à un rouage R par une corde ou par une crémaillère.

On conçoit que ce rouage entraîne des aiguilles sur un cadran.

La fameuse horloge dont le calife Haroun-er-Reschid fit présent à Charlemagne en 807, était de ce modèle.

3° — Avec grande raison les anciens astronomes n'avaient pas confiance dans les clepsydres. Ils rapportaient directement leurs observations au Soleil ou aux étoiles; autrement dit, ils déterminaient la hauteur du Soleil au moment du phénomène qu'ils voulaient repérer dans le temps. C'est ainsi qu'ils rapportent les débuts ou la fin des éclipses.

Les clepsydres se sont perpétuées sous forme de *sabliers* qui servent encore à cuire les œufs à la coque, à développer des plaques photographiques, bref à déterminer un temps fixé une fois pour toutes.

Sur les navires, quand on usait du loch à bateau, on utilisait un sablier de 30 secondes. Le service était réglé à bord par un sablier de 4 heures (d'où l'expression *faire le quart*). Enfin pour les usages communs, on se servait d'un sablier d'une heure. Tout cela a disparu depuis que les montres sont d'un prix abordable aux bourses les moins garnies.

Rappelons l'emploi de petites bougies (fragments de queue de rat) pour régler le temps de certaines enchères publiques.

Je conseille aux alpinistes le réveille-matin formé d'une épingle enfoncée dans une bougie et qui par une ficelle soutient un quart en métal. La bougie brûle, atteint l'épingle; le quart tombe. Il vous réveille à l'heure voulue si vous connaissez le nombre de centimètres que la bougie brûle par heure. Avant la Guerre, vous déterminiez la place de l'épingle avec un sou (diamètre 2,5 cm.) ou un décime (diamètre 3 cm.).

3. Échappement à roue de rencontre (à recul).

1° — Sa découverte remonte au début du XIV^e siècle. Il fut employé dans les horloges et les montres de poche jusqu'aux travaux d'Huyghens

qui datent de 1657. Le lecteur sera content que j'insiste dessus. Par exemple on lui raconte que Louis XI (mort en 1483) avait une *montre de poche qui sonnait*; mais il cherche en vain, dans les ouvrages à sa disposition, la description du mécanisme qui la faisait fonctionner.

C'est toujours la même rengaine : des renseignements de perroquets. L'échappement a pour pièces essentielles la *roue de rencontre* R et un

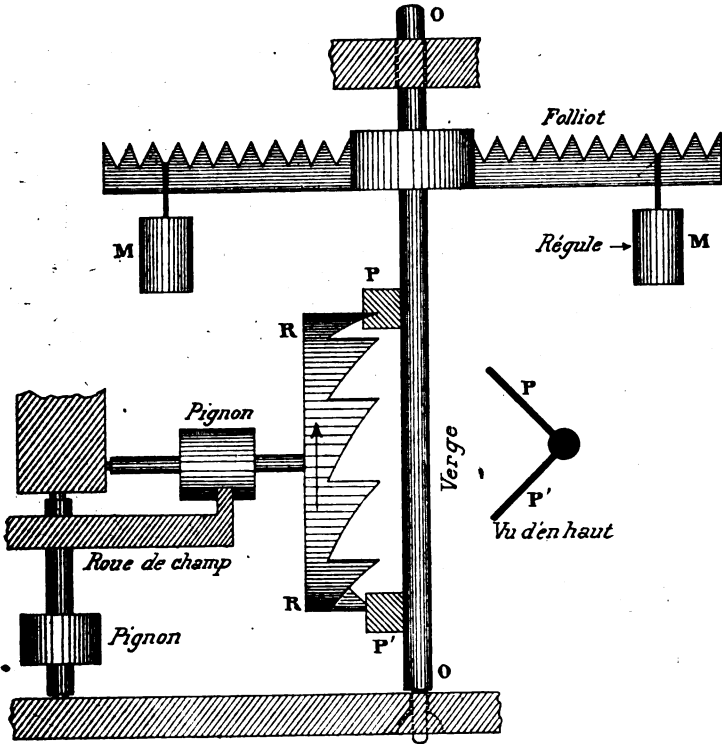


Fig. 2.

axe OO portant deux palettes P, P', montées sur l'axe ordinairement à 90° l'une de l'autre. Dans la figure 2 la palette P est inclinée sur le tableau vers l'arrière; la palette P' est inclinée vers l'avant.

Pour que le dessin soit lisible, je n'ai représenté que la partie antérieure de la roue R.

Il est toujours entendu que les dents n'agissent que par leur pointe.

La forme des dents est donc quelconque, à la condition qu'elles ne soient pas trop faibles vers la pointe et que cependant elles soient assez évidées pour ne toucher les palettes que par la pointe.

Je fais la théorie en supposant impair le nombre des dents (je prends 11 dents; il y en avait ordinairement 29 ou 31). Dans ce cas, l'axe des palettes passe par l'axe de la roue. Ce nombre impair a de grands

inconvenients. Si l'on veut que la roue de rencontre fasse un tour par minute avec 29 ou 31 dents; la pièce oscillante doit avoir une période un peu différente de 2 secondes; le battement diffère un peu de la seconde. Il est possible de donner à la roue un nombre pair de dents (30 en particulier); mais il faut alors déplacer l'axe des palettes, d'avant en arrière, du quart de l'intervalle des pointes de deux dents contiguës.

L'axe de la roue R tend à tourner sous l'action de la force motrice, poids ou ressort, dans le sens indiqué par la flèche.

L'axe OO porte une barre transversale (ici horizontale) sur laquelle se déplacent les masses MM servant à modifier le moment d'inertie et régler la durée de la période.

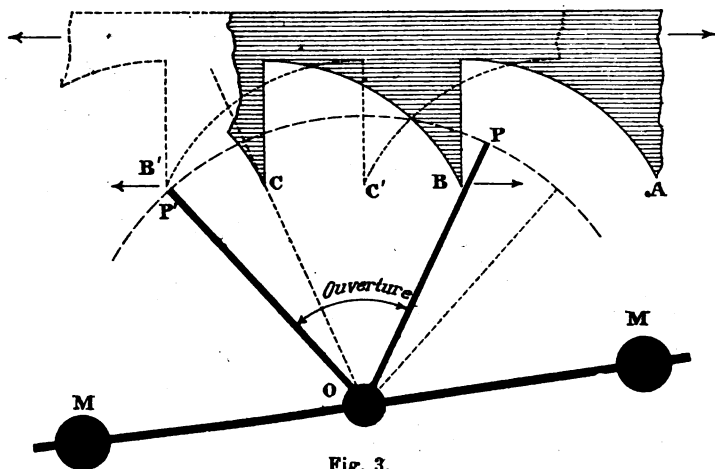


Fig. 3.

Je suppose qu'il s'agit d'une horloge; dans le cas d'une montre les masses sont solidaires de la barre.

2° — La figure 3 représente l'appareil vu par-dessus. Nous ferons la théorie sur la figure 4 où la roue est remplacée par deux lames dentées parallèles, entraînées avec la même vitesse dans le sens de la flèche par une force constante.

Les palettes P et P' sont alors les côtés d'un secteur lié à l'axe.

La figure 4 montre l'oscillateur MM quand, tournant dans le sens de la flèche, la palette P' vient de quitter la pointe de la dent B' (vient d'échapper). Un peu après la palette P rencontre la pointe de la dent B.

En raison de l'inertie des masses M et de la vitesse acquise, la roue de rencontre recule: d'où le nom de l'échappement. L'oscillateur MM perd sa vitesse, puis revient en arrière, poussé par la dent B qui avance et agit sur la palette P.

Simultanément l'autre lame L' avance vers la droite, de manière que, quand la palette P échappe à la dent B, la palette P' rencontre la

dent C', après une légère *chute*. D'où recul de la roue de rencontre. Et ainsi de suite.

En définitive l'oscillateur *qui par lui-même n'est soumis à aucune force capable de le faire osciller*, est successivement renvoyé par les lames L et L', comme une balle entre deux raquettes.

3° — La vitesse angulaire *moyenne* de la roue de rencontre (vitesse qui règle la marche des aiguilles, vitesse linéaire moyenne des lames L et L' qui nous servent à expliquer le phénomène) est liée à la période du mouvement oscillatoire par la condition que dans chaque période passe une dent de la roue.

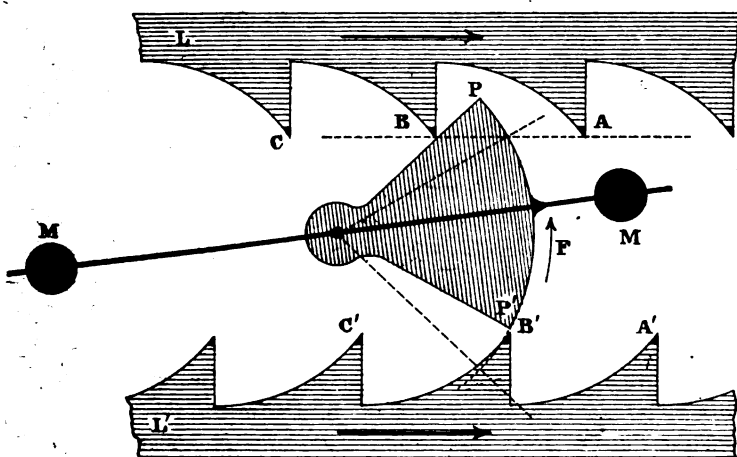


Fig. 4.

Il est difficile de déterminer *a priori* comment la période dépend du poids moteur et de l'inertie du système oscillant.

Le raisonnement simpliste qui suit en donne une idée.

Si le couple C était constant, entre l'azimut θ parcouru, le couple C et le moment d'inertie I, on aurait la relation évidente :

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{C}{I} t^2, \quad t = \sqrt{\frac{2I\theta}{C}}.$$

Si le parcours θ reste à peu près le même, la période varie comme la racine carrée du moment d'inertie et comme la racine carrée de l'inverse du couple. En réalité, l'amplitude θ augmente à mesure que le couple moteur augmente.

Ce problème se présente sous une forme bizarre dans le *Traité d'horlogerie* de Moinet :

« Si un balancier *tire* 20 minutes par heure, avec une force motrice déterminée, combien faudra-t-il ôter de son poids pour lui faire *tirer* 26 minutes. » Le mot *tirer* est ici pris dans le sens de *faire*.

Pour que le problème ait un sens, il faut supposer que le balancier conserve ses dimensions; plus précisément, que le moment d'inertie est proportionnel au poids. La règle à suivre par les horlogers est donc que *la période est proportionnelle à la racine carrée du moment d'inertie* (ou du poids dans l'hypothèse énoncée); ce qui revient au même, le poids est proportionnel au carré de la période.

Mais le *tirage* est en raison inverse de la période. D'où la règle : le produit du carré du tirage par le poids est une constante.

Par exemple, si le balancier (de montre) pèse d'abord 0,200 gr., il doit peser dans le second cas :

$$200 \times (20^2 : 26^2) = 118 \text{ milligrammes.}$$

La règle des horlogers est celle même que donne notre hypothèse.

4° — Définissons quelques termes qui vont revenir constamment.

Faisons tourner la verge à la main. Déterminons l'angle *minimum* qu'il faut parcourir, dans un sens puis en sens contraire, pour que l'échappement fonctionne : c'est l'*angle de levée*.

Quelques auteurs appellent l'angle ci-dessus défini *levée apparente*, conservant le nom de *levée réelle* à l'arc suivant lequel l'oscillateur reçoit l'impulsion. Dans le cas de l'échappement à roue de rencontre, les deux définitions coïncident; ce n'est plus vrai dans les échappements à repos (§ 7). Nous prendrons toujours le terme *angle de levée* ou *levée* dans le premier sens; nous remplacerons le terme *levée réelle* par *arc* ou *angle d'impulsion*, ce qui supprime toute ambiguïté.

Mesurons l'angle dont tourne la verge *dans le même sens* après que l'échappement s'est produit, jusqu'à l'élongation maxima : c'est l'*arc supplémentaire*.

A partir de l'élongation maxima, revenons en arrière. Nous décrirons l'angle *s*, puis l'angle de levée, enfin l'arc supplémentaire de l'autre côté. L'angle total parcouru (*arc total*), qui est le double de l'amplitude *A*, est donné par la formule :

$$\text{arc total} = 2A = l + 2s.$$

Jusqu'ici nous ne considérons que la verge et ses palettes.

Regardons maintenant le rouage.

Pendant la levée, il avance d'un angle à peu près proportionnel à cette levée; je le représenterai par *L*. Au moment de l'échappement, il tourne brusquement d'un angle qui est la *chute* *C*. Il avance donc en tout de *L + C*. Il devient alors solidaire des palettes.

Quand la verge décrit l'arc supplémentaire *s* dans un sens, puis dans l'autre, le rouage *recule* d'abord de *S*, puis *avance* de *S* : le recul est compensé par une avance égale.

En définitive par demi-oscillation de la verge, le rouage avance de *L + C*.

La chute représente non seulement du travail perdu, mais du travail perdu d'une manière nuisible : en effet, le rouage prend pendant la chute une vitesse qu'il faudra que le système oscillant annule. Mais la chute, toute nuisible quelle soit, est nécessaire pour le réglage, vu la non-identité des dents et le jeu des pivots.

4. Loi des couples.

1° — Pour la régularité des phénomènes, il ne faut pas que le choc des palettes sur la pointe des dents soit brutal ; autrement dit, il est avantageux que le recul de l'oscillateur soit considérable. Montrons qu'il est possible de réaliser cette condition, en vertu de cette proposition que, pour un couple constant s'exerçant sur la roue de rencontre

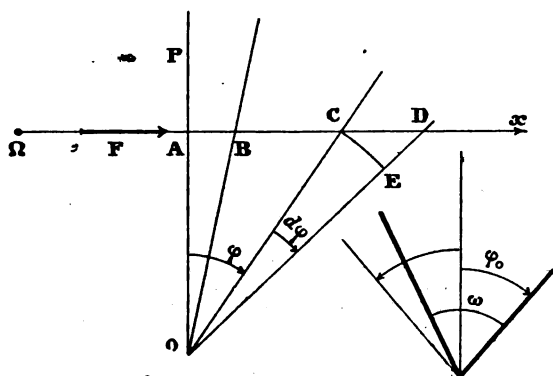


Fig. 5.

le couple C transmis à la palette est proportionnel au carré de la distance OD de la pointe à l'axe de la palette (fig. 5).

Cela résulte immédiatement du principe des vitesses virtuelles.

Une force F constante par hypothèse agit sur la palette OP suivant une directrice invariable. Écrivons l'égalité des travaux correspondants pour la force F et pour le couple antagoniste C :

$$Cd\varphi = Fdx.$$

On a :

$$x = \overline{OA} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad \overline{OD} \cdot \cos \varphi = \overline{OA}, \quad dx = \overline{OA} \cdot d\varphi : \cos^2 \varphi.$$

D'où :

$$C = F \cdot \frac{\overline{OA}}{\cos^3 \varphi}, \quad C \cdot \overline{OA} = F \cdot \overline{OD}^2.$$

Lorsque dans le mouvement direct la pointe de la dent glisse sur la palette, le couple augmente donc comme le représentent les courbes MN ou QR (fig. 6). Corrélativement lorsque la palette P' abandonne la pointe B' , après une petite chute $\overline{Uu}$ pendant laquelle le couple est nul,

le couple statique (qui de moteur devient résistant) diminue brusquement de $\overline{UN}$ à $\overline{uP}$. Avant que l'oscillateur parvienne au repos, il doit donc effectuer un arc notable $\overline{uW}$ (*recul*). La liberté de l'oscillateur est augmentée de ce chef, ainsi que son action régulatrice.

Il faut donc s'arranger de manière qu'à l'instant où la palette P rencontre la dent B, elle soit quasi normale à la trajectoire de la dent B (distance $\overline{OD}$ minima).

En définitive la courbe figurative des couples est

$$\text{MNUuPQ} - \text{QRTISM.}$$

A la vérité au moment du choc, indépendamment de la force F

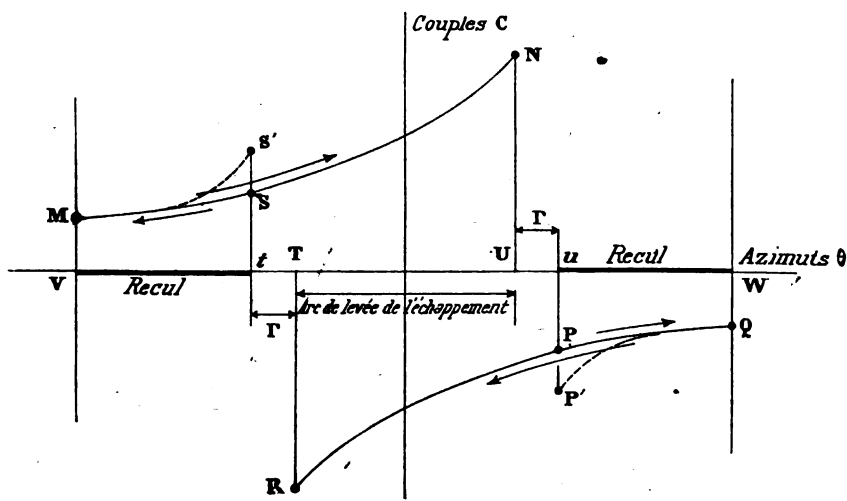


Fig. 6.

qu'exerce la dent et en raison seulement de l'inertie, il faut exercer contre la roue une force instantanée supplémentaire qui intervertisse le sens de son mouvement. La courbe est donc relevée suivant les arcs $\overline{P'Q}$, $\overline{S'M}$, qui remplacent $\overline{PQ}$, $\overline{SM}$. Mais l'avantage de la loi des couples ci-dessus établie n'en subsiste pas moins.

Quand on passe d'un bout à l'autre du parcours, la vitesse de l'oscillateur part de zéro pour revenir à zéro. Le travail de tous les couples appliqués à l'oscillateur est donc nul. Conséquemment, en raison de l'existence des frottements qui produisent un travail négatif, le travail des couples dus à l'action de la roue de rencontre doit être positif.

La figure 6 est conforme à cette nécessité théorique.

En horlogerie l'arc $\overline{TU}$ s'appelle *arc de levée de l'échappement*; c'est l'arc nécessaire pour que l'échappement se produise. Il dépend de la construction; il ne dépend ni du poids moteur ni de l'inertie du balan-

cier (oscillateur). L'arc VW s'appelle *arc total* ou *arc de vibration*; pour les physiciens, c'est le double de l'amplitude.

2° — Revenons sur la loi des couples (fig. 5).

Posons

$$\overline{OA} = a, \quad \overline{OD} = l;$$

l est la longueur de la palette.

L'échappement a lieu pour un angle φ_0 tel qu'on ait :

$$a = l \cos \varphi_0.$$

Soit ω l'angle des palettes, voisin de 90° . Quand l'une des palettes fait l'angle φ_0 avec la position moyenne OA, l'autre fait l'angle $\omega - \varphi_0$.

Mais étant de même longueur, elle échappera pour le même angle φ_0 .

D'où résulte que l'angle λ de levée de l'échappement est :

$$\lambda = \varphi_0 - (\omega - \varphi_0) = 2\varphi_0 - \omega.$$

Introduisons l'angle θ que fait l'oscillateur avec sa position moyenne. Par définition même, quand $\theta = 0$, les palettes sont disposées symétriquement par rapport au plan normal à la roue, passant par l'axe géométrique de l'axe matériel auquel elles sont fixées. On a donc alors :

$$\varphi = \frac{\omega}{2}; \quad \text{d'où :} \quad \theta = \varphi - \frac{\omega}{2}, \quad \varphi = \theta + \frac{\omega}{2}$$

L'expression du couple est en définitive :

$$C = C_0 : \cos^2 \left(\theta + \frac{\omega}{2} \right).$$

ω est voisin de 90° .

L'amplitude de la variation de θ étant très inférieure à $\pm 45^\circ$, l'angle sous le signe cosinus reste toujours assez loin de 0° et de 90° .

Je n'insiste pas pour l'instant sur la théorie de l'échappement à palettes parce que l'adjonction du pendule comme système réglant, a permis de diminuer énormément l'amplitude. Les considérations précédentes (complétées) reprendront tout leur intérêt dans l'application au réglage des montres (§ 260), de la roue de rencontre associée au spiral.

L'échappement à roue de rencontre marche sans huile avec une roue en laiton et des palettes d'acier. Sa durée est quasiment indéfinie.

Il fonctionne d'autant mieux que le balancier est plus lourd, ce qui diminue l'importance relative de l'inertie de la roue au moment du choc.

Pour un intervalle donné entre les dents de la roue, il est bon de faire aussi petite que possible la longueur l des palettes, ce qui exagère la variation de l'angle φ , diminue l'importance relative du couple résistant au moment du choc, et facilite le recul. Cette condition revient à placer

l'axe du balancier tout près de la roue de rencontre (à rapprocher les lames dentées L et L' de la figure schématique). Pour qu'une des palettes échappe presque tangentiellement et que l'autre heurte presque normalement, l'angle POP' doit être voisin d'un droit.

5. Perfectionnement d'Huyghens.

1° — Jusqu'en 1657 les horloges et les montres furent réglées, plutôt mal que bien, par le système d'une roue de rencontre et d'un balancier. La seule différence entre les horloges et les montres était dans la substitution d'un ressort moteur au poids moteur, ce qui rendait le système portable.

Les appareils ainsi réglés sont d'une précision très médiocre. Les moindres irrégularités de la roue interviennent pour rendre inégales les périodes successives du balancier. A la vérité la période qui correspond au tour de la roue de rencontre est plus constante que ne le sont les oscillations isolées; c'est elle qui intervient dans la mesure d'un temps assez long.

Mais l'épaississement des huiles, c'est-à-dire la variation des frottements, a sur cette période une influence énorme.

Pour fixer les idées, rapportons que, le landgrave Guillaume IV de Hesse-Cassel ayant inventé vers 1570 la méthode de détermination des ascensions droites par la différence des temps de passage des étoiles dans un cercle horaire, Tycho la désapprouva comme incorrecte.

Avec nos horloges précises, cette méthode est aujourd'hui la base de l'Astronomie de position.

Galilée avait songé à l'emploi du pendule; mais sa méthode butait sur deux difficultés : le comptage et l'entretien. Il avait bien appliqué un système compteur au pendule, mais l'amortissement en était accru.

2° — Huyghens eut l'idée de substituer un pendule au balancier, plus généralement, par un procédé quelconque (action de la pesanteur, action d'un ressort spiral ou non), *d'imposer au balancier une période propre.*

A l'appareil que représente la figure 2, ajoutons un ressort spiral dont une des extrémités est fixée à la cage de l'appareil, et l'autre liée à l'axe OO : nous avons le régulateur des montres tel qu'Huyghens le proposa. Supprimons les masses M, faisons tourner la figure de 90°, prolongeons d'un côté la barre transversale du balancier, fixons un poids au long bout de la barre : nous avons l'horloge à pendule.

Dans les deux cas nous sommes forcés de recourir à une *roue de champ* engrenant sur un pignon (les *roues d'angle*, *roues coniques* ne sont pas employées en Horlogerie en raison de la difficulté de leur construction). En effet, dans la montre qui est plate par nécessité, le ressort spiral moteur doit être parallèle au ressort réglant et au balancier : il produit donc un couple dont l'axe est normal à l'axe de la roue de rencontre, couple dont il faut faire tourner l'axe d'un angle droit.

Dans l'horloge, la force motrice est due à un poids suspendu par une corde moyennement parallèle à la tige du pendule.

La roue de champ est un cylindre denté; je l'ai représentée schématiquement en coupe.

La découverte d'Huyghens dont l'importance est capitale, ne comporta donc aucun mécanisme nouveau; à tel point que la transformation des anciennes horloges en horloges perfectionnées fut quasi instantanée. On ne connaît pas d'autre exemple d'une amélioration si essentielle dans un appareil de première utilité, aussi brusque et obtenue à moins de frais.

Voici une remarque amusante. Dans la figure 2 je suppose que l'axe OO repose sur son pivot. En réalité pour diminuer le frottement, il était suspendu par un double cordon qui se tordait et détordait alternativement. Remplaçons ce cordon par un gros fil d'acier de diamètre convenable, encastré dans la pièce de suspension (*coq*) et à l'extrémité de l'axe OO : *l'ancienne horloge est transformée en une horloge très moderne à fil de torsion* (§ 42).

Les raisons mécaniques du succès de l'invention sont faciles à démêler. Elles résident dans la régularité des forces de la pesanteur et de l'élasticité qui agissent *d'une manière continue* pour imposer l'oscillation, comparativement à l'irrégularité foncière des forces agissant par contact et surtout par choc.

Le moteur de l'horloge ne doit plus lancer un balancier qu'il lui faut ensuite arrêter pour le relancer en sens inverse : à chaque oscillation, son rôle se borne à restituer la petite quantité d'énergie absorbée par les frottements.

3° — Tout le monde sait avec quelle facilité on entretient une cloche en mouvement pour lourde qu'elle soit; il est même possible de la lancer en utilisant une force relativement faible, pourvu qu'on règle la période de la force sur la période d'oscillation de la cloche : preuve que l'amortissement est petit. L'énergie fournie par une traction sur la corde subsiste presque entièrement lors de la seconde traction : d'où l'augmentation régulière de l'amplitude.

Certes il faut 8 hommes pour mettre en branle le Bourdon de Notre-Dame de Paris : mais il pèse 16 tonnes.

Comme exemple d'amplitude énorme communiquée à un corps de grand moment d'inertie par une force synchrone, on donne toujours les cloches. L'exemple suivant me paraît plus curieux.

Pour lancer un pont de treillis à poutre continu, on le construit sur la rive, puis on le fait rouler en porte à faux normalement au fleuve, jusqu'à ce qu'il repose sur les piles. Pour diminuer le porte à faux, on fixe à son extrémité un bec plus léger qui rejoint la pile avant que la travée tout entière soit au-dessus du vide.

Voici une curieuse observation faite sur un pont de chemin de fer (passage du Niémen à Grodno). « Le vent suffisait à donner un mouve-

ment d'oscillation horizontale à la travée en porte à faux. Mais ses efforts n'étant pas réguliers, l'amplitude ne dépassait pas 30 millimètres. Au contraire, si un observateur placé au sommet de la seconde pile prenait avec la main la pointe du bec (*parvenu sur cette pile avec un porte à faux de 67 m.*) et lui imprimait des impulsions isochrones, il portait facilement à 40 centimètres l'amplitude des oscillations. »

Or cet oscillateur d'un nouveau genre pesait 292 tonnes!

Il serait curieux de déterminer par le même procédé la période d'oscillation de la Tour Eiffel.

4° — L'extrême diminution de l'énergie fournie par l'organe moteur (poids ou ressort moteur) eut une conséquence singulièrement heureuse qu'Huyghens ne prévoyait pas. A mesure que cette énergie diminue, il est possible d'en rendre la restitution plus régulière : sans rien changer à l'échappement, du seul fait qu'il travaille moins, les effets de ses défauts de construction s'atténuent. Conséquence : l'amplitude du balancier des horloges perfectionnées devient quasi constante; corrélativement il importe peu que les oscillations soient *isochrones* (c'est-à-dire indépendantes de l'amplitude).

Nous savons qu'Huyghens inventa simultanément la régulation par le pendule et le pendule cycloïdal dont les oscillations sont théoriquement isochrones. On s'aperçut bientôt que ce dernier n'a que des inconvénients : on revint au pendule circulaire ordinaire.

Nous avons dit ci-dessus que, pour l'échappement, la période constituée par un tour de la roue de rencontre est certainement plus régulière que la période constituée par chaque vibration du balancier. *En raison de l'inertie considérable que l'invention d'Huyghens permet de donner au balancier*, les petites irrégularités de l'échappement ne produisent, d'une oscillation à l'autre, qu'un changement insignifiant d'amplitude. A l'intérieur d'une période constituée par un tour de la roue de rencontre, l'amplitude de l'oscillation peut varier, mais cette variation en plus et en moins de la moyenne est assurément très petite.

En résumé si l'amplitude n'est pas constante, sa variation périodique est extrêmement faible.

5° — La nature de l'invention d'Huyghens est mise en évidence par une curieuse pratique des horlogers, maintenue jusqu'au milieu du XVIII^e siècle (on en retrouve la trace dans les *Manuels Roret*).

On utilisait pour les montres l'ancien échappement à palette et à recul ci-dessus décrit. Après de nombreux tâtonnements, on trouva commode de régler la force motrice par rapport au moment d'inertie du balancier, de manière que *sans spiral régulateur* la montre fit 27 minutes à l'heure, c'est-à-dire retardât de 33 minutes. On ajoutait alors un spiral dont on réglait la longueur de manière que la montre avançât de 33 minutes sur sa première marche. Ainsi la montre fonctionnait avec ou sans spiral régulateur, mais sa marche était plus rapide *et plus*

régulière avec le spiral. Avec les échappements modernes, la montre ne fonctionne pas sans son spiral régulateur.

L'échappement à roue de rencontre et palettes se trouve encore dans les vieilles horloges de nos campagnes.

Je me sers d'une telle horloge dont l'*arc de levée* (parcours du pendillon nécessaire pour que l'échappement fonctionne, demi-amplitude minima) vaut 7° ; l'arc de fonctionnement est de 14° .

Grâce au dispositif décrit au § 18, les arcs sont moitié moindres pour le pendule.

Pour obtenir quelque régularité avec les horloges à balancier inerte, on était obligé de prendre les arcs beaucoup plus grands (de l'ordre de 40° et 120°). Quand on appliqua le pendule aux horloges, on crut d'abord nécessaire de conserver des arcs notables; les horlogers du début du XVIII^e siècle imposaient aux pendules de leurs grosses horloges des parcours allant jusqu'à 50° , ce qui forçait d'appliquer une force notable aux rouages du mouvement. D'où l'intérêt au moins théorique du pendule cycloïdal. On s'aperçut bientôt que le système fonctionnait mieux avec de petits arcs; qu'au surplus le recul amenait en partie l'isochronisme. A peine inventé, le pendule cycloïdal fut abandonné.

Comme nous allons le voir, l'échappement à *roue de rencontre* avance aux grands arcs; autrement dit, il avance par augmentation de la force motrice. Conséquemment il corrige en partie le défaut d'isochronisme des oscillations pendulaires.

6. Avance ou retard des horloges par variation du couple moteur ou des frottements.

1^o — Avec les anciennes horloges à roues de rencontre et à balancier inerte (§ 3), quand on augmentait le poids moteur, l'amplitude augmentait; simultanément la période diminuait considérablement : l'horloge avançait.

Qu'arrive-il pour une horloge réglée par un pendule?

Supposons d'abord que l'échappement ne modifie par la période.

En augmentant le poids, on augmente l'amplitude.

Les oscillations du pendule circulaire n'étant pas rigoureusement isochrones et la période croissant avec l'amplitude, l'horloge retarde, mais de peu (voir le tableau du tome I, § 157).

Ajoutons l'échappement. Ce fut un grand étonnement pour les horlogers contemporains d'Huyghens de constater que la période de leurs horloges devenait presque indépendante du poids moteur. Mais ils constatèrent aussi que suivant les échappements, et pour un échappement donné, suivant le profil de ses courbes, tantôt l'horloge avance, tantôt elle retarde quand on augmente le poids moteur.

L'échappement modifie la période du pendule libre; il la modifie en fonction de l'amplitude, suivant une loi qui dépend des conditions de l'expérience. Précisons ces conditions.

2° — Nous pourrions nous servir de la formule établie au tome I, § 157, mais il vaut mieux reprendre l'analyse directe du phénomène en n'utilisant que les résultats qualitatifs de ce paragraphe et la figure qui le termine.

Supposons d'abord que le choc ait lieu au voisinage de la position d'équilibre, un peu après cette position, alors que l'élongation est θ . Soit u la vitesse de rotation *alors à peu près constante*. Le temps mis pour parvenir à l'élongation θ est :

$$\theta : u.$$

Brusquement alors, un choc fait passer la vitesse de la valeur u à la valeur $u + \delta u$. Le temps qu'avec cette nouvelle vitesse le mobile *aurait* mis à passer de la position d'équilibre à l'élongation θ est $\theta : (u + \delta u)$. D'où un allongement de la période égal à :

$$\delta T = \frac{\theta}{u} - \frac{\theta}{u + \delta u} = \frac{\theta \cdot \delta u}{u^2}, \quad (1)$$

ce qui est précisément la formule du tome I, § 157.

Ainsi quelles que soient les forces amortissantes pour le reste de l'oscillation, l'allongement de la période se calcule immédiatement, connaissant la vitesse maxima et la variation que le choc imprime à cette vitesse. C'est un allongement si le choc a lieu après le passage à la position d'équilibre; c'est un raccourcissement s'il a lieu avant ce passage, comme on le voit immédiatement en reprenant le raisonnement précédent. De toute manière, la variation est proportionnelle à l'élongation θ pour lequel le choc se produit.

3° — Soit I le moment d'inertie du balancier. Son énergie cinétique maxima est $u^2 I : 2$. Quand la vitesse croît de δu , cette énergie croît de :

$$\delta W = 2Iu\delta u.$$

Transportons la valeur de δu dans la formule (1), il vient :

$$\delta T = \frac{\theta}{2Iu^3} \delta W.$$

Conséquence de cette formule : tout ce qui augmente les frottements, par conséquent tout ce qui diminue la vitesse u au passage par la position d'équilibre, augmente l'effet d'un échappement qui fournit une énergie constante δW à une distance constante θ de la position d'équilibre.

Voici une intéressante application de cette règle. Pour une montre accrochée (*au pendu*), les frottements sont plus grands que pour une montre posée sur un plan horizontal (*au plat*). Donc l'effet de l'échappement sur la période est plus grand au pendu qu'au plat.

Si (comme c'est le cas d'un échappement libre à ancre) l'échappement allonge la période, la montre au pendu retarde par rapport à la

montre au plat. Si (comme c'est ordinairement le cas de l'échappement libre à détente et à coup perdu, § 27) l'échappement raccourcit la période, la montre au pendu avance par rapport à la montre au plat.

4° — C'est un leurre d'espérer calculer l'allongement ou le retard dû à un échappement, tant les phénomènes sont complexes.

Mais on trouve facilement l'allure des phénomènes.

Comme exemple voyons ce qui se passe pour un échappement *libre*

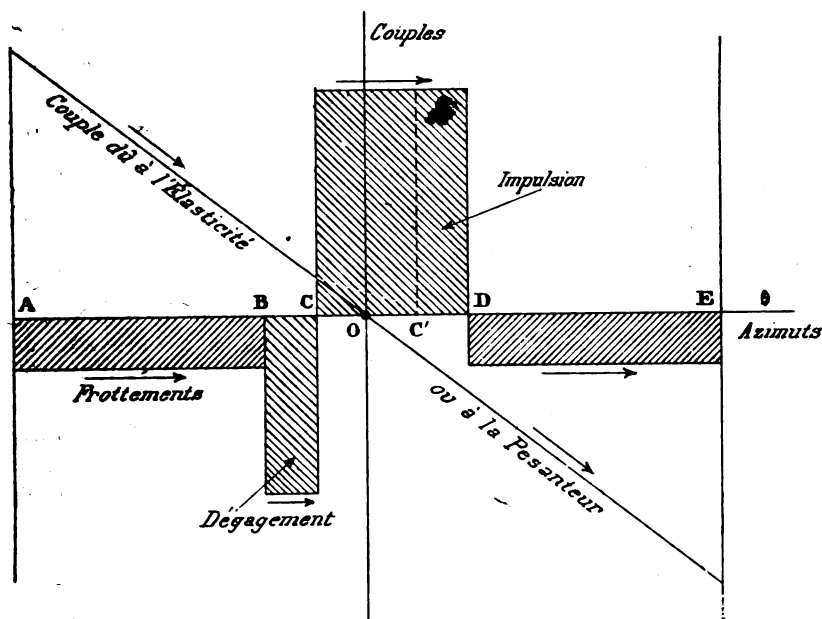


Fig. 7.

à ancre (§ 24) tel qu'on le construit ordinairement (échappement pour chronomètres).

La figure 7 représente schématiquement la loi des couples pour une demi-oscillation.

De A en B le balancier est soumis à l'action accélératrice du ressort spiral et à l'action retardatrice des frottements. Ceux-ci amènent un allongement de la période, mais qui sera compensé par la diminution produite suivant le parcours égal DE.

En B a lieu le *dégagement*. Pour obtenir un certain déclenchement (dont nous allons dire le rôle), le balancier doit produire un effort; d'où un retard qui n'est compensé par rien. Le déclenchement a mis en œuvre un appareil d'impulsion qui produit un couple accélérateur de C en D. Il est tel que la somme des aires ombrées soit nulle.

L'avance suivant CO est compensée par un retard suivant OC'.

Mais le retard produit par le couple accélérateur suivant C'D n'est compensé par rien.

En définitive suivant BC s'exerce un couple retardateur, suivant C'D s'exerce sur un couple accélérateur qui tous deux produisent un allongement de la période.

Conséquence : la période du système avec son échappement est plus longue que la période du système débarrassé de son échappement; l'échappement allonge la période.

5° — CHOIX DU POIDS MOTEUR.

Les échappements usuels des horloges (à repos de Graham, à chevilles...), agissent en majeure partie après le passage du pendule par sa position d'équilibre. Ils allongent donc la période; cet allongement diminue quand l'amplitude augmente.

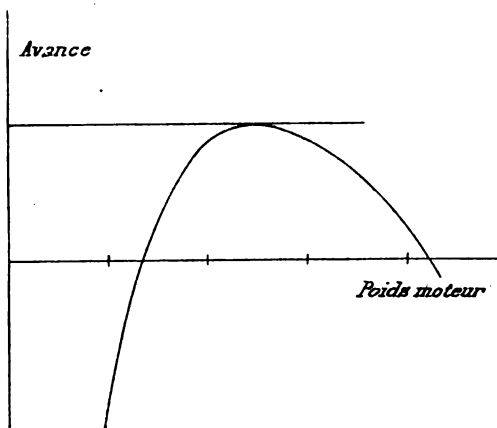


Fig. 8.

On dit parfois qu'ils produisent une avance aux grands arcs. Cela signifie, non pas qu'aux grandes amplitudes ils diminuent la période, mais qu'ils l'allongent moins qu'aux petites amplitudes. L'avance

aux grands arcs est relative : c'est la diminution d'un retard.

En conséquence l'augmentation du poids moteur produit ordinairement une avance, au moins tant que l'amplitude ne devient pas trop grande.

Après quoi c'est la variation de l'amplitude qui agit le plus (nous savons que les oscillations d'un pendule ne sont pas rigoureusement isochrones) : la période passe donc par un minimum (fig. 8). C'est pour le poids moteur qui correspond à ce minimum, que les variations d'amplitude (dues par exemple à l'épaississement des huiles) agissent le moins sur la marche.

De même pour les chronomètres, si le ressort spiral n'est pas isochrone et retarde aux grands arcs (comme le pendule), l'échappement avançant aux grands arcs peut amener un isochronisme plus parfait.

L'action de l'échappement n'est donc pas nécessairement nuisible; elle peut compenser, et d'une manière très rationnelle, le défaut d'isochronisme. Nous verrons que dans ce but les horlogers du XVIII^e siècle préconisaient l'échappement à recul; c'était une erreur au point de vue mécanique. Il faut toujours que l'échappement restitue l'énergie quand

le pendule est au voisinage de sa position d'équilibre : nous venons de montrer qu'en produisant son effet *un peu après* le passage à cette position, l'échappement compense le défaut d'isochronisme. Les échappements à recul au contraire agissent au bout des oscillations; leur action est considérable, mais très difficilement réglable en raison de la variation des frottements.

7. Échappement de Graham (à repos).

1° — La roue dentée tend à tourner dans le sens F sous l'action du poids P. Nous figurons ses dents triangulaires; comme seule leur pointe entre en prise, leur profil est quelconque, mais évidé de manière à ne pas gêner le mouvement des autres pièces.

L'ancre tourne autour de l'axe O. Elle porte deux becs *abc, def*, qui constituent sa partie active; la forme du reste est quelconque, mais suffisamment évidée. Les profils *ab, de*, sont les *repos d'entrée et de sortie*; les profils *bc, ef*, sont les *inclinés d'entrée et de sortie*.

2° — Étudions le fonctionnement de l'appareil à partir de la position figurée. Supposons l'ancre liée au pendule. La roue d'échappement tournant dans le sens F, la pointe d'une dent de gauche appuie sur l'incliné *bc*, pousse l'ancre dans le sens F', et lui donne une petite impulsion. L'ancre tourne d'un angle *i*.

La dent de gauche *échappe*.

Après une petite rotation de la roue (*chute*), une dent de droite tombe sur le repos *ed*. Comme le profil *ed* est un arc de circonférence ayant le point O pour centre, il y a repos pour la roue : son azimuth reste invariable pendant les opérations que nous allons voir.

L'ancre continue son mouvement dans le sens F', parcourt l'arc *supplémentaire s* et atteint son élongation maxima. Elle revient, parcourt l'angle *s* en sens contraire, puis un petit angle *r* (*repos*);

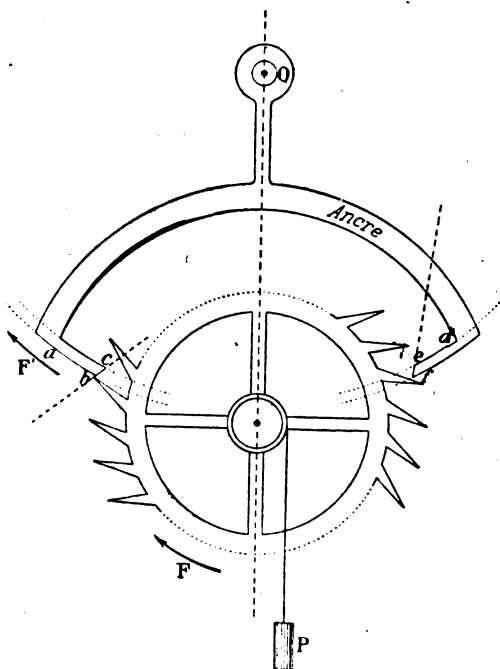


Fig. 9.

après quoi la pointe de la dent de droite atteint le bord e de l'incliné ef .

Ces opérations constituent une demi-période du phénomène.

Pour obtenir la seconde demi-période, répétons ce qui précède en changeant droite en gauche, et réciproquement.

La pointe de la dent de droite glisse sur l'incliné ef , puis échappe. L'ancre décrit l'arc d'impulsion i dans le sens inverse de F' . Après la chute, une dent de gauche tombe sur le repos ab dont le profil est un arc de cercle de centre O ; la roue se repose. L'ancre se meut vers la droite, décrit l'arc s , atteint son élongation maxima, revient, décrit l'arc s en sens inverse, puis le petit arc r . La pointe d'une dent de gauche atteint le bord b de l'incliné bc : la période est accomplie.

Et ainsi de suite.

En définitive partons d'un bout de l'oscillation. L'ancre décrit l'angle s supplémentaire, le repos r , l'angle d'impulsion i , enfin l'angle supplémentaire s de l'autre côté.

La somme de ces angles vaut deux fois l'amplitude A :

$$2A = s + r + i + s = r + i + 2s.$$

Les angles r et i sont donnés par construction; s est arbitraire. L'angle r est nécessaire pour que deux échappements immédiatement consécutifs soient impossibles : il faut être sûr qu'après la chute, la dent que l'ancre doit arrêter tombera bien effectivement sur elle.

Théoriquement rien n'empêche de prendre nul l'angle supplémentaire s .

Le parcours correspondant à cette hypothèse s'appelle *levée apparente* :

$$l = r + i.$$

C'est le double de l'amplitude *minima* compatible avec le fonctionnement du système.

Réprenons en détail la description précédente.

8. Tracé de l'échappement de Graham.

1° — Il est très intéressant comme montrant la complexité des problèmes pratiques. Quand les algébristes arrivent là-dedans, ils ne savent plus à quel saint se vouer; tout est arbitraire. Étant incapables de s'en tirer, ils déclarent que ça n'a pas d'intérêt. Si l'on n'avait pas l'expérience pour supprimer l'arbitraire, on serait bien malheureux.

Partons du cercle C (de rayon R) sur lequel sont les pointes des dents (seule partie agissante). Raisonnons sur 30 dents à 12° l'une de l'autre; la figure 10 les montre plus écartées pour la commodité du dessin, le lecteur ne s'étonnera donc pas que mes angles soient faux.

Première arbitraire : nous allons prendre 4 dents et demie pour intervalle de l'ancre. Rien n'impose ce nombre; dans le cas usuel où

il y a 30 dents, on prend ordinairement 7 dents et demie; mais on va jusqu'à 10 dents et demie, c'est-à-dire jusqu'au tiers de la circonférence.

Quoi qu'il en soit, divisons les deux derniers intervalles en quarts. Prenons les points A aux derniers quarts. Pour cinq intervalles nous avons 60° , desquels je retire deux quarts d'intervalle, soit 6° .

Reste 54° que je divise par 2. D'où $\alpha = 27^\circ$.

Ainsi sont définis les points fondamentaux A.

En A menons les tangentes au cercle C. Elles se coupent au point O qui sera l'axe de l'ancre.

Du point O comme centre décrivons le cercle C'.

Les becs de l'ancre sont compris entre deux cercles de centre O. A la rigueur ces cercles pourraient couper le cercle C en deux points distants de 6° (demi-intervalle). Mais il n'y aurait pas de jeu, *pas de chute*. A peine la dent 6 aurait elle échappé, que la dent 1 viendrait en prise. Nous diminuons donc *arbitrairement* la distance des cercles qui limitent les becs de l'ancre.

Ces becs, en acier, sont portés par une pièce de laiton; elles reposent dans une gorge fraisée où elles sont maintenues par des plaques vissées.

2° — Il s'agit maintenant de disposer les *inclinés*, ou *faces de levée*. Nous sommes gênés par la dissymétrie essentielle, inévitable, de l'appareil. Quoi que nous fassions, nous ne pouvons réaliser des deux côtés l'identité des actions.

Le *repos* de gauche est la face inférieure du bec; c'est la face supérieure à droite. Les *inclinés* sont évidemment l'un vers le bas, l'autre vers le haut. Il y a de ce chef dans nos solutions une dissymétrie impossible à supprimer.

Dans la figure 10, je suppose que la dent 6 vient d'échapper. *Je maintiens la fourche immobile*. On est au milieu de la chute; ni l'un ni l'autre becs ne touchent l'ancre. La dent 1, après avoir fini la chute, tombe sur le repos du bec de gauche. D'où la nécessité que le bout *a* de ce repos soit un peu en dedans du cercle C. La petite longueur dont il a fallu avancer le bec dans la fourche BB est vue du centre O de rotation, à la distance $\overline{AO} = L$, sous un angle r qui est l'*angle de repos*.

Il est de l'ordre de $30'$. Nous n'avons du reste pas à nous en préoccuper; grâce à la mobilité du bec dans la fourche, c'est une question de réglage.

Je prends alors la fourche à la main et la déplace très lentement dans le sens *f*. Après qu'elle a tourné de l'angle r , la pointe de la dent 1 arrive au début *a* de l'*incliné*.

Cet *incliné* (*face de levée* ou *d'impulsion*) est déterminé par la condition que le glissement de la pointe tout de son long corresponde à la rotation *i* (*angle d'impulsion*) de la fourche.

On se reportera à la petite figure, à gauche et en haut, où le bec d'entrée est reproduit, rectifié.

On a :

$$i = \overline{bc} : L, \quad \overline{bc} = h \operatorname{tg} \gamma$$

h est la largeur du bec, γ est l'inclinaison de la face de levée.

L'angle i est de l'ordre du degré.

Bref à partir de l'instant où la pointe de la dent 6 échappe, où la pointe de la dent 1 arrive sur le repos du bec de gauche, jusqu'à l'ins-

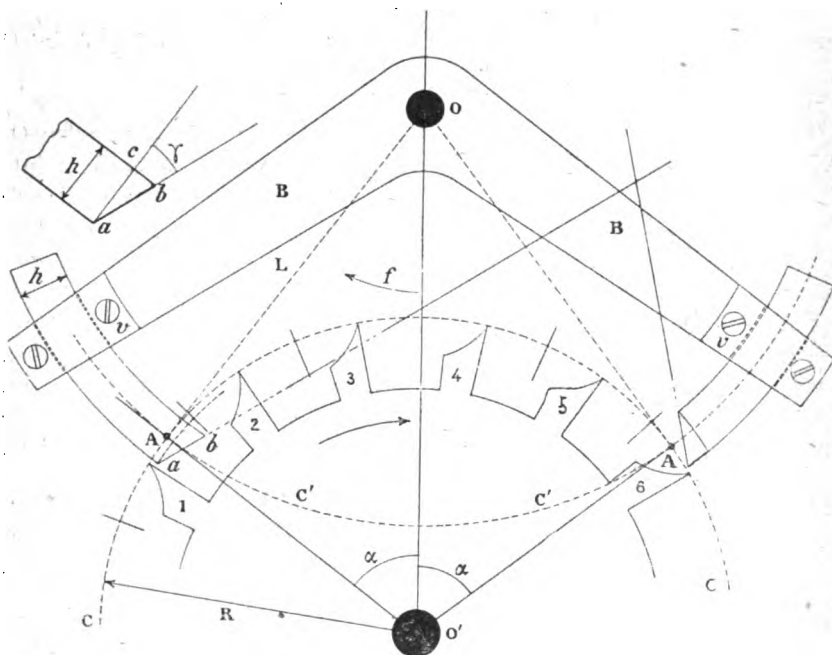


Fig. 10.

tant où la dent 1 échappe, la fourche tourne d'un angle (dit de *levée*) défini par la rotation :

$$\text{levée} = \text{repos} + \text{impulsion} = l = r + i.$$

La levée est de l'ordre de $1^{\circ} 30'$.

On prendra pour l'autre bec la même inclinaison γ .

A l'instant où la dent 1 échappe, la chute commence. A la fin de la chute, la pointe de la dent 5 tombe sur le repos du bec de droite.

Arrêtons le système, revenons en arrière. Par un réglage convenable du bec de droite dans la fourche, arrangeons-nous de manière que la pointe de la dent 5 arrive à l'incliné après la rotation r de la fourche. Elle glisse alors sur l'incliné, forçant la fourche à tourner de l'angle i . Enfin elle échappe après que la fourche a tourné de l'angle (de levée) $l = r + i$. La période du phénomène est accomplie.

L'angle de levée est donc le double de l'amplitude minima que doit avoir l'oscillation de la fourche pour que l'appareil fonctionne : c'est aussi bien l'arc total dont la fourche doit tourner, alternativement dans un sens et dans l'autre, pour que le fonctionnement soit possible.

De cet angle de levée, la portion i est déterminée par construction, la portion r est réglable à volonté, grâce à la mobilité des becs dans la fourche.

Mais rien ne nous force à arrêter la fourche immédiatement après l'échappement de la dent 1 ; sans inconvénient elle peut parcourir, aller et retour, un certain arc s supplémentaire, pendant lequel la dent 5 frotte sur le repos du bec de droite. De même après l'échappement de la dent 6, au lieu d'envoyer immédiatement le point a vers la gauche, nous pouvons lui faire parcourir vers la droite l'angle s .

En définitive, soit A l'amplitude de l'oscillation de la fourche ; on a :

$$2A = r + i + 2s = l + 2s.$$

$2A$ est de l'ordre de 3 à 4°.

3° — Pour fixer les idées, mettons tout cela en nombres. Posons que le nombre de dents à la roue d'échappement est de 30 ; le nombre des dents embrassées par l'ancre est de 7,5.

Prenons 30 mm. pour rayon de la roue. On a :

$$7,5 \times 12 = 90, \quad \alpha = 90 : 2 = 45^\circ, \quad L = R = 30 \text{ millimètres.}$$

Posons que la largeur h des becs sous-tend un angle de 3° (au lieu du maximum 6) à son intersection avec le cercle C.

D'où :
$$h = 30 \times 0,105 = 3,15 \text{ millimètres.}$$

Prenons 1° pour l'angle d'impulsion. Nous avons :

$$\overline{bc} = 30 \times 0,01745 = 0,52 \text{ millimètres.}$$

$$\operatorname{tg} \gamma = 52 : 315 = 0,61, \quad \gamma = 31^\circ \text{ environ.}$$

La longueur qui correspond au repos de 30' est :

$$\overline{bc} : 2 = 0,26 \text{ millimètres.}$$

4° — ÉGALISATION DES REPOS.

Avec quelque soin qu'on ait réglé les becs dans la fourche, en les faisant glisser dans leurs gorges, le revissage des vis v amènerait à lui seul une petite irrégularité. Aussi raccorde-t-on toujours l'ancre au pendule par une pièce qui permet d'égaliser les intervalles entre les battements successifs. L'oreille est choquée par la moindre inégalité ; sous ce rapport sa précision atteint facilement le centième de seconde.

La tige AB est montée sur l'axe horizontal de l'ancre qui est dans le

prolongement de l'axe du pendule. Elle porte à sa partie inférieure un cadre de laiton dans lequel glisse l'écrou E d'une vis V. Sur l'écrou est fixée une tige cylindrique horizontale qui entre juste dans une rainure verticale R ménagée dans la tige du pendule P. En faisant tourner la vis V, on modifie l'azimut relatif de la tige AB et du pendule: on obtient l'égalité des intervalles entre les battements successifs.

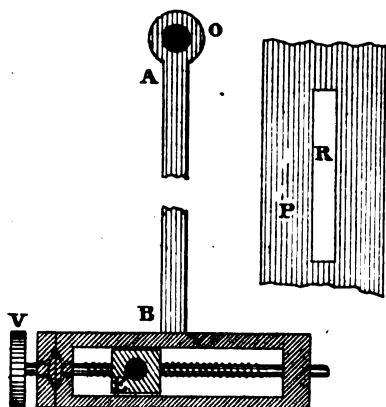


Fig. 11.

Si par construction les angles d'impulsion i sont égaux pour les deux becs (égalités des angles γ), l'égalité des battements amène l'égalité des sommes $r + s$. En raison de la dissymétrie, l'égalité de ces sommes n'im-

plique pas l'égalité des chemins parcourus par les pointes des dents sur les repos des becs à droite et à gauche.

9. Couples dus à l'échappement de Graham.

1° — La figure 12 représente la loi de variation des couples appliqués

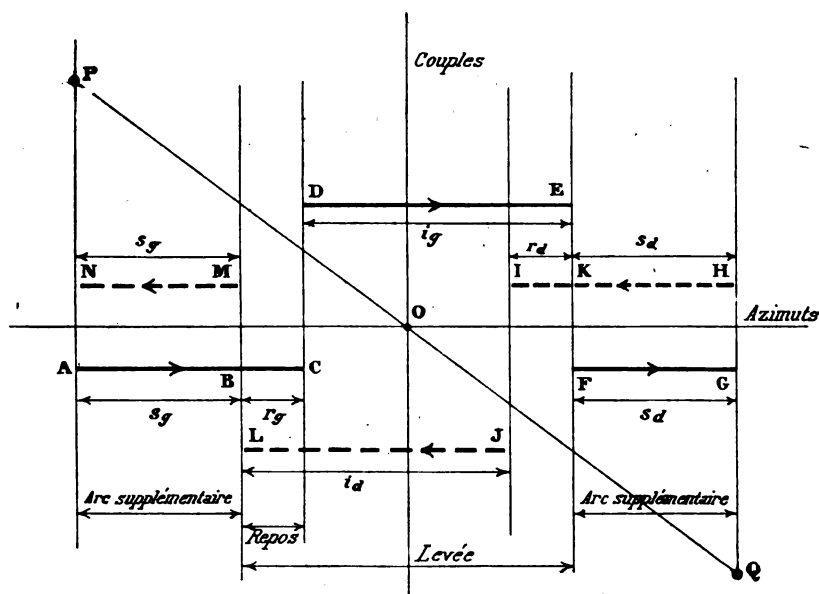


Fig. 12.

au pendule. J'y suppose les frottements indépendants de la vitesse et le couple exercé par la roue constant.

En POQ est représenté à part le couple quasi linéaire dû à la pesanteur.

De A à C, la dent de gauche frotte sur le repos du bec de gauche; elle parcourt l'arc $s_g + r_g$ (supplémentaire + repos). Le couple est résistant, négatif par conséquent.

De D à E a lieu l'impulsion sur l'incliné de gauche; il correspond à l'angle i_g . Le couple est moteur.

L'échappement se produit à gauche; c'est au tour du bec de droite de supporter la roue le long de l'arc supplémentaire s_d . Le couple est négatif. Pour l'équilibre dynamique la somme des travaux des couples doit être nulle.

Pendant le retour du pendule la courbe des couples est HKIJLMN. Il y a repos sur le bec de droite (parcours $s_d + r_d$), impulsion par le bec de droite (i_d), enfin repos à gauche sur l'arc supplémentaire (s_g).

2° — De ce qui précède résulte immédiatement que *la période du pendule libre est plus courte que la période du pendule entretenu*.

En effet l'entretien n'est pas symétrique par rapport à la position d'équilibre : il se fait en majeure partie après la traversée de la position d'équilibre : d'où retard.

Seconde conséquence : l'importance relative de la dissymétrie diminue quand l'amplitude augmente.

Il y a donc avance aux grands arcs du fait de l'échappement.

Je ne dis pas que pour les grands arcs, l'échappement produit une avance; il produit toujours un retard, mais dont la grandeur décroît quand l'amplitude augmente. La période du pendule est toujours plus longue (à égalité d'amplitude) que si l'échappement n'existait pas; mais l'allongement diminue à mesure que l'amplitude augmente.

Troisième conséquence : *l'échappement corrige en partie le non-isochronisme des oscillations*.

Nous savons en effet que les oscillations d'un pendule ne sont pas isochrones. Elles dépendent de l'amplitude et croissent quand l'amplitude augmente. L'allongement de la période par l'échappement décroissant quand l'amplitude augmente, une compensation partielle a toujours lieu.

10. Echappement à ancre (à recul).

1° — Les échappements à recul (dont le prototype est l'échappement à roue de rencontre ci-dessus décrit) ne sont plus guère employés que dans les horloges de fabrication commune. Ils conservent un rôle pédagogique intéressant en raison de la discussion dynamique de leurs propriétés. Je décrirai donc le plus usuel : ce que j'ai dit de l'échappement à repos de Graham me permet d'être bref.

Pour passer de l'échappement à repos à l'échappement à recul, nous modifions les profils des repos; ils ne font plus partie de circonférences ayant leurs centres sur l'axe O de l'ancre.

Le lecteur n'oubliera pas que seules sont actives les pointes de la roue d'échappement (fig. 13).

Dans l'échappement à repos les profils des repos sont am pour l'entrée, $a'm'$ pour la sortie : ce sont des circonférences de centre O . Prenons maintenant pour centres deux points tels que C et C' ; les profils deviennent an et $a'n'$; l'échappement est à recul.

En effet la dent 6 vient d'échapper, l'ancre va vers la droite.

La pointe de la dent 1 tombe sur le pseudo repos du bec A .

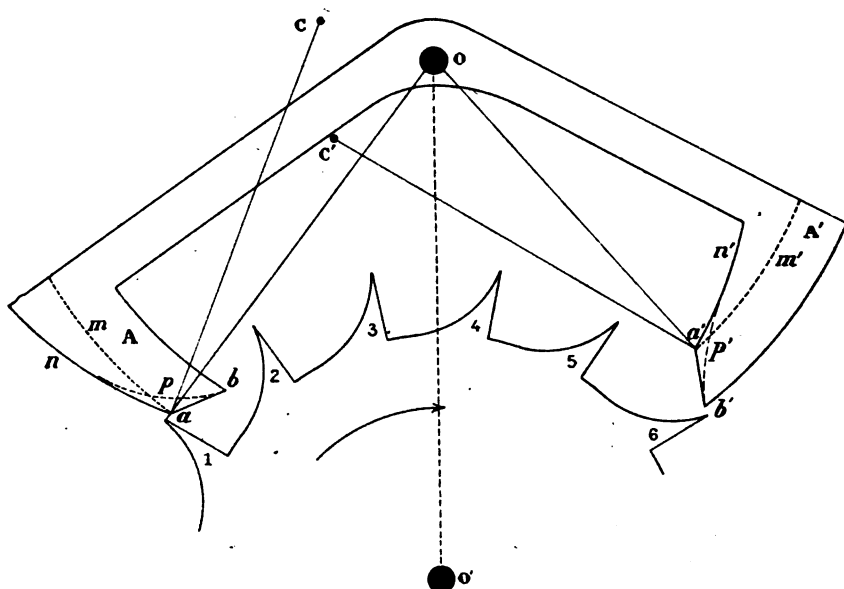


Fig. 13.

En raison de la forme du profil an , elle recule légèrement, quand l'ancre continue sa course vers la droite.

Arrivée au bout de son oscillation, l'ancre rétrograde : la pointe de la dent 1 avance d'abord lentement le long du pseudo repos na , puis vite le long de la levée ab ; après quoi elle échappe.

Même raisonnement pour la dent 3 dont la pointe tombe alors sur le pseudo repos $a'n'$ du bec A' .

Il y a dans le choix des points C et C' un arbitraire que chaque constructeur supprime à sa manière. Au surplus rien ne force à conserver les points anguleux a et a' ; on arrondit les becs comme le représentent les traits bpn , $b'p'n'$.

C'est au petit bonheur que cet arrondissement est effectué.

2° — Les horlogers du XVIII^e siècle attachaient au recul une importance énorme, parce qu'il corrige le non-isochronisme des oscillations. Discutons ce point.

Les oscillations du pendule ne sont pas isochrones; la variation de la période croît comme le carré de l'amplitude. Elle n'aurait aucune importance *si l'amplitude restait constante* : nous ne demandons à l'horloge que l'invariabilité de la période; peu nous importe qu'elle soit invariable pour une raison ou pour une autre. Mais la force motrice restant constante, l'épaississement des huiles amène une diminution continue de l'amplitude : d'où l'intérêt d'une période rigoureusement indépendante de l'amplitude, intérêt d'autant plus grand qu'on utilise des amplitudes plus grandes.

Aujourd'hui pour les horloges astronomiques, on utilise des huiles épaississant peu; on choisit une amplitude maxima extrêmement petite : dans ces conditions les variations *accidentelles* du fait de l'amplitude sont de l'ordre de celles que cause la variation de la pression atmosphérique, variation qu'on ne peut éviter. De plus une horloge astronomique se règle autant dire tous les jours; on ne lui demande une marche invariable que pendant quelques jours, enfin on corrige les variations *systématiques* de marche avec de petits poids ajoutés. On utilise donc des échappements *à repos*, simples de construction et dont les propriétés sont bien nettes. Nous savons du reste qu'ils amènent une avance aux grands arcs (§ 9) et corrigent un peu le non-isochronisme des oscillations.

Nos pères avaient la prétention d'attaquer le problème de front : d'où les échappements *à recul*. Ils avaient d'ailleurs la prétention que leurs pendules d'appartement, fussent exactes; aujourd'hui nous considérons comme un réglage excellent une variation de 5 à 10 minutes par quinzaine (ce qui fait beaucoup plus de 20 à 40 secondes par jour, en raison des compensations d'erreurs qui se produisent ordinairement). Or dans les pendules d'appartement l'amplitude de l'oscillation des pendules est de l'ordre de 10° (arc total 20°); d'autre part, le moteur est un ressort sans *fusée*; dans ces conditions l'isochronisme vrai serait évidemment utile, la force motrice variant au moins du tiers de sa valeur entre les valeurs qui correspondent aux états extrêmes de tension du ressort moteur.

3° — Le lecteur se reportera au tome I, § 120. Sous une autre forme il retrouvera dans l'échappement à recul le mécanisme décrit en cet endroit. La pression P est due au rouage; elle est sensiblement invariable. Les cylindres an , $a'n'$, jouent le rôle du cylindre ABC de la figure 130.

Toutefois les frottements compliquent le phénomène.

Voici comment on peut poser le problème.

On se donne les frottements; par exemple, les huiles sont fraîches. On modifie l'amplitude en faisant varier le poids moteur. On conçoit que par un choix convenable du profil des pseudo repos an et $a'n'$, la période puisse être rendue indépendante de l'amplitude, c'est-à-dire du poids moteur. Effectivement Berthoud obtint par tâtonnement un

échappement à recul tel que l'isochronisme n'était pas sensiblement altéré en multipliant par 11 la force motrice.

Ce résultat serait plus facilement atteint en combinant un échappement à repos avec le système *cylindre-levier* que j'ai décrit, ou avec un appareil à ressort tel que celui du paragraphe 124, tome I.

Mais en pratique le problème se pose autrement. On laisse invariable le poids moteur, on fait varier les frottements, par suite l'amplitude varie; on demande d'obtenir l'isochronisme. Il est sûr que les deux problèmes ne sont pas résolus simultanément. Corrélativement le résultat de Berthoud, très intéressant en soi, est d'intérêt pratique minime. Le second problème, *qui est le vrai*, paraît bien difficile à résoudre : comment raisonner et expérimenter sûrement sur des huiles épaissies?

Et c'est pourquoi les échappements à recul sont abandonnés pour les horloges précises. On préfère supprimer le problème en limitant les amplitudes, que de chercher à le résoudre par la complication de l'appareil dont la discussion devient impossible.

4° — EXPÉRIENCES DE BERTHOUD.

Je trouve dans le traité de Berthoud des expériences intéressantes pour fixer les ordres de grandeur et montrer comment se pose le problème des échappements.

Il opère avec une horloge d'expérience réduite à 2 mobiles. Le premier est constitué par un axe portant le cylindre sur lequel s'enroule la corde tirée par le poids, et une roue de 180 dents. Le second axe porte un pignon de 6 ailes et une roue d'échappement de 60 dents.

On modifie la forme de l'ancre d'une expérience à l'autre.

Berthoud opère d'abord avec un échappement à repos de Graham (§ 7). Voici les résultats. Par *arc* il faut entendre le double de l'amplitude. Par *marche* il faut entendre l'avance diurne.

Poids	1	2	3
Arcs	8°	12°	14°
Marches	0	— 120°	— 168°

L'arc de levée était de 5° 30'.

Remplaçant l'échappement à repos par un échappement à *grand recul*, il trouve :

Poids.	1	2
Arcs	8°	10°
Marches	0	+ 204°

Ainsi au lieu d'un retard croissant avec le poids, nous avons maintenant une avance. Enfin avec un recul modéré, il trouve une durée d'oscillation indépendante du poids.

5° — On peut se demander jusqu'à quel rouage le recul reste perceptible. Cela dépend évidemment de sa grandeur. Très grand sur la roue

d'échappement dans un coucou, par exemple, il reste nettement perceptible sur la roue de seconde ; on le distingue avec une loupe sur la roue de centre. Il n'est donc pas absolument exact de dire que les rouages d'une horloge ne fonctionnent que dans un seul sens, les roues menant les pignons : pendant le recul, les pignons mènent les roues.

11. Divers échappements à ancre (repos et demi-repos).

La figure 14 représente deux échappements très faciles à construire et qu'on utilise fréquemment, surtout le premier.

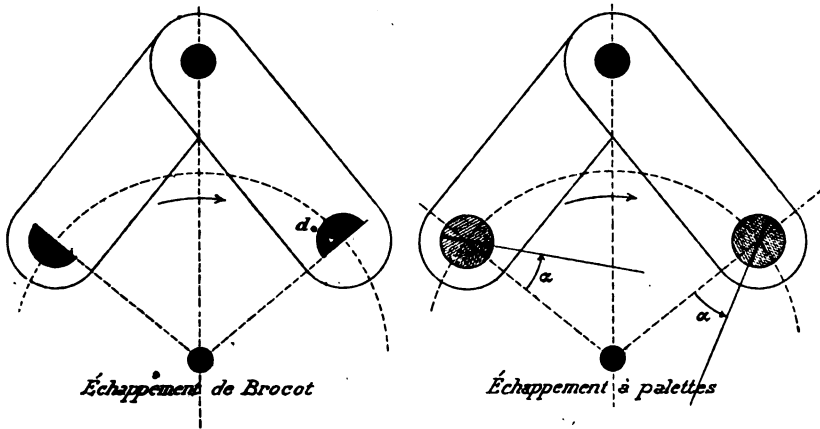


Fig. 14.

Je n'ai pas représenté la roue d'échappement.

1° — ÉCHAPPEMENT DE BROCOT.

Les inclinés sont constitués par des demi-rouleaux en acier ou en pierre. La pointe de la dent est schématiquement représentée par la cheville *d* qui se meut dans le sens de la flèche.

Le lecteur vérifiera qu'il existe un recul très léger.

2° — ÉCHAPPEMENT A PALETTES.

Les palettes sont des lamelles d'acier insérées dans des bouchons métalliques qui entrent dans des trous percés dans l'ancre. Les palettes se règlent et se remplacent aisément. Le recul croît avec l'angle α .

3° — ÉCHAPPEMENT AVEC INCLINÉS SUR LA ROUE.

Dans les échappements qui précèdent, les dents de la roue n'agissent que par leur pointe ; peu importe leur profil ; on le choisit quelconque, mais tel, que les dents soient solides et que précisément seule la pointe entre en prise. Dans l'échappement qui suit, les inclinés sont sur les dents. Le recul dépend de l'angle α que fait la face utile (avant) de la dent avec le rayon. Si cet angle est nul, l'échappement est à repos, puisque les droites *ab*, *cd*, qui passent par les axes géométriques de rotation et par le début de l'incliné de la dent, sont prises perpendiculaires l'une sur l'autre.

L'ancre porte deux fines goupilles.

Je ne signale cet échappement que pour fixer les idées; il est difficile

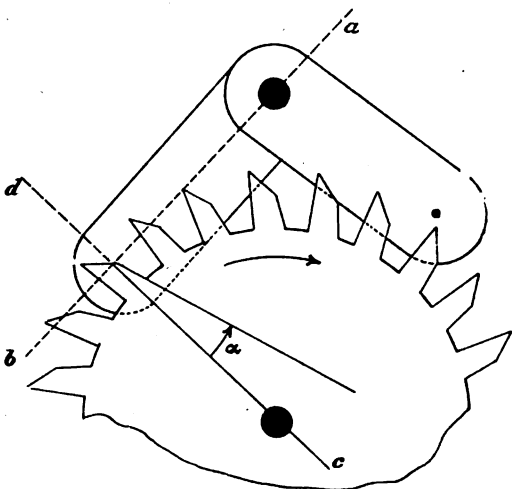


Fig. 15.

à construire, puisqu'il faut réaliser identiques entre eux autant d'inclinés qu'il y a de dents. A la vérité on prend toujours les inclinés rectilignes, les tentatives pour leur donner une forme théoriquement optima, n'ayant rien donné de bon; encore faut-il que l'angle α soit le même pour tous.

12. Échappement à cylindre (à repos).

Il n'est pas employé; je le décris pour que le lecteur comprenne ensuite

plus facilement le dispositif à cylindre pour montres.

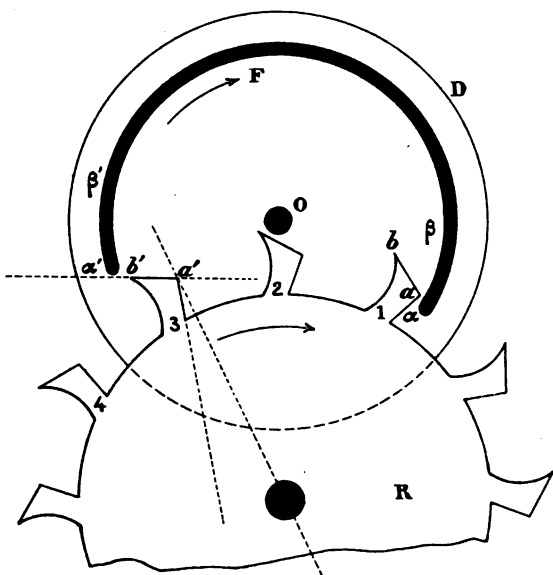


Fig. 16.

La roue d'échappement R tourne dans le sens de la flèche. L'axe O de la pièce oscillante porte normalement un disque D sur lequel est ménagé (au tour) un cylindre mince $\alpha'\beta'\beta\alpha$ coupé entre α et α' .

Pour que les dents de la roue R puissent passer, nous supposons le disque D au bout de l'axe O, en l'air.

Les inclinés sont en ab , $a'b'$, sur les dents; les repos sont constitués par les faces $\alpha'\beta'$ (extérieure), $\alpha\beta$ (intérieure) du cylindre.

Pendant les repos, les pointes a , a' , de la roue appuient contre ce cylindre.

Ceci posé, le fonctionnement est facile à comprendre

A l'instant représenté, la dent 3 vient d'échapper; le cylindre tourne dans le sens F. La pointe α appuie sur le repos $\alpha\beta$.

Le pendule finit son oscillation et revient; quand le bord α du cylindre arrive au niveau de α , l'incliné ab entre en prise, pousse le cylindre en sens inverse de F. La dent 1 échappe. La dent 4 tombe alors sur le repos $\alpha'\beta'$ sur lequel elle appuie par sa pointe α' .

Et ainsi de suite.

13. Échappement à chevilles (à repos).

1° — C'est un échappement à *repos* très employé dans les horloges (ordinaires et de précision).

La roue d'échappement d'axe O' tend à tourner dans le sens de la

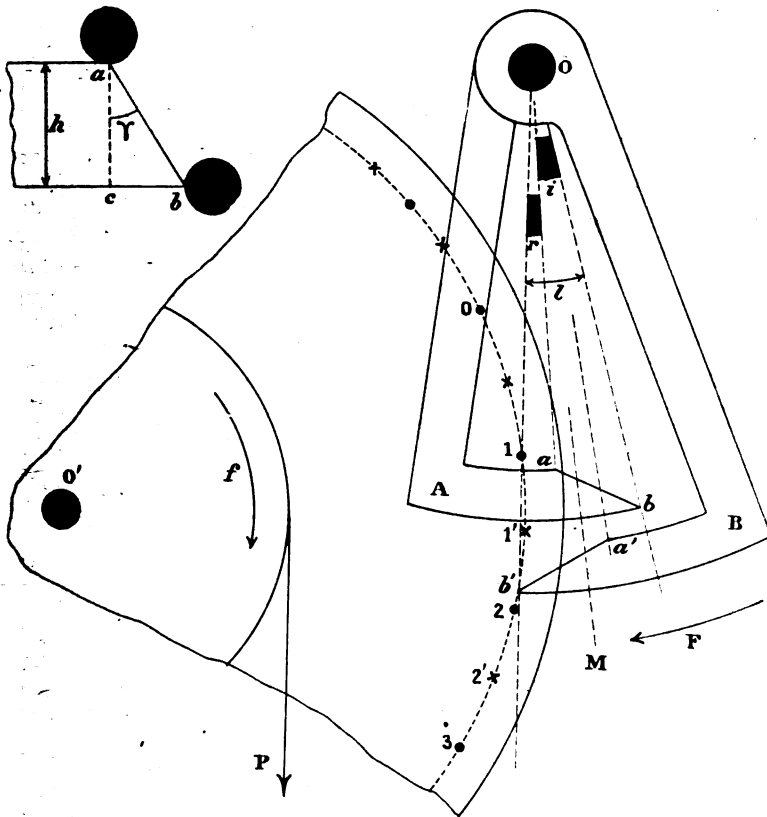


Fig. 17.

flèche f sous l'action du poids P. Trente goujons 0, 1, 2, ... équidistants de 12° , sont implantés normalement à son plan sur une circonférence (cercle des goujons).

La fourchette AOB dont les tiges sont angulairement réglables, tourne autour de l'axe O dans le prolongement de l'axe du pendule.

Elle suit le pendule dans ses oscillations, grâce à une pièce analogue à celle de la figure 11.

Les bords supérieurs quasi horizontaux des becs A et B sont des circonférences de centre O (repos).

Les becs sont terminés par des plans *inclinés* que nous allons tracer.

Tenons la fourchette immobile. Nous sommes au milieu de la *chute*; le goujon 2 vient d'échapper au bec B, le goujon 1 va tomber sur le repos du bec A.

Dès que le goujon 1 a touché le bec A, déplaçons la fourche dans le sens F. Elle décrit l'angle r (*repos*), tandis que le goujon frotte contre la partie circulaire du bec; la roue O' reste immobile. Puis le goujon atteint l'*incliné* du bec et glisse dessus : la fourche décrit l'angle i (*impulsion*); après quoi le goujon échappe.

L'angle $i + r = l$, est la *levée*.

Aussitôt revenons en arrière.

En traçant convenablement le bec B, nous pouvons nous arranger de manière que le goujon 1 frotte sur le repos du bec, tandis que nous déplaçons la fourche de l'angle r , puis glisse sur l'incliné, tandis que nous la déplaçons de l'angle i . Après quoi le goujon 1 échappe définitivement. La période du phénomène est accomplie.

2° — La *levée* est donc l'angle minimum dont il faut tourner la fourche, alternativement dans un sens et dans l'autre, pour que l'appareil fonctionne; c'est le double de l'amplitude minima.

Rien n'empêche d'ajouter à ce minimum deux arcs supplémentaires s que le goujon parcourt sur le repos, aller et retour.

L'amplitude A de l'oscillation est alors donnée par la formule :

$$2A = r + i + 2s.$$

Fixons les idées par quelques nombres. On fait par exemple dans les horloges de précision :

$$\begin{aligned} r &= 30', & i &= 1^\circ 30', & l &= 2^\circ; \\ s &= 30', & 2A &= 3^\circ. \end{aligned}$$

On ne dépasse pas l'étendue totale : $2A = 4^\circ$.

Pour un pendule d'un mètre de long, cela correspond à un déplacement linéaire total D de l'extrémité inférieure :

$$D = 17,43 \times 4 = 69,8 \text{ millimètres.}$$

La longueur L des tiges de la fourche est de l'ordre de 5 cm.

L'impulsion se produit évidemment en majeure partie après le passage par la position d'équilibre qui correspond à la position de la fourche pour laquelle la droite OM est tangente au cercle des goujons. *La période du pendule libre est donc plus courte que la période du pendule entretenu.* Tout ce que nous disons plus haut de l'échappement de

Graham, s'applique sans y rien changer. En particulier, il y a avance aux grands arcs; l'échappement tend à produire l'isochronisme.

L'échappement est dissymétrique en raison des longueurs différentes des tiges de la fourche; les mêmes angles r et i ne correspondent ni au même parcours du goujon sur le repos, ni à la même inclinaison β des inclinés sur les rayons.

Nous verrons plus loin comment on remédie à ce défaut.

3° — Je raisonne ci-dessus comme si les goujons étaient infiniment minces. La petite figure 17, en haut et à gauche, montre que dans le calcul de l'inclinaison γ des inclinés, il faut tenir compte de leur rayon ρ ; il doit être ajouté à la partie $\overline{bc}$.

On a :

$$i = (\overline{bc} + \rho) : L.$$

Corrélativement on peut réduire à zéro l'angle des droites Ob et Oa' (qui représente le repos dans le cas d'une goupille infiniment mince), sans réduire à zéro le repos réel.

Égal à $\rho : L$, il est d'ordinaire plus que suffisant.

Au reste nous n'avons pratiquement pas à nous en préoccuper puisque la fourche est formée de deux tiges angulairement réglables.

4° — CHUTE.

Précisons la notion de *chute* qui revient comme un refrain dans la théorie des échappements.

Pour faciliter la représentation je donne à l'ancre et aux chevilles des translations rectangulaires.

La figure 18 à gauche suppose les chevilles cylindriques.

La cheville b échappe quand son diamètre horizontal atteint l'extrémité Q de l'incliné PQ . Le parcours effectué à partir de ce moment jusqu'à ce qu'elle rencontre le plan TR de l'autre bec, est la *chute*. Elle est nécessairement égale au rayon de la cheville *plus un jeu*. En effet quand l'ancre reviendra vers la gauche, les chevilles seront en a' , b' , c' ;

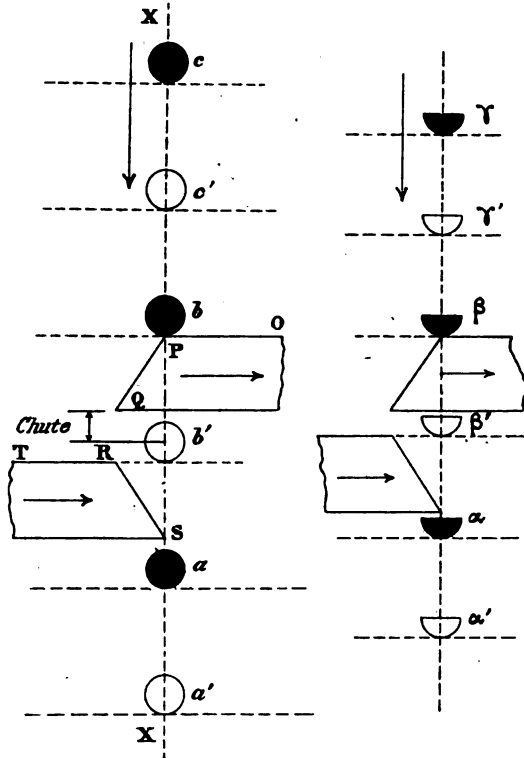


Fig. 18.

l'échappement ne commencera sur l'incliné RS que lorsque les pointes R et Q seront sur la ligne XX : *il ne faut pas qu'alors la pointe Q rencontre la cheville.*

Or la chute doit être diminuée le plus possible tant à cause des trépi-

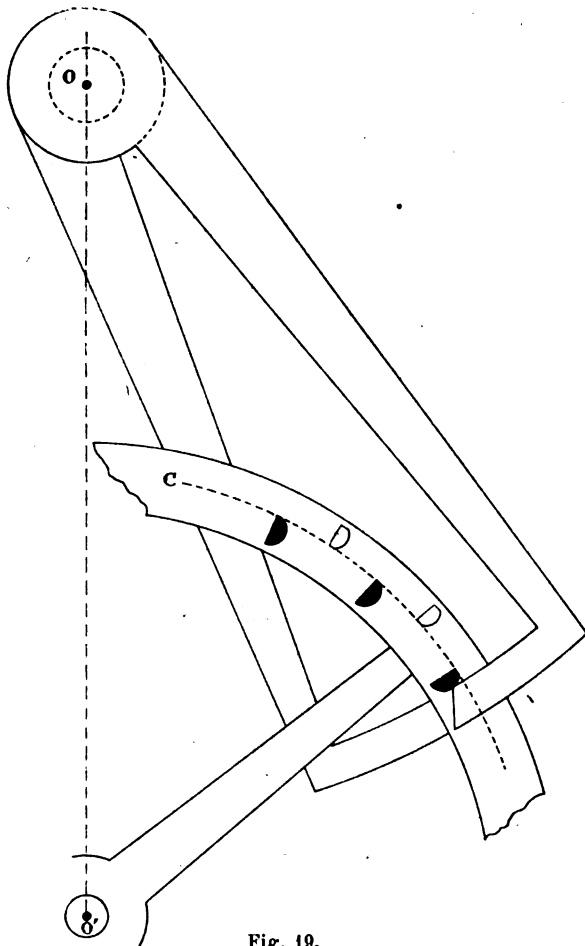


Fig. 19.

dations et de l'usure qu'elle produit, qu'en raison de l'énergie inutilement employée.

Lepaute imagina de retrancher la moitié de la cheville (fig. 18 à droite), de sorte qu'*au jeu près*, dès que la cheville a échappé, elle se trouve sur le plan de repos de l'autre bec, *sans danger d'être atteinte par le premier bec à son retour.*

Pour le même travail fourni à l'ancre, la figure montre que le déplacement des chevilles, par suite le travail emprunté aux poids moteurs, sont moindres.

14. Perfectionnement de Lepaute.

Lepaute en 1753 perfectionna l'échappement à chevilles (d'Amant) en lui donnant plus de symétrie (fig. 19).

Les chevilles sont placées alternativement sur les deux faces de la roue d'échappement, 30 d'un côté, 30 de l'autre, si l'on veut que la roue fasse un tour par minute.

Les deux bras de l'ancre ont par suite la même longueur.

L'ancre tournant autour du point O, les *repos* sont sur une même circonférence de centre O; son rayon est déterminé par la condition

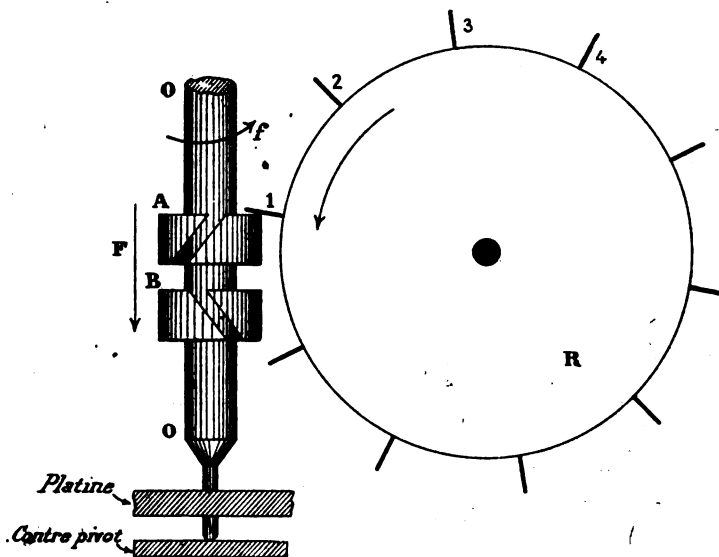


Fig. 20.

qu'elle passe par le point de contact de la tangente menée du point O à la circonférence C que nous allons définir.

Les chevilles noircies de la figure (elles sont censément plantées sur la face *vue* de la roue d'échappement) agissent par leur côté extérieur; les autres agissent par leur côté intérieur. Pour amener la symétrie la plus grande possible il est préférable qu'elles tangent extérieurement et intérieurement la même circonférence C.

La valeur désirée du repos est obtenue en réglant l'écartement des tiges.

Tel que l'échappement à chevilles est quasi parfait.

15. Échappements à repos (axes perpendiculaires).

1° — Dans une série d'échappements, l'axe de la roue d'échappement est normal à l'axe autour duquel oscille le pendule.

La figure 20 représente le mécanisme auquel ils se ramènent; nous en trouvons un exemple usuel dans le métronome.

La roue d'échappement R porte des chevilles qui s'appuient sur des pièces A, B, cylindriques, entaillées, montées sur l'axe OO du pendule.

Pour l'instant OO tourne dans le sens f . La cheville 1 repose sur la pièce A. Elle est atteinte par l'incliné de cette pièce; elle pousse le pendule dans le sens f , puis elle tombe sur le repos de B. Le pendule revient; la cheville est atteinte par l'incliné de B, lance le pendule et échappe définitivement, tandis que la cheville 2 tombe sur le repos de A. Et ainsi de suite.

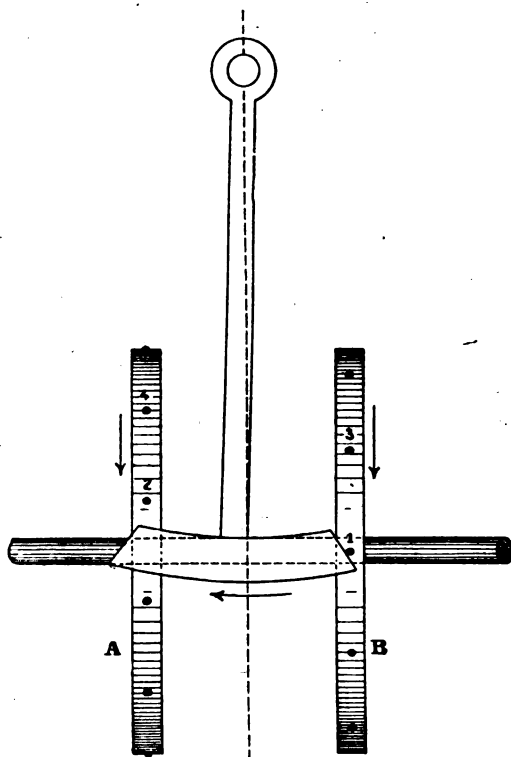


Fig. 21.

L'inconvénient de ce système est que l'axe OO est toujours poussé dans le sens F ; l'un des pivots s'use donc plus rapidement. On est forcé de prendre des précautions spéciales pour l'entretenir d'huile; le *contre-pivot* doit être particulièrement soigné. Le lecteur se rendra compte des phénomènes sur un métronome; il verra que le pendule est toujours poussé vers l'avant de l'appareil avec une force assez considérable. Le *contre-pivot* est une petite plaque de fer noyée dans la paroi avant.

On trouve des échappements analogues dans les télégraphes à cadran (voir mon *Cours de Magnétisme*, II, § 122).

2° — La figure 21 représente un échappement à repos, parfaitement symétrique, à axes rectangulaires, où la roue d'échappement est doublée. Les roues montées sur le même axe portent des chevilles radiales, alternées (la figure n'indique que les trous où elles sont plantées).

Actuellement la cheville 1 agissant sur l'incliné droit pousse l'ancre vers la gauche; quand elle échappera, la cheville 2 tombera sur le repos gauche. Puis le pendule reviendra vers la droite; ce sera au tour de la cheville 2 de glisser sur l'incliné gauche et d'échapper.

Et ainsi de suite.

16. Échappement du métronome. Rouage.

1° — Il rentre dans la catégorie des échappements à repos et à chevilles. Je le décris en raison de la facilité qu'on a de l'étudier.

Les chevilles a, b, c, d , sont dans le plan de la roue; elle tourne autour de l'axe O' dans le sens de la flèche, entraînée par le ressort moteur. L'axe OO' à mettre en oscillation supporte la tige du mé-

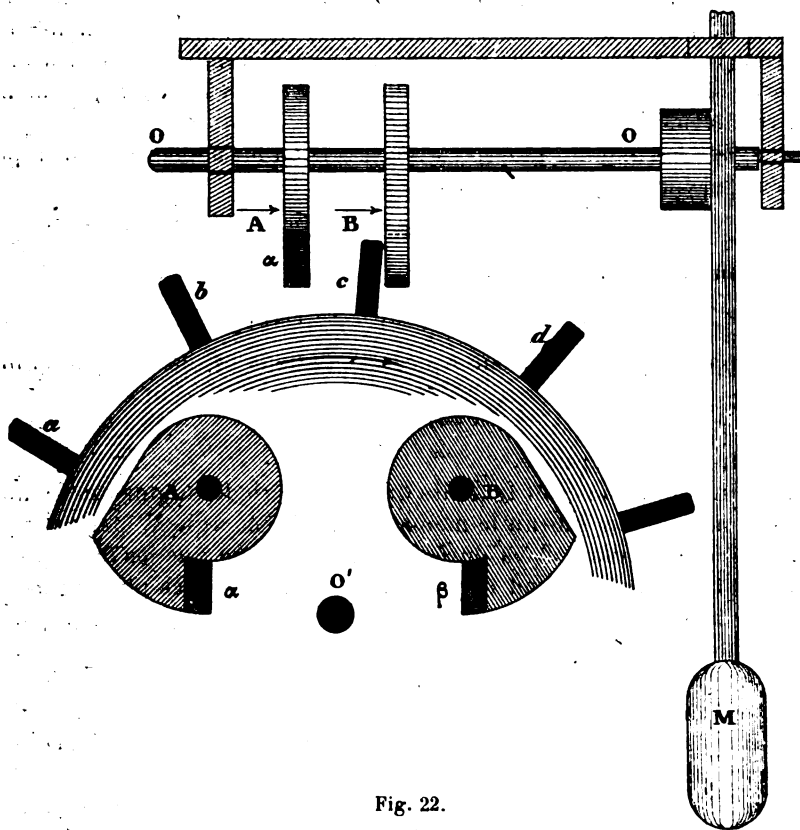


Fig. 22.

nome dont on voit en M la masse de plomb inférieure. Sur cet axe sont montées les palettes A et B. Au bas de la figure elles sont représentées vues par leur face avant, l'observateur étant à gauche. Ce sont deux petites plaques d'acier, biseautées en α et β .

Quand la cheville appuie sur le plat, la roue est immobile, il y a repos. Quand la cheville appuie sur l'un ou l'autre biseau, elle chasse le pendule de manière que la masse aille vers l'arrière du tableau pour le biseau α , vers l'avant du tableau pour le biseau β .

Quand le pendule est vertical, les bords tranchants des biseaux se projettent à peu près l'un sur l'autre et sur la verticale. En raison de l'épaisseur des chevilles, l'échappement a lieu sur α quand le pendule

s'incline de l'angle $l:2$ sur la verticale, la masse M en arrière du tableau; il a lieu sur β quand le pendule s'incline de l'angle $l:2$ sur la verticale, la masse M en avant du tableau. L'angle l est la *levée de l'échappement*; il vaut 40° environ dans les métronomes que j'ai sous la main.

Pour que les battements soient équidistants, la distance des faces antérieures planes des palettes est égale à la moitié de la distance des chevilles. Pour augmenter l'intensité des *tocs* que le métronome est destiné à produire, la *chute* est exagérée: cela signifie que la rotation *libre* de la roue, rotation sans effet utile pour l'entretien du mouvement, est relativement considérable.

J'engage le lecteur à mesurer avec précision les angles r et i de repos et d'impulsion, par conséquent leur somme :

$$l = r + i.$$

Sur un métronome, je trouve

$$r = 30^\circ, \quad i = 10^\circ, \quad l = 40^\circ.$$

Je rappelle que l'amplitude A des oscillations est donnée par la formule :

$$2A = r + i + 2s;$$

s est l'arc supplémentaire.

2° — L'amplitude croît très vite quand la période augmente. Comme le système moteur fournit la même quantité d'énergie W pour chaque période, quelle que soit sa durée, il faut conclure que les frottements croissent beaucoup quand la période diminue (vitesses plus grandes).

Pour fixer les idées, supposons que les frottements soient en partie indépendants de la vitesse, en partie proportionnels à la vitesse. Dans le premier cas, le travail absorbé est proportionnel à l'amplitude θ_0 et indépendant de la période. Dans le second cas, il est facile de voir que le travail absorbé par oscillation est proportionnel au carré de l'amplitude et en raison inverse de la période.

Soit en effet $\theta = \theta_0 \sin \omega t$, l'équation du mouvement.

Le couple résistant est à chaque instant $f d\theta : dt$.

Le travail qui correspond au parcours $d\theta$, est :

$$f \frac{d\theta}{dt} d\theta = f \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 dt = f \omega \theta_0^2 \cos^2 \omega t \cdot \omega dt.$$

Intégrons pour une période. On trouve immédiatement :

$$\pi f \omega \theta_0^2.$$

L'amplitude est donc fournie par la relation :

$$W = k \theta_0 + \frac{k'}{T} \theta_0^2.$$

Si $k' = 0$, l'amplitude doit rester invariable quelle que soit la période.

Si $k=0$, l'amplitude doit croître proportionnellement à la racine carrée de la période.

Je laisse au lecteur le soin de calculer ce qui arrive pour un frottement proportionnel au carré de la vitesse.

REMARQUE.

Dans certains échappements où se produit un véritable choc (*échappement à détente*, § 27), il serait faux de considérer la quantité d'énergie fournie à chaque oscillation comme indépendante de la période.

2° — ROUAGE DU MÉTRONOME.

Il est extrêmement simple et du système décrit au tome I, § 225.

La roue de barillet (de 120 dents) engrène sur un pignon (de 10 ailes) qui est solidaire de la roue d'échappement (24 chevilles).

Un tour du barillet correspond donc à $12 \times 24 = 288$ périodes, soit 576 battements.

Si l'arrêtage permet de remonter 6 tours et demi, le métronome donnera donc en tout $576 \times 6,5 = 3744$ battements. A 120 battements

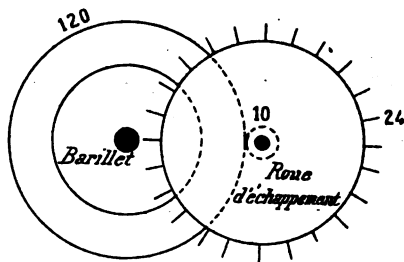


Fig. 23.

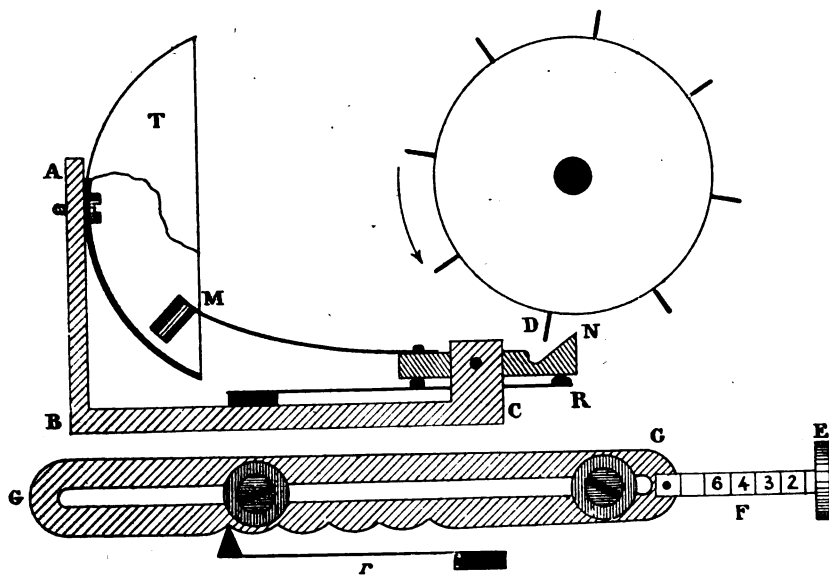


Fig. 24.

à la minute, il marchera un peu plus d'une demi-heure sans être remonté.

3° — MÉTRONOMES BATTANT LA MESURE.

Quelques métronomes perfectionnés (?) marquent par un coup de timbre le commencement des *mesures* à 2, 3, 4, 6 temps.

Pour cela, sur le même axe que la roue d'échappement (24 chevilles), sont montées parallèlement et à la même distance, quatre roues de construction identique, ayant respectivement 24, 16, 12, 8 chevilles.

La figure 24 montre celle de 8 chevilles.

Elles font un tour en 48 battements.

Quand la cheville D échappe au nez N, le marteau M, ramené par le ressort R, frappe sur le timbre T.

Reste à utiliser l'une ou l'autre des roues, ou à ne pas s'en servir. Pour cela le système ABC est monté sur la glissière GG qu'on manœuvre de l'extérieur à l'aide du bouton E. Sur la tige F du bouton sont marquées les *mesures* (les intervalles devraient être deux fois plus larges sur la figure). On amène donc la pièce N sous la roue qu'on désire, ou bien on la place extérieurement aux roues.

17. Échappement libre à détente et à coup perdu.

1° — On appelle *échappement libre* un mécanisme qui est déclenché par le pendule quand il passe par sa position d'équilibre et qui donne une impulsion. Pendant le reste de l'oscillation le pendule est libre.

Au § 183 du tome I je décris un échappement libre à *détente et à coup perdu*; l'impulsion est fournie par un courant.

La figure 23 représente l'échappement libre de Berthoud qui est le type du genre.

P est le pendule ou une fourchette dont les oscillations sont liées à celles du pendule (§ 8). Le levier *ab* tourne librement autour de l'axe *a* porté par P; il repose sur une goupille *g*. Le levier *edc* tourne autour de l'axe fixe *d*; il est appuyé contre la goupille *h* par le contrepoids *f*. La roue d'échappement R est arrêtée par l'extrémité *e* de ce levier.

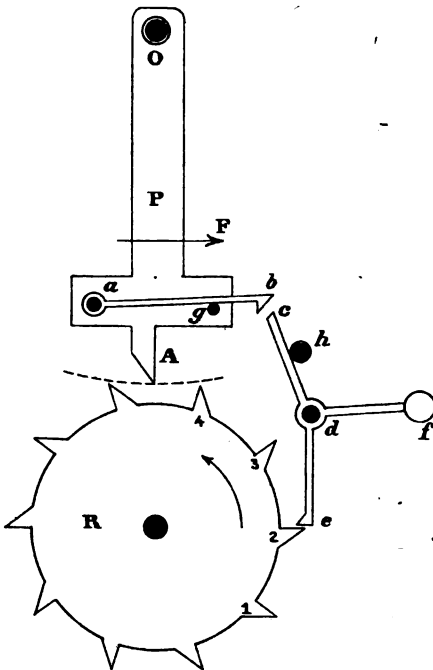


Fig. 23.

Quand P tourne dans le sens de la flèche F, la pointe *b* du levier *ab* glisse sur l'extrémité du levier *edc*. Rien d'autre ne se produit.

Quand P tourne en sens inverse, *b* accroche *c*, force le levier *edc* à tourner. La dent 2 de la roue R est dégagée, la dent 4 pousse le plan A.

Le levier *edc* revient sous l'action du contrepoids *f* ou d'un ressort; il reçoit la dent 1 de la roue d'échappement.

Cet échappement, qui est excellent pour les chronomètres (il a pourtant de graves défauts, § 27), donne pour les pendules des résultats très médiocres. En effet il ne correspond à sa définition que si le déplacement linéaire de *A* est assez grand.

D'autre part il ne peut fonctionner que si la pointe *A* passe librement entre les dents de la roue d'échappement quand elle est au repos, et

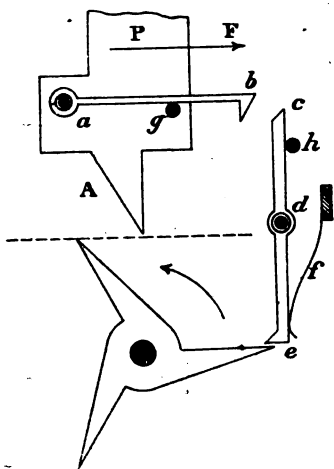


Fig. 26.

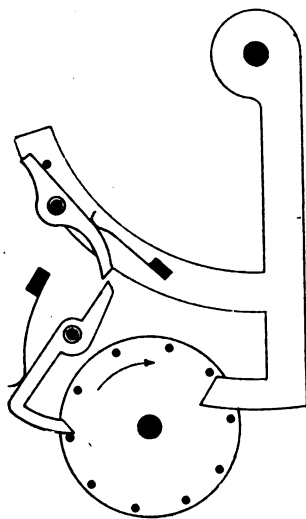


Fig. 27.

que si elle est atteinte quand la roue tourne; d'où la nécessité de rapprocher de la roue *R* l'axe de rotation *O* de la pièce *P*.

Ces conditions sont contradictoires avec l'emploi de petits arcs totaux d'oscillation, à moins de réduire considérablement, à 3 ou 4 pour préciser, le nombre des dents de la roue.

On dispose alors l'échappement au bas du pendule de manière que le déplacement de *A* soit suffisant.

La figure 26 représente ce que devient le mécanisme.

2° — On utilise comme horloge de coïncidence (§ 121) des horloges dont le pendule bat la demi-seconde. Pour n'entendre qu'un battement sur deux, on leur donne l'échappement à coup perdu que représente la figure 27.

La demi-oscillation de droite à gauche est *muette*; l'échappement ne fonctionne que pour la demi-oscillation de gauche à droite.

18. Liaison de l'échappement et du pendule.

1° — Aux paragraphes 63 du tome I et 8 de celui-ci j'ai déjà parlé de la *fourchette*, organe de liaison entre l'échappement et le pendule.

Voici quelques renseignements complémentaires.

Si les plans d'oscillation du pendule et du *pendillon* (partie verticale de la fourchette) qui sont nécessairement parallèles, coïncident, le pendule et le pendillon sont nécessairement à quelque distance l'un de l'autre. On les raccorde par une bielle transversale (fig. 28 à gauche). Rien n'oblige que les axes soient à la même hauteur. On profitait jadis de l'arbitraire pour réduire l'amplitude de l'oscillation du pendule

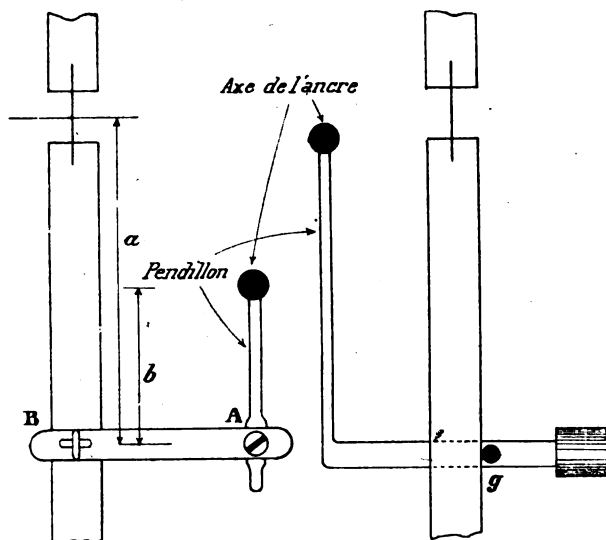


Fig. 28.

entretenue par un échappement à roue de rencontre. Les amplitudes p du pendule, f de la fourchette sont liées par l'expression :

$$ap = bf.$$

L'échappement à roue de rencontre ne fonctionne bien qu'avec des arcs totaux relativement grands (14° par exemple); en prenant $a = 2b$, on réduit l'arc du pendule à 7° (Voir § 5).

La bielle tourne à droite autour d'un axe formé par la tige d'une vis vissée dans la fourchette; elle tourne à gauche autour d'une goupille dont la tête allongée est disposée de manière que la bielle ne puisse s'enlever qu'orientée verticalement.

On utilise parfois un pendillon recourbé et surchargé dissymétriquement. La partie courbe porte une goupille g qui appuie sur la tête du pendule. Cette pression latérale change la position d'équilibre du pendule, ce qui n'a pas d'inconvénient. Les frottements sont minimums si les axes sont à la même hauteur. En allongeant la goupille g , on peut relier la fourchette et le pendule alors même que leurs plans d'oscillation sont à quelques centimètres l'un de l'autre.

2° — Le réglage de l'échappement se fait en calant la cage de l'horloge de manière à lui donner un azimut convenable par rapport à la verticale (position d'équilibre du pendule). Cela revient à imposer à l'ancre un azimut convenable par rapport à la roue d'échappement.

On fait en sorte que les battements soient égaux.

Le réglage est terminé en utilisant le système à coulisse décrit au paragraphe 8. Parfois la coulisse est solidaire du pendule.

3° — Quand on admet la même amplitude pour le pendule et le pendillon (ce qui est le cas ordinaire), le problème se pose de la meilleure longueur à donner à celui-ci. La théorie indique que pour éviter les secousses sur l'axe de rotation, il faut lancer le pendule en agissant à la hauteur de l'axe d'oscillation conjugué de l'axe de rotation actuel.

Assimilons la lentille à un disque à faces planes de rayon R .

Le carré du rayon de gyration par rapport à l'axe de ce disque est $R^2 : 2$.

Soit l la distance du centre de gravité à l'axe de rotation; sa distance l' à l'axe d'oscillation satisfait à la relation :

$$2l'l' = R^2$$

Pour fixer les idées, posons $l = 5R$; il vient $l' = R : 10$. C'est dire que le pendillon devrait être quasiment aussi long que le pendule.

En fait on prend le pendillon relativement court, égal au tiers de la longueur pour les pendules dont le battement est moins d'une demi-seconde, de l'ordre de 20 centimètres pour le pendule battant la seconde.

Quelques horlogers suppriment la fourchette et fixent l'ancre directement sur l'axe du pendule. Il suffit d'avoir une fois dans sa vie démonté une horloge pour trouver absurde cette soi-disant simplification.

CHAPITRE II

ÉCHAPPEMENTS POUR SPIRAL RÉGLANT

19. Remarques générales.

Il semble d'abord que tout ce qui convient au pendule, convienne au spiral; ne s'agit-il pas toujours d'un corps oscillant? C'est vrai, mais les oscillations s'effectuent dans des conditions extrêmement différentes.

Dans une horloge le pendule ne doit décrire que de très petits arcs; une amplitude de $\pm 3^\circ$ est considérée comme grande. Le balancier d'une montre fait de 270 à 540 degrés de parcours total, et cela dans un temps qui est ordinairement 5 fois plus petit.

Le travail qui entretient six jours un pendule pesant 10 kilogs, suffit à peine pour faire marcher un jour un chronomètre de marine dont le balancier pèse 4 grammes.

On conçoit que les échappements excellents pour le pendule puissent ne rien valoir pour le spiral.

L'échappement à repos, parfait dans le premier cas, est médiocre dans le second. L'échappement libre à coup perdu, médiocre dans le premier cas, a donné de bons résultats dans le second.

Une horloge doit être dans la position la plus immuable possible: un chronomètre est par nature transportable: il ne doit pas être sensiblement influencé par des mouvements brusques.

Bref on considère les fabrications d'une montre et d'une pendule comme de natures entièrement différentes, comme exigeant des études spéciales. A notre point de vue d'éducation générale, nous chercherons à faire ressortir ces différences.

20. Échappement à roue de rencontre.

Jusqu'en 1674 les montres étaient à roue de rencontre et balancier inerte. Il semble qu'on doive l'invention du spiral réglant à Huyghens; il paraît cependant que le spiral rectiligne ou ondulé ait été appliqué antérieurement par Hooke et par l'abbé Hautefeuille.

On a construit des montres à roue de rencontre jusqu'au milieu du siècle dernier.

La dernière édition du *Manuel Roret (Horloger rhabilleur)* consacre même 38 pages sur 220 à cet échappement qu'on n'emploie plus, dont il serait difficile de trouver un exemplaire : puissance de la routine ! Nous qui sommes à un point de vue différent, trouverons intéressant d'en dire quelques mots, ne serait-ce que pour préciser la partie mécanique et géométrique de la question.

J'emploie la transposition expliquée au paragraphe 3.

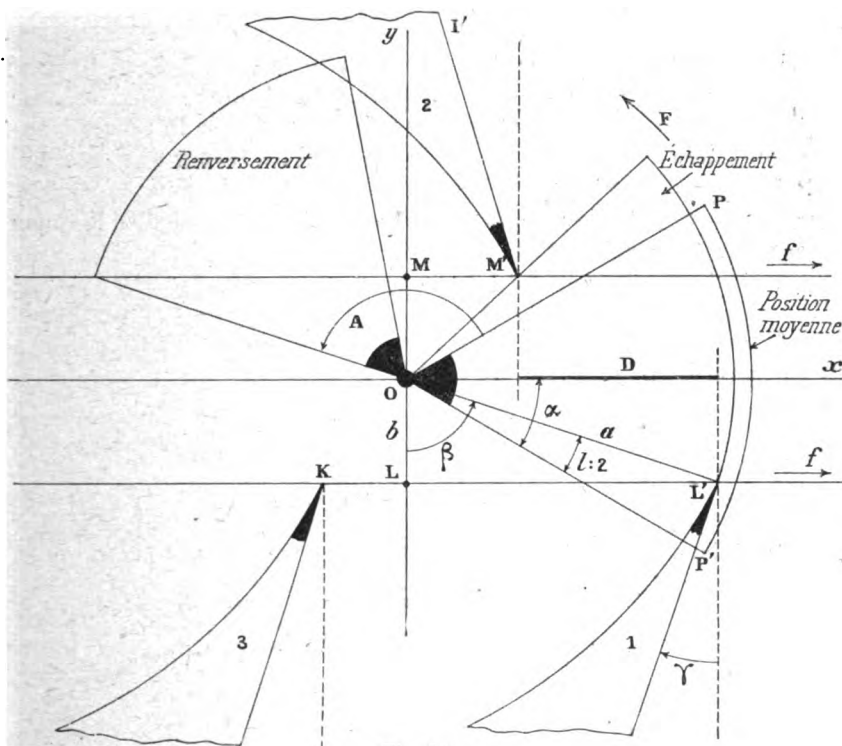


Fig. 29.

Les dents 1, 2, 3, se meuvent rectilignement dans le sens des flèches f .

Les palettes sont en OP, OP' ; elles font l'angle 2α .

Le lecteur vérifiera que dans la position réelle, l'ouverture ω des palettes est :

$$\omega = \pi - 2\alpha.$$

En POP' le système des palettes occupe la position moyenne.

La palette OP' fait l'angle $90^\circ - \alpha$ avec Oy .

J'appelle a la longueur $\overline{OP} = \overline{OP'}$, des palettes comptées à partir de l'axe géométrique *de la verge*; b est la distance $\overline{OL}$ de cet axe aux droites décrites par les pointes des dents.

L'angle β pour lequel se produit l'échappement de la dent 1, est donné par la formule :

$$\cos \beta = b : a.$$

La palette a tourné de :

$$\beta - (90 - \alpha) = \beta + \alpha - 90.$$

L'arc de levée est donc :

$$l = 2\beta + 2\alpha - 180.$$

C'est l'arc *minimum* que doit parcourir le système, alternativement dans les deux sens pour que l'échappement fonctionne.

Après l'échappement vient le *recul*. Il est limité par le *renversement*. On constatera sur la figure 29, que si le recul est trop grand, la palette OP échappe du côté qu'il ne faut pas; auquel cas la roue cesse d'agir sur les palettes et, n'étant plus arrêtée par rien, laisse défiler le rouage avec une vitesse croissante et dangereuse.

On vérifie immédiatement que l'amplitude *maxima* est

$$A = \beta + (90 - \alpha) = \beta - \alpha + 90.$$

Le parcours total *maximum* est donc :

$$2A = 2\beta - 2\alpha + 180.$$

Le recul est :

$$r = A - l : 2 = 180 - 2\alpha.$$

Introduisons l'ouverture $\omega = 180 - 2\alpha$. Nous obtenons les formules :

$$l = 2\beta - \omega, \quad 2A = 2\beta + \omega, \quad r = \omega.$$

Fixons tout de suite les idées par un exemple numérique.

Faisons :

$$2\alpha = \omega = 90^\circ, \quad l = 40^\circ.$$

Il vient :

$$\beta = 65^\circ, \quad 2A = 220^\circ, \quad r = 90^\circ.$$

$$\cos \beta = 0,427 = b : a.$$

2° — Calculons l'écartement *minimum* des dents. C'est celui que suppose la figure 29 : il n'y a pas de chute : aussitôt que la dent 1 échappe à la palette OP', la dent 2 entre en prise avec la palette OP. On a :

$$\beta + 2\alpha + \overline{M'OM} = \pi, \quad \overline{M'OM} = \pi - 2\alpha - \beta = \omega - \beta.$$

$$D = \overline{LL'} - \overline{MM'} = b[\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg}(\omega - \beta)].$$

$$2D = 2b[\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg}(\omega - \beta)] = 2a[\sin \beta - \cos \beta \cdot \operatorname{tg}(\omega - \beta)].$$

Faisons comme plus haut :

$$\beta = 65^\circ, \quad \omega = 90^\circ.$$

Il vient :

$$2D = 1,418 . a.$$

La figure 29 est construite dans l'hypothèse :

$$\alpha = 30^\circ, \quad \omega = 120^\circ, \quad b : a = 5 : 16 = 0,313;$$

$$\beta = 71^\circ 45', \quad l = 23^\circ 30', \quad 2A = 263^\circ 30';$$

$$2D = 1,198 . a = KL'.$$

Il va de soi que l'échappement ne peut pas fonctionner sans chute; ou doit donc prendre l'écartement des dents notablement plus grand que l'indique ce calcul.

Par exemple dans le premier cas qui ne s'éloigne pas beaucoup des conditions ordinaires pour l et pour ω , le rapport limite est :

$$\frac{a}{2D} = \frac{1}{1,418} = 0,705.$$

On conseille cependant de prendre 0,6 pour ce rapport, ce qui donne une chute notable, et facilite le réglage.

3° — Suivant les époques, l'ouverture des palettes a varié de 90 à 115 degrés. On a dépensé beaucoup d'encre pour justifier théoriquement les *grandes* ou les *petites* ouvertures; j'avoue que les raisonnements proposés me sont inintelligibles. Je ne vois pas *qu'entre des limites aussi resserrées, au voisinage d'un optimum expérimental*, la théorie puisse apprendre quoi que ce soit. Encore faudrait-il chiffrer ses arguments. Mais les excellents horlogers qui bataillent, invoquent tous leur grande expérience (en quoi ils ont raison), mais sont parfaitement incapables (lisez leurs écrits) de mettre quelque précision dans leurs arguments.

Les arcs $2A$ employés pour les montres diffèrent peu de 180° (au moins en France; ils étaient plus petits en Angleterre), le renversement ayant lieu vers 220° .

Comme on allait assez près du renversement, on le prévenait au moyen de goupilles, fixées sur le balancier; elles butaient sur une goupille fixe quand, pour une raison quelconque, l'amplitude devenait exagérée.

Voici un exemple de la manière dont on raisonne dans les traités d'Horlogerie. Je trouve dans Saunier (qui est classique) la phrase suivante : « Aucun horloger n'ignore qu'avec la plupart des échappements, la marche est d'autant plus soutenue, en thèse générale, que les arcs supplémentaires ont plus d'étendue relativement à l'arc de levée. » C'est vrai, excepté précisément *a priori* pour l'échappement à palettes dont il est question. On voudrait donc que l'auteur fit remarquer que dans l'échappement à palettes, il y a constamment *levée* au sens qu'il a lui-même choisi (arc suivant lequel le balancier reçoit l'impulsion) : le recul n'est en effet qu'une levée négative. On ne voit donc pas du

tout pourquoi l'exagération du recul (arc supplémentaire) par rapport à la levée *positive* doit *nécessairement* améliorer le système. Il se peut qu'il l'améliore pour d'autres raisons (§ 4); mais le principe invoqué n'en reste pas moins une fausse analogie.

On prenait généralement l'angle γ de 30° à 35° . La figure montre la nécessité de cette *inclinaison*, pour éviter qu'aux grands arcs la palette OP vienne heurter la face avant M'I' de la dent (*rebattement*). C'est ce qui arriverait pour les elongations supérieures à $90 - \alpha$, si l'on prenait $\gamma = 0$. Dans tout ce qui précède nous supposons que seule la pointe de la dent entre en prise.

Pour faciliter la comparaison entre l'emploi de la roue de rencontre pour les horloges et pour les montres, rappelons que dans les horloges d'appartement *comtoises*, l'arc de levée est de 6° environ, l'arc total de 10 à 15° . Dans ces conditions l'ouverture des palettes est arbitraire; on la prenait de 50 à 60° .

Au reste dans les horloges actuelles fabriquées pour la campagne, l'ancre à recul a détrôné la roue de rencontre.

21. Échappement à cylindre (à repos).

C'était jadis l'échappement usuel pour les montres ordinaires; il est à peu près abandonné.

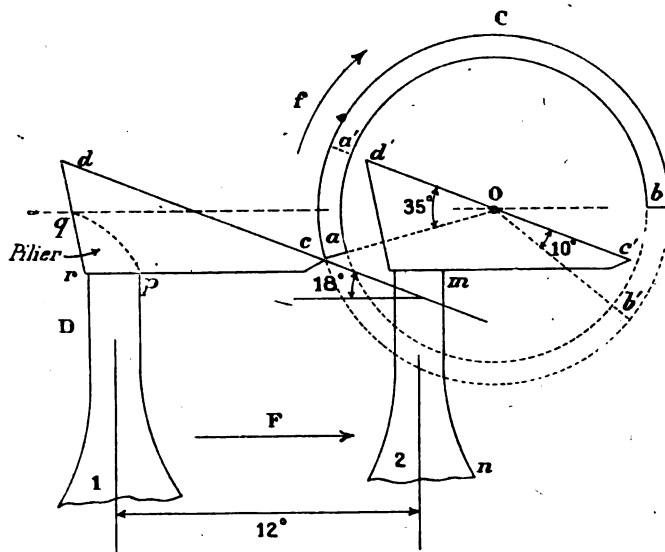


Fig. 30.

Pour en bien comprendre le dispositif, étudions d'abord l'appareil schématique que représente la figure 30.

Un cylindre C réduit à une portion *ab* de sa surface (de l'ordre de 200°), tourne autour de l'axe O normal au tableau.

Une dent D se déplace parallèlement à la flèche F.

Étudions les déplacements conjugués possibles des pièces D et C.

La pointe *c* de la dent (*marteau*) pousse la lèvre d'entrée *a* du cylindre et le force à tourner dans le sens de la flèche *f*.

Quand le *talon d* échappe, le cylindre a tourné d'un certain angle (*angle d'impulsion*) qui est de l'ordre de 33° .

La dent parcourt une petite longueur sans toucher le cylindre (*chute*); puis sa pointe *c'* bute sur la surface intérieure du cylindre. L'angle *c'Ob'* (de l'ordre de 10°) est l'*angle de repos*.

Arrêtons le système, ramenons le cylindre en sens inverse. Il parcourt d'abord l'*angle de repos* (10°). Puis la surface *c'd'* (*incliné de la dent*) pousse la lèvre *b* de sortie, forçant le cylindre à parcourir l'angle d'impulsion, soit 33° . En tout le déplacement est de $10 + 33 = 43^\circ$, somme des angles de repos et d'impulsion.

C'est l'*angle de levée* après lequel la dent échappe définitivement.

Admettons qu'après une courte chute, une autre dent vienne, à gauche du cylindre, reposer sur sa surface extérieure. Le point *a* (lèvre d'entrée) est à 10° de sa pointe, vers le bas. Pour continuer le phénomène, il faut reprendre le sens primitif de rotation pour le cylindre, tourner de 10° jusqu'à ce que la pointe échappe, de 33° jusqu'à ce que l'incliné échappe. Et ainsi de suite.

2° — Remarquons d'abord que si dans nos hypothèses, pour que l'appareil fonctionne, le cylindre *doit* tourner d'*au moins* 45° , alternativement dans un sens puis dans l'autre, rien n'empêche d'augmenter beaucoup ce parcours, de le porter jusqu'à près de 360° .

En effet la pointe de la dent étant venue buter en *c'* sur la face intérieure du cylindre, continuons le mouvement dans le sens *f*. La pointe frotte contre le cylindre en restant immobile : *il y a repos*. Nous pouvons maintenir le mouvement *tant que les pièces ne viennent pas buter les unes sur les autres*. Nous pouvons théoriquement le continuer jusqu'à ce que la lèvre *a'* vienne en *c'*, auquel cas le phénomène se trouve modifié; il y a *renversement*.

Le déplacement possible est peu inférieur à 180° . Mais dans la position initiale rien n'empêche une rotation d'à peu près 180° en sens inverse. La dent étant alors extérieure au cylindre, aucune rencontre de pièces n'est à craindre; seule la possibilité du renversement limite le parcours.

Bref à supposer que les pièces ne se heurtent pas quand la dent est dans le cylindre (nous verrons plus loin comment on réalise cette condition), le parcours complet peut pratiquement approcher de 360° sans risque de renversement.

Je suppose que les dents sont équidistantes et ont un mouvement de translation. Rien n'empêche de leur donner un mouvement de rotation autour d'un axe *O'*. D'habitude on prend 15 dents égales, situées à 24° l'une de l'autre (*roue d'échappement*). Les positions figurées de la même

dent sont donc à 12° l'une de l'autre. En raison de l'épaisseur de la paroi (*écorce*) du cylindre et de la chute indispensable, l'angle occupé par chaque dent est de 10° environ. La chute est de 2° .

Quant à la forme des dents, nous poserons que l'incliné cd est rectiligne. La forme du profil a été copieusement discutée; le *Traité d'horlogerie* de Saunier lui consacre beaucoup de pages. Mais sur une montre ordinaire, le diamètre de la roue d'échappement est d'un centimètre environ; la circonférence vaut donc 31 mm. dont le quinzième est 2 mm. environ. La dent a donc un millimètre de largeur.

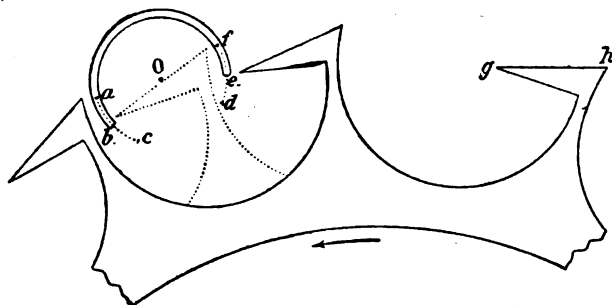


Fig. 31.

Ceci posé, je crois superflu de discuter le profil, en partant d'hypothèses incertaines, d'autant plus que l'échappement à cylindre est abandonné.

L'inclinaison de cd sur le rayon est d'environ 18° . A la distance $2R$, 18° font $0,6R$: c'est dire que l'arc d'impulsion correspond à une rotation du cylindre de 36° ; c'est la *levée* au sens d'arc d'impulsion. La levée au sens de minimum de la rotation, dans un sens puis dans le sens inverse, pour que l'échappement fonctionne, est un peu plus grande, d'autant plus grande que l'angle aOb dépasse 180° .

Ici encore discussions à perte de vue, aussi vaines que les précédentes.

22. Réalisation de l'échappement à cylindre.

1° — Le cylindre est solidaire du spiral et du balancier : il oscille donc sous l'action du couple provenant de la déformation du spiral. La roue d'échappement est, comme d'habitude, destinée à compter les oscillations du spiral (une dent passe pour chaque oscillation), et à fournir au balancier l'énergie absorbée par les frottements (résistance de l'air, frottements sur les pivots, frottement intérieur du spiral, frottement de la dent sur le cylindre pendant le repos).

Le travail nécessaire est dû à la poussée de l'incliné de la dent sur les lèvres du cylindre.

Quand on veut délayer de l'algèbre, on cherche le profil de l'incliné pour que la roue d'échappement tourne proportionnellement au cylindre.

C'est perdre son temps, ne serait-ce que parce qu'au début du glissement de l'incliné sur la lèvre, la vitesse du cylindre est à peu près uniforme comme maxima (on est près de la position d'équilibre du spiral); mais la vitesse de la roue est d'abord nulle. Laissons donc aux traités d'Horlogerie ces considérations « savantes », mais ridicules, puisqu'on serait dans l'impossibilité pratique de réaliser avec quelque précision un profil donné.

En théorie la chute est nuisible pour deux raisons : c'est du travail perdu; c'est du travail dont l'effet est nuisible. La roue prend de la vitesse et heurte le cylindre; or les chocs sont à éviter en raison des ébranlements et des déformations qu'ils produisent.

Mais la chute, mauvaise en théorie, est nécessaire en pratique comme seule conciliable avec l'inégalité des dents. Pour que la chute puisse être annulée, il faut des dents strictement identiques; sinon la plus grande n'entre pas dans le cylindre où la plus petite entre juste.

Les traités d'Horlogerie disent que l'angle de repos doit être pris aussi petit que possible. En réalité sa grandeur n'a aucune importance; ce n'est vraiment pas la peine de faire de la précision sur le papier. Certes en augmentant l'angle de repos, on augmente les frottements. Mais quand les frottements ont lieu pour chaque demi-oscillation sur un angle (aller et retour) de l'ordre de 120° , qu'on les augmente de 5° , par exemple, est d'inconvénient minime. Ces 5° sont comptés sur une circonférence dont le diamètre est de l'ordre du millimètre.

On a discuté longuement le profil des lèvres *a* et *b*. Dans une montre ordinaire l'épaisseur du cylindre est de 0,2 mm. J'ai dessiné les lèvres carrées; qu'on les arrondisse n'importe comment; mais qu'on ne nous croie pas assez naïfs pour admettre la réalisation d'un profil donné sur une paroi de cette épaisseur, sauf peut-être pour une pièce de musée.

Ces problèmes sont nuisibles par leur complication comparée à leur peu d'intérêt expérimental. Ils habituent les étudiants à discuter *in*

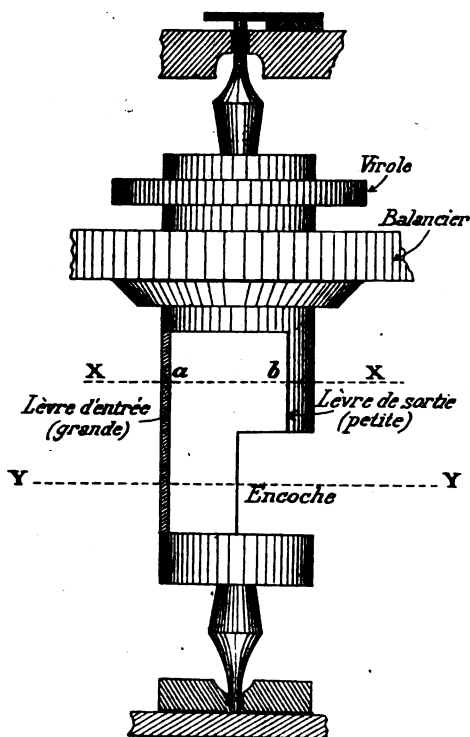


Fig. 32.

abstracto, avant seulement de savoir si le résultat, *quel qu'il soit*, passera dans la pratique. C'est d'autant plus absurde dans l'espèce que l'échappement à cylindre, *employé seulement pour les montres communes*, tend à disparaître.

3° — La figure 32 montre le cylindre.

Dans la figure 30, il est supposé coupé suivant le plan XX.

Les dents de la roue d'échappement sont non pas dans le plan de la roue, mais au-dessus; des *piliers* ou *colonnes* minces les relient à la roue qui est dans le plan YY. Pour la place du pilier, on se reportera à la figure 30 : sa section *pqr* est limitée en pointillé. La roue elle-même est découpée de manière à former des espèces de dents qui, à leurs extrémités, ne sont guère plus larges que les piliers.

Grâce à l'*encoche* ménagée dans le cylindre, de grandes rotations deviennent possibles quand la dent est à l'intérieur du cylindre, sans risque que la lèvre de sortie *b* heurte la portion *mn* de la roue; cette portion se trouve à la hauteur de l'encoche.

23. Échappement duplex de Leroy (à repos).

Il n'est plus employé; mais il contient des éléments mécaniques intéressants (fig. 33).

1° — COMPTEUR DE TOURS.

Il contient d'abord un *compteur de tours* formé par un engrenage discontinu.

Une roue montée sur l'axe *O'* (ce sera plus tard la roue d'échappement) porte des dents en étoile.

Un ressort moteur l'entraîne dans le sens Φ .

Le plateau *R* monté sur l'axe *O* (qui sera plus tard celui du balancier) est entaillé en *e*. La dent *b* de la roue s'appuie sur sa paroi cylindrique. On lui donne le nom de *rouleau*; dans l'échappement il est construit en pierre dure.

Faisons d'abord tourner le rouleau en sens inverse de la flèche *F*. Sauf une petite oscillation quand l'entaille passe au niveau de la pointe de la dent, la roue *O'* reste immobile.

Faisons tourner *R* dans le sens de la flèche *F* : une dent échappe à chaque tour. En effet la pointe de la dent *b* entre dans l'entaille, tourne avec le rouleau, échappe. Après une chute sensiblement égale à $2\pi : n$, où *n* est le nombre des dents, la dent *a* vient reposer sur le rouleau.

Et cela pendant un tour, jusqu'à ce que l'entaille libère sa pointe.

Nous avons donc un compteur de tours.

Pour chaque tour de l'axe *O*, la roue *O'* défile d'une dent.

Nous savons que le comptage est une des fonctions de l'échappement.

Le seul inconvénient du dispositif est le coincement possible de la pointe de la dent et du rouleau : d'où la nécessité d'un rouleau très dur. En allongeant la dent *b* et en approfondissant l'encoche *e*, on rend le coincement moins à craindre (duplex tangent).

L'appareil peut servir de compteur pour les oscillations autour de l'axe O . On s'arrange de manière que le milieu (approximatif) de l'oscillation corresponde à la position de l'entaille sur la ligne OO' . Au milieu de la demi-oscillation dans le sens de la flèche, une dent échappe; il ne

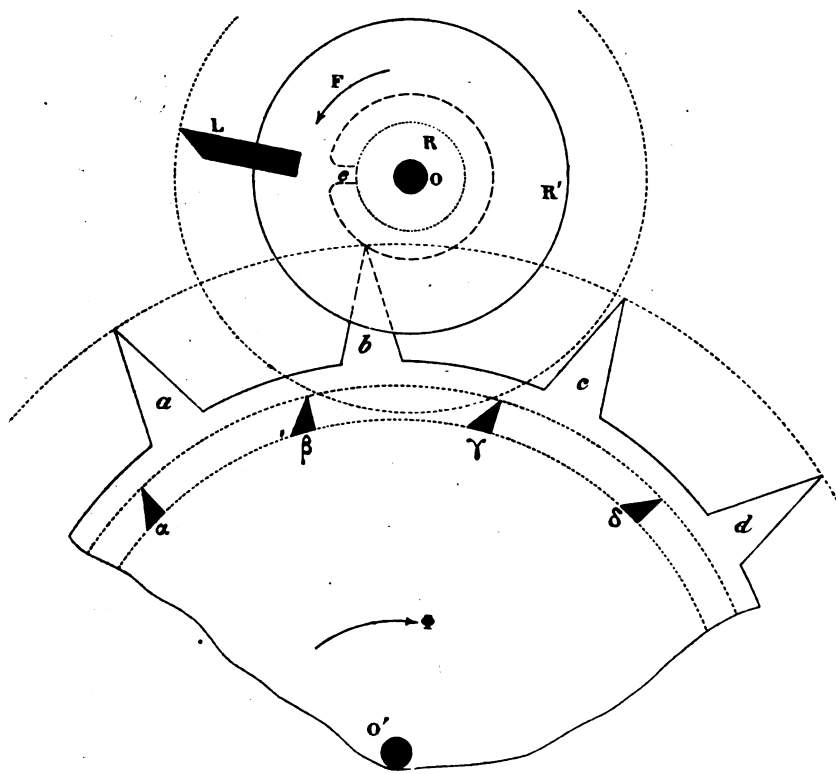


Fig. 33.

se produit rien qu'une petite vibration de la roue O' , pour l'autre demi-oscillation (dite *muette*).

2° — IMPULSION.

Pour parfaire l'échappement, il faut obtenir qu'il réalise son second rôle, c'est-à-dire que la roue O' lance le balancier chaque fois qu'une dent échappe.

Dans un plan parallèle à celui du rouleau et des dents $a, b, c, \dots$, disposons un plateau R' portant une *levée* de pierre dure L et tournant avec le balancier. Sur la roue O' montons des chevilles $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ qui correspondent aux dents $a, b, c, \dots$

Tant que l'échappement ne se produit pas, la *levée* passe librement entre les chevilles. Mais aussitôt que la dent b échappe, la cheville β ratrape la *levée* L qui se trouve alors devant elle, et lui donne une impulsion.

Ce mécanisme est admirable de simplicité. Il est abandonné à cause de la précision qu'il exige dans la construction.

L'amplitude maxima est voisine d'un tour (parcours total dans chaque sens voisin de deux tours).

24. Échappement libre à ancre.

C'est l'échappement ordinaire des montres bon marché et des chronomètres : autant dire que c'est le meilleur et le plus simple qu'on connaisse.

1° — Dans les échappements *libres*, le régulateur est soustrait à l'action de la roue d'échappement pendant toute l'oscillation, *sauf au voisinage des passages par la position d'équilibre*. Il déclenche alors l'échappement, ce qui diminue sa force vive. Mais aussitôt après il

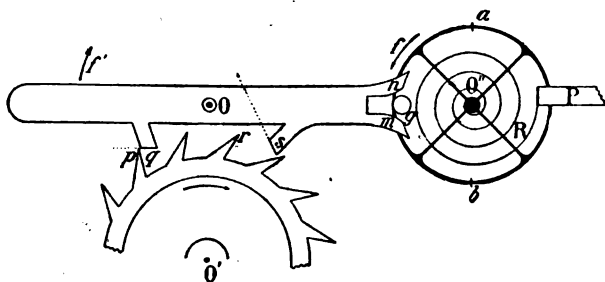


Fig. 34.

reçoit de la roue d'échappement une impulsion qui compense l'énergie qu'il vient à fournir, et la perte que les frottements lui ont fait subir pendant la demi-oscillation précédente.

La partie droite de la figure 34 montre le spiral régulateur R. Son extrémité extérieure est fixée au *piton* P solide du bâti du chronomètre. L'extrémité intérieure est fixée à la *virole* que porte l'axe O' du balancier. Celui-ci porte un goujon g qui oscille (pour préciser) entre les positions a et b.

La partie droite de la figure représente la roue d'échappement d'axe O', et l'ancre mobile autour de l'axe O.

L'ancre est parfaitement libre. On produit des échappements en appuyant avec le doigt tantôt d'un côté de l'axe O, tantôt de l'autre : ce sont ces déclenchements que le régulateur doit effectuer.

Pour cela l'ancre est terminée par une fourchette mn.

A l'instant où l'appareil est représenté, le balancier se meut dans le sens f; le goujon, entré librement dans la fourche, pousse le bec m et fait échapper la dent p. Celle-ci, appuyant sur l'*incliné* q, donne une impulsion à l'ancre dans le sens f'. Le bec n de la fourche rattrape le goujon et le lance dans le sens f. Grâce à l'inclinaison prise par la fourche, le goujon échappe de lui-même, l'oscillation du balancier redevient libre pour un peu moins d'une demi-oscillation.

La pointe de la dent 2 vient reposer sur la partie supérieure (*repos*) du bec *s* de l'ancre.

Au retour, le goujon retrouve le bec *m* dans la position où il l'a laissé. Il entre donc librement dans la fourche. Il pousse sur le bec *n*, fait échapper la dent *r* qui repose sur le bec *s* de l'ancre. De ce chef le régulateur ralentit. Mais aussitôt l'échappement commencé, la pointe *r*

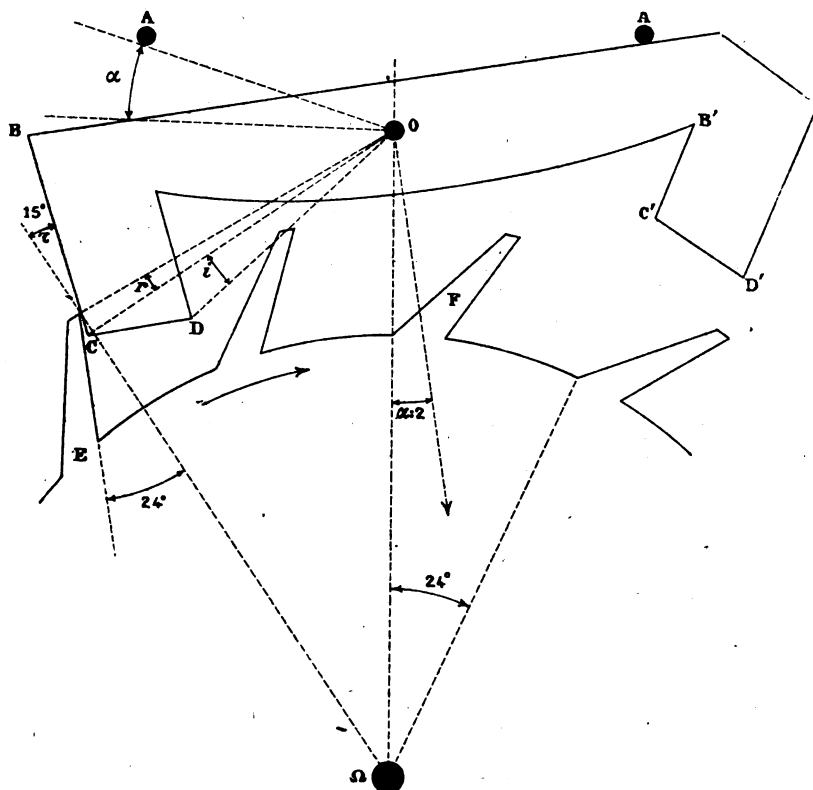


Fig. 33.

glisse sur l'incliné du bec *s*, rejette vers le haut l'ancre et sa fourche. Le bec *m* de l'ancre rattrape le goujon et le lance vers le point *a*.... Et ainsi de suite.

L'échappement libre à ancre étant de beaucoup le plus employé pour les montres de fabrication courante, je reprends cette description générale (fig. 33).

2° — ANCRE A PLANS INCLINÉS.

BC, B'C', sont les faces *de repos*;

CD, C'D', sont les *inclinés* de l'ancre.

L'ancre oscille entre deux arrêts AA. L'angle α total qu'elle parcourt (une douzaine de degrés) se décompose en trois parties.

L'angle de repos r est l'angle dont l'ancre doit tourner pour que la pointe de la dent échappe. A la vérité ce repos est un *recul* pour la dent, de manière que l'échappement ne se produise que pour une impulsion assez forte, et non pas sous l'influence des chocs accidentels. L'angle r vaut 2° environ.

L'angle d'impulsion i correspond au glissement de la pointe de la dent sur l'incliné du bec de l'ancre. Il vaut de 8 à 10° .

L'angle de levée de l'ancre est la somme $l = i + r$.

Le chemin perdu $\alpha - (r + i)$ est l'angle parcouru jusqu'à ce que l'ancre bute sur l'autre arrêt. On le fait aussi petit que possible : c'est une sécurité pour le fonctionnement, mais une cause de perte d'énergie.

L'angle τ s'appelle *angle de tirage*. Il détermine la force avec laquelle l'ancre est maintenue au repos, la grandeur du recul pendant le dégagement (parcours de l'angle r).

L'angle de tirage assure la stabilité de l'ancre au repos.

Aux angles α, r, i , de centre O correspondent des angles α', r', i' , du centre Ω .

L'angle r' mesure le *recul* de la roue; il est compté en sens inverse du déplacement moyen. L'angle i' mesure la rotation de la roue pendant l'impulsion. Enfin $\alpha' + r' - i'$ mesure la *chute* : c'est l'angle dont tourne la roue à partir du moment où la pointe de la dent E quitte le plan d'impulsion CD , jusqu'au moment où la pointe de la dent F rencontre le repos $B'C'$; ou inversement, c'est l'angle parcouru depuis que F quitte le plan d'impulsion $C'D'$, jusqu'au moment où la pointe de la dent qui précède E , rencontre le repos CB .

On fait la *chute* aussi petite que possible.

Je ne discuterai pas le tracé de l'ancre; mais il importe de voir comment le problème se pose.

Il est impossible que les actions soient exactement les mêmes pour le bec BCD et pour le bec $B'C'D'$.

Si l'on prend $\overline{OC} = \overline{OC'}$ (*repos équidistants*), il est clair qu'on n'a pas $\overline{OD} = \overline{OD'}$ (*leviers équidistants*); et inversement.

Dans le premier cas les bras de l'ancre sont d'inégales longueurs; elles sont de même longueur dans le second. La figure est construite dans l'hypothèse de leviers équidistants; les repos sont donc inégalement éloignés de l'axe.

Soit n le nombre des dents de la roue; α' désigne l'angle parcouru à chaque échappement.

Comme la roue avance chaque fois d'une demi-dent, on a la relation :

$$2n\alpha' = 360^\circ.$$

Pour	$n = 15,$	$\alpha' = 12^\circ;$
pour	$n = 18,$	$\alpha' = 10^\circ.$

Ce sont les conditions ordinaires. La chute est de l'ordre de 2° .

ne puisse échapper (après rotation de l'ancre d'un angle τ) que sous l'action d'une impulsion assez forte; τ est l'angle de tirage.

Pendant le parcours τ , il y a recul de la roue.

L'incliné EF glisse sur la cheville et la lance vers le haut.

Pendant le contact, l'ancre tourne de l'angle d'impulsion i .

Enfin après un certain temps perdu qu'on diminue autant que possible, l'ancre bute sur l'arrêt A.

Nous avons encore à considérer les angles au centre Ω : le recul, l'impulsion et la chute.

Ils sont du même ordre que pour l'ancre à plans inclinés.

23. Fourche et balancier.

1° — Le balancier est constitué par un volant raccordé à un plateau, le tout monté sur un axe sur lequel est montée la virole.

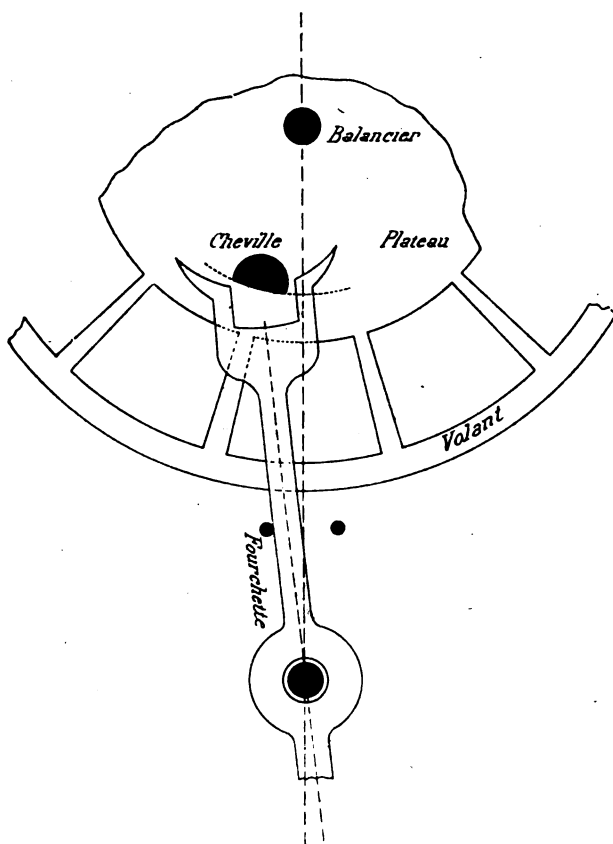


Fig. 37.

Sur la *virole* est fixée l'une des extrémités du spiral réglant.

Sur le plateau est encastrée une cheville (*cheville de plateau*) généra-

lement en saphir ou rubis, de forme variée (elliptique, triangulaire, demi-circulaire) qui agit d'abord sur la fourche pour le dégagement de l'ancre, sur laquelle agit ensuite la fourche pour le relancement du balancier.

J'ai appelé ci-dessus α l'angle dont tournent l'ancre, par conséquent la fourche; il est de 10 à 12° . L'angle correspondant pour le balancier est de 40° en moyenne. Pendant la première partie de cet angle; la cheville dégage la fourche; pendant la fin de l'angle, elle reçoit l'impulsion.

L'arc total dont tourne le balancier (double de l'amplitude de l'oscillation) est de 140° à 240° .

2^e — SYSTÈME POUR EMPÊCHER LE RENVERSEMENT.

La fourche est maintenue immobile dans l'une ou l'autre de ses positions extrêmes par la forme des dents de la roue d'échappement : elles poussent l'ancre contre ses butoirs. Mais comme il faut maintenir cette poussée petite pour ne pas exagérer l'effort nécessaire au dégagement, il se pourrait qu'un choc libérât l'ancre et l'aménât contre l'autre butoir. En revenant, la cheville du balancier ne trouverait plus devant elle l'entrée de la fourche; elle buterait contre la partie antérieure d'une des cornes : la montre s'arrêterait.

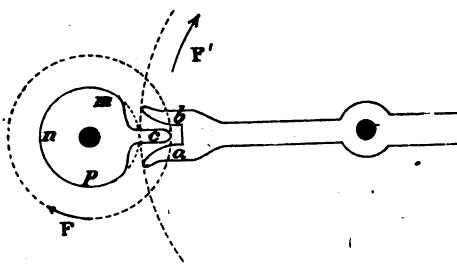


Fig. 38.

On a imaginé bien des dispositifs équivalents pour éviter le *renversement* de la fourche. La figure 38 en représente un.

La cheville c est une dent ménagée sur un cercle mnp de diamètre convenable fixée normalement à l'axe du balancier.

Quand la cheville a fait tourner la fourche, dans le sens de la flèche F , en agissant sur la corne a , la pointe de la corne b se trouve à peu de distance du cercle mnp ; tout mouvement de la fourche dans le sens F' , ferait buter la pointe de la corne b contre le cercle : la fourche est donc maintenue contre le butoir convenable.

Dans les réveille-matin (fig. 74), la fourche est prolongée jusqu'à tout près de l'axe géométrique de l'axe matériel du balancier dont on supprime la moitié sur une petite hauteur (partie noircie). On vérifiera qu'une fois le mouvement de la fourche obtenu, toute rotation de sens inverse est impossible jusqu'à la rentrée de la cheville dans la fourche, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'axe présente aux pointes de la fourche sa partie évidée.

Tous ces dispositifs sont identiques aux arrêtages étudiés au § 233 du tome I.

26. Phénomènes statiques. Lancement.

1° — Expliquons sur l'échappement libre à ancre, le plus commun, pour quelle raison, quand on remonte une montre *arrêtée*, il est parfois nécessaire de lui donner une impulsion.

Remarquons que le dégagement de l'ancre se produit *avant* le passage du spiral régulateur par sa forme d'équilibre; au contraire l'échappement de l'ancre se produit *après* ce passage. D'où résulte que le couple dû au spiral tend à forcer l'ancre à sortir du repos, mais qu'il tend à l'arrêter sur le parcours d'impulsion.

Les conséquences de ces propositions sont immédiates.

a) L'ANCRE EST SUR UN REPOS.

Si le couple actuel que produit le spiral régulateur est insuffisant, ou si l'angle de tirage τ est trop grand, le couple statique est incapable de sortir l'ancre de son repos. Ce qui arrive quand le spiral régulateur est trop faible, ou quand l'angle de levée du balancier est trop petit; dans le second cas le spiral est trop peu écarté de sa position d'équilibre pour produire un couple suffisant.

b) L'ANCRE EST DANS LA PÉRIODE D'IMPULSION.

Le couple dû à la déformation du spiral s'oppose alors au couple dû au ressort moteur. Ils peuvent s'équilibrer, d'où un arrêt, connu sous le nom d'*arrêt au doigt*.

On le constate dans les montres où l'angle de levée est exagéré, la force motrice trop faible, les surfaces frottantes mal polies.

2° — Rien n'est amusant comme les gestes désespérés du monsieur qui possède une montre ne parlant pas toute seule. Il l'agit comme un panier à salade, ce qui ne produit aucun effet. Le lancement doit s'effectuer par une *rotation* brusque autour d'un axe normal au verre. On profite de l'inertie du balancier. Quand on fait tourner la montre, le balancier commence par rester immobile dans l'espace absolu; autrement dit, l'azimut de la *virole* (extrémité intérieure du spiral) est d'abord inchangée. Mais on modifie l'azimut du *pilon*; le ressort se bande. Il agit alors sur le balancier : le système se met en marche.

C'est une expérience facile avec les réveille-matin.

Inversement on peut arrêter un réveille-matin en marche par une brusque rotation. Produisons-la juste au moment où le balancier est au repos (extrémité de l'oscillation), et dans un sens tel que nous débandions le ressort : il peut arriver que nous ramenions ainsi le couple à être nul, le balancier étant immobile : l'appareil s'arrête.

On réussit après quelques essais.

3° — Nous supposons la montre arrêtée. Il est clair que si elle ne part pas seule, elle peut s'arrêter quand, pour une raison quelconque, l'amplitude du balancier devient insuffisante. Le couple qui provient du choc et qui s'ajoute au couple statique, n'est pas suffisant pour amener le dégagement.

Au reste la possibilité d'un arrêt de cette nature ne prouve rien

contre l'échappement libre à ancre. Elle existe à peu près toujours : en particulier un chronomètre avec échappement libre (§ 27) ne part jamais seul.

27. Échappement à détente (Arnold, Earnshaw, Robinson).

Il était réservé aux chronomètres de précision, mais il donne lieu à des *arrêts* et des *sauts* tels qu'on l'utilise de moins en moins.

1° — Dans l'échappement *libre à détente et à coup perdu*, le déclenchement de la roue d'échappement ne se produit que pour un passage sur deux par la position d'équilibre; d'où le nom d'*à coup perdu*.

Corrélativement le balancier ne reçoit d'impulsion qu'une seule fois par oscillation complète.

La figure schématique 39 représente l'appareil.

La pièce O' , solidaire du spiral réglant, oscille autour de l'axe O' ; elle passe librement entre les dents de la roue d'échappement *dans leur position actuelle*.

Une dent de la roue d'échappement repose sur le demi-cylindre b de la pièce abc montée sur le ressort ab . Enfin de est un ressort très léger que peut actionner le doigt m solidaire de la pièce O' .

O' est actuellement dans sa position d'équilibre et se meut dans le sens f . Le doigt m bute sur le ressort de , l'applique sur le goujon c solidaire de abc qu'il entraîne : la dent r échappe au cylindre b .

Corrélativement la dent s attaque l'incliné n et communique au régulateur une impulsion. Le doigt m échappe alors au ressort e ; le repos b revient à sa position d'équilibre et reçoit la dent t .

La roue d'échappement est à nouveau immobilisée.

Le balancier continue son oscillation et revient.

Au moment de passer par la position d'équilibre, le doigt m qui est maintenant à droite de e , rencontre e , échappe; rien ne se produit.

Le balancier fait donc librement à peu près une oscillation.

Et ainsi de suite.

2° — La figure 40 moins schématique représente une autre disposition des pièces; la théorie est exactement la même. Le doigt m de dégagement et la pièce n qui reçoit l'impulsion, sont en pierre dure.

Le ressort de doit être très flexible pour ne pas gêner le passage dans le *coup perdu*. Il faut que la pointe de la dent s rattrape le plan n , lorsque la roue est dégagée; d'où la nécessité d'un couple moteur suffisant, proportionné à la vitesse angulaire du plan n , c'est-à-dire, pour une période donnée du spiral réglant, proportionné à l'amplitude actuelle.

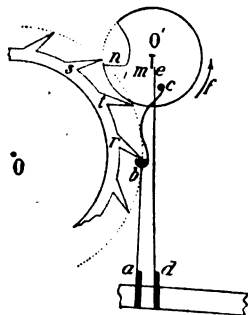


Fig. 39.

Il faut d'autre part que le ressort aa' qui ramène la pièce d'arrêt b , soit assez puissant pour le faire en moins de temps qu'il n'en faut à la roue d'échappement pour tourner de l'intervalle d'une dent. De telle sorte que la période du spiral et l'amplitude de l'oscillation une fois données, la puissance motrice s'ensuit, ainsi que la force du moteur.

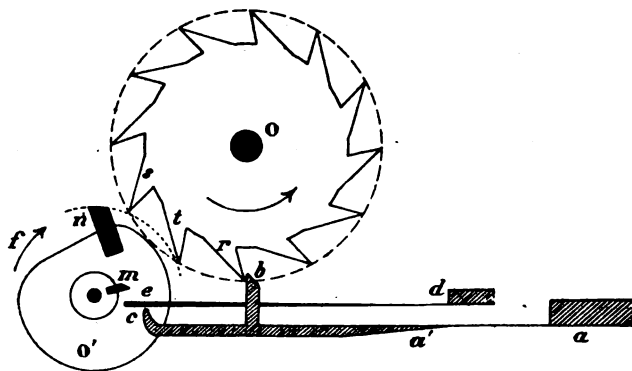


Fig. 40.

Si l'on n'emploie pas de fusée, la puissance motrice diminue : corrélativement l'amplitude de l'oscillation diminue.

La roue d'échappement O porte de 12 à 15 dents.

L'amplitude de l'oscillation va de 180 à 225° ; c'est dire que le parcours total va de 360 à 450° .

3° — MISE EN MARCHÉ ET ARRÊT AU DOIGT.

Les chronomètres à échappement libre ne partent pas seuls au remontage.

En effet le spiral réglant est dans sa position d'équilibre : il produit un couple nul. Le spiral moteur ne fait que pousser la roue d'échappement sur son appui b .

On fait partir le chronomètre par une rotation brusque autour d'un axe parallèle à celui du balancier. Grâce à son inertie, le balancier reste en place dans l'espace absolu : on bande donc le ressort spiral en changeant l'azimut absolu de son extrémité extérieure. Si la rotation est assez grande, le balancier prend sous l'action du ressort une vitesse angulaire suffisante pour dégager la roue d'échappement.

Là-dessus quelques horlogers ont trouvé bon de verser de l'algbre; ils se sont lourdement trompés. Leur calcul revient à ceci.

Supposons qu'il faille une force F de 0,3 grammes appliquée à l'extrémité de la détente pour produire le dégagement.

A partir de quel arc le balancier est-il capable de cet effort?

Soit u la vitesse angulaire, I le moment d'inertie du balancier au moment du choc. Pour arrêter le balancier, il faut lui appliquer un couple Γ pendant le temps t .

On a :

$$\Gamma t = lu.$$

Je ne crois pas utile d'écrire une intégrale. Cette formule est vaine, puisque nous ne connaissons pas le temps t qui dépend de toutes les circonstances du choc. Explicitons la force F ; soit a la distance de l'extrémité du bec m à l'axe de rotation du balancier. On a :

$$F = lu : at.$$

De cette formule nous tirons seulement qu'il faut prendre a petit. L'instant du dégagement est moins bien déterminé, mais le dégagement est plus sûr.

L'échappement à détente à *coup perdu*, précisément parce qu'il ne reçoit qu'une impulsion par oscillation, est susceptible de s'arrêter et de repartir au porté, sous l'influence des secousses et des chocs. C'est un grave inconvénient qui rend son usage impossible, par exemple, sur les torpilleurs qui sont soumis à des oscillations brutales et de grandes amplitudes. Il est de plus en plus délaissé par les constructeurs de chronomètres au profit des échappements libres à ancre.

4° — J'ai indiqué au paragraphe 259 du tome I en quoi diffèrent les échappements libres à *pivot* et à *ressort*.

Les deux échappements ci-dessus décrits sont à *ressort*.

La figure 41 représente un échappement à *pivot* très ramassé et de construction facile. Pour faciliter la représentation, je suppose que le rappel est fait par un petit ressort à *lame* r ; en réalité c'est un spiral qui s'enroule autour du pivot et qui est fixé dans la pièce fixe p servant de *pilon*.

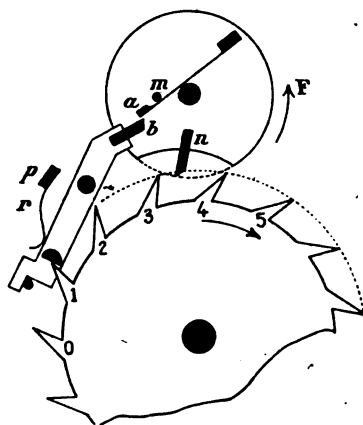


Fig. 41.

Le balancier tournant dans le sens F , l'extrémité a du ressort atteint l'extrémité b de la détente. Le ressort butant sur le goujon m , fait tourner la détente; la dent 1 échappe, la dent 3 vient frapper le nez n et relance le balancier. La détente est rappelée par le spiral et revient pour recevoir la dent 0.

Au retour le nez n passe librement entre les dents; le ressort a fléchit et échappe.

On ne saurait croire toutes les formes données à l'échappement libre à détente et à *coup perdu*. Du point de vue où nous sommes placés dans cet ouvrage, elles sont équivalentes. Au milieu d'une des demi-oscillations, le balancier agissant sur la détente, dégage la roue

d'échappement qui lui donne une impulsion. Pendant le dégagement, le balancier perd de la vitesse; l'impulsion lui restitue et au delà l'énergie perdue. Au milieu de l'autre demi-oscillation, rien ne se passe en dehors de la flexion d'un ressort.

On a tenté sans succès d'appliquer la détente à l'horlogerie commune. Les défauts s'exagèrent : sous l'influence des ébranlements, chocs, secousses, la montre s'arrête ou subit des sauts qui seraient incroyables si l'expérience ne les mettait hors de doute.

28. Échappements à force constante.

1° — Dans ces appareils très ingénieux mais qui n'ont amené que

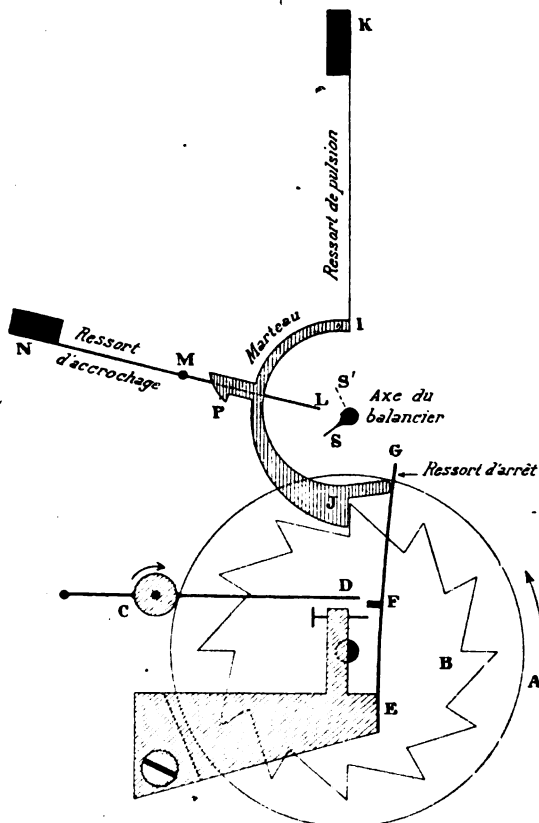


Fig. 42.

des déceptions au moins pour les montres, le rouage n'agit plus directement sur le système oscillant; il est chargé de *remonter* un marteau que le balancier déclenche à chaque oscillation; il en reçoit une impulsion *qu'on espérait toujours identique à elle-même*. Pour fixer les idées, voici l'échappement de Bréguet qui a plus de cent ans de date.

A est une roue d'engrenage du rouage moteur, solidaire de la roue dentée B; elle engrène avec le pignon C qui porte la lamelle volant CD. En temps ordinaire, D repose sur le rubis F fixé sur le ressort d'arrêt EF; le système ABC est donc immobilisé.

Le marteau JI est porté par le ressort de pulsion IK. En temps

ordinaire il est accroché par le crochet P au rubis M fixé sur le ressort d'accrochage.

Enfin la figure 42 montre l'axe du balancier (non représenté) sur lequel est fixée la palette S.

Supposons la palette en S', et le marteau accroché. Quand la palett

va de S' en S, elle pousse le ressort L, décroche le marteau JI qui, lancé par le ressort de pulsion, frappe le balancier et lui restitue l'énergie nécessaire à la continuation de son mouvement.

Pour cela l'axe du balancier porte une seconde palette analogue à S'; le marteau porte un doigt de forme convenable.

Pour ne pas surcharger la figure, ces pièces ne sont pas représentées.

Le marteau frappe ensuite sur le ressort d'arrêt et vient reposer sur une des dents de la roue B. La lamelle CD, libérée, fait un tour, tandis que la roue A et la roue solidaire B tournent d'un certain angle (30° dans la figure).

Pendant ce mouvement le ressort d'arrêt EG revient dans sa position première et reçoit la lamelle CD; la dent en prise avec le marteau, pousse celui-ci, le raccroche au rubis M et échappe.

Le mécanisme est rétabli dans la disposition initiale.

Le balancier atteint son élongation extrême, revient, retrouve le ressort L qu'il fléchit simplement, atteint son élongation extrême de l'autre côté, revient. Tout recommence.

En définitive le balancier est libre, excepté quand deux fois par oscillation il fléchit le ressort d'accrochage, et quand une fois par oscillation il reçoit l'impulsion d'entretien.

A chaque oscillation le ressort-moteur raccroche le marteau; peu importe qu'il soit plus ou moins bandé, puisque le choc sur le balancier ne dépend que du ressort de pulsion. Il suffit qu'il soit assez bandé pour faire tourner le système ABC et pour raccrocher le marteau.

Quand le balancier va de S' en S, il se produit un déclenchement, parce que le rubis M sort du crochet P.

2° — L'expérience montre que ce mécanisme ingénieux donne des résultats médiocres. Même fabriqué avec le plus grand soin, la marche, d'abord excellente, devient comparable à celle d'un système à détente de construction moins difficile.

La raison est qu'il admet implicitement des hypothèses erronées.

Tant s'en faut que l'action d'un ressort qui se débande produise une impulsion toujours la même. Elle dépend du plus ou moins de brusquerie du dégagement, des secousses et vibrations du ressort, du point frappé, de la température qui change le module d'élasticité du ressort, etc., etc.

Même en admettant la constance du choc, il est impossible d'admettre la constance de la résistance opposée au dégagement, même en supposant qu'il se fait entre deux corps non huilés (laiton et rubis); les variations sont encore plus grandes si l'huile intervient.

L'échappement de Bréguet n'est en définitive qu'un trompe-l'œil.

Je ne parle que pour mémoire de la puissance perdue; l'espacement des remontages est diminué de moitié pour le même barillet.

Malgré tout les échappements à force constante pour chronomètres sont nombreux. Leur fonctionnement est toujours le même. Vers le

milieu d'une de ses demi-oscillations, le balancier agissant sur le ressort d'accrochage, dégage un marteau dont il reçoit un choc. Le marteau continuant sa course agit sur une pièce d'arrêt, dégage une roue du rouage qui, tournant d'une dent, le remet en sa place initiale.

Le balancier reçoit l'impulsion au début de la détente du ressort de pulsion, de manière qu'elle soit aussi invariable que possible.

Comme on voit, le nombre de pièces strictement indispensables est considérable, ce qui explique la grande difficulté d'exécution.

Au paragraphe 33 nous retrouverons le même principe appliqué au pendule.

29. Influence de l'échappement sur la période.

1° — Nous avons démontré au paragraphe 6, il est du reste quasi évident, que l'échappement amène un retard ou une avance suivant que le choc se produit après ou avant le passage à la position d'équilibre.

S'il se produit après, l'oscillation a commencé avec une vitesse moindre que celle qui correspond à son amplitude immédiatement suivante : d'où retard.

S'il se produit avant, l'oscillation finit avec une vitesse plus grande que celle qui correspond à l'amplitude immédiatement précédente : d'où avance.

L'avance et le retard sont mesurés par rapport à la marche dans l'hypothèse qu'on supprime l'échappement, — et corrélativement des frottements en quantité suffisante pour que l'amplitude se maintienne à sa valeur de régime, à supposer bien entendu que la suppression de ces frottements ne change pas la période. Mais nous savons que les frottements interviennent sur la période d'une manière négligeable.

Nous avons démontré que, toutes choses égales d'ailleurs, le choc produit sur la période un effet proportionnel à l'élongation θ pour laquelle il a lieu; de sorte que son effet devient négligeable s'il a lieu *tout près* du passage par la position d'équilibre. *Tout près* signifie que le rapport $\theta : \theta_0$ de l'élongation θ à l'amplitude θ_0 est petit.

De tous temps les horlogers se sont efforcés de réaliser cette condition.

2° — Pour l'étude du choc et de la manière dont il se produit, je renvoie le lecteur au volume intitulé *Dynamique générale*. Il y trouvera à quelle condition la roue d'échappement donne une impulsion *unique*. On dit que la roue *mène* le balancier, si les chocs successifs sont assez voisins pour qu'il semble que les deux pièces ne décollent pas. A la vérité les chocs, toujours multiples, sont d'autant plus rapprochés dans le temps et dans l'espace, que la force motrice de la roue d'échappement est plus grande, et que son moment d'inertie est moindre (en comparaison du moment d'inertie du balancier).

3° — L'effet de l'échappement, dépendant du rapport $\theta : \theta_0$, augmente

quand θ_0 diminue, c'est-à-dire quand les frottements croissent, quand les huiles s'épaississent.

Les horlogers disposent ordinairement l'échappement à détente (§ 27) de manière que le choc se produise *avant* le passage du balancier par sa position d'équilibre. *D'où une avance aux petits arcs.* Effectivement, et c'est une intéressante confirmation de la théorie, les chronomètres dont l'échappement est à détente, avancent lorsque les huiles s'épaississent. Appelons *marche* du chronomètre le nombre de secondes dont il *avance* en 24 heures. Soit t le temps en jour compté depuis le changement des huiles. Pour un chronomètre à détente, la marche est :

$$m = m_0 + at;$$

a est un coefficient positif.

Cette formule linéaire suppose que la transformation des huiles se fait proportionnellement à la durée de leur exposition à l'air.

CHAPITRE III

MÉCANISMES DIVERS

Je réunis dans ce chapitre des mécanismes intéressants à quelque titre. Quelques-uns sont d'usage restreint; cependant leur description est conforme au but de cet ouvrage : *faire l'éducation mécanique du lecteur et non pas son apprentissage horloger.*

30. Échappement à manivelle.

1° — Le lecteur serait justement étonné de ne pas voir utiliser dans les échappements l'organe qui se rencontre partout où un mouvement circulaire doit être transformé en un mouvement alternatif : *la manivelle.*

La figure 43 représente un échappement à *manivelle et à repos* pour horloges. La roue d'échappement est remplacée par un disque D d'axe A portant une simple goupille G (rouleau en pierre dure).

Il tend à tourner dans le sens de la flèche.

La pièce oscillante pivote autour de l'axe O.

Elle porte une plaque entaillée comme le représente la figure.

i et *i'* sont les plans d'impulsion, *r* et *r'* sont les plans de repos; plus exactement ce sont des cylindres d'axe O.

La figure 44 montre le fonctionnement très simple de l'appareil.

Dans la position que représente la figure 43, le pendule va vers la droite, poussé par la goupille qui agit sur le plan *i*. Pour une certaine élongation, la goupille quitte le plan *i* et *en raison de son épaisseur*, tombe sur le repos *r'*.

Le pendule fait son arc supplémentaire vers la droite.

Il revient. Pour une certaine élongation, la goupille passe sur le plan *i'*; elle pousse maintenant le pendule vers la gauche.

Et ainsi de suite.

2° — L'intérêt de ce mécanisme réside dans sa transformation théorique aisée en échappements de propriétés diverses.

Supposons d'abord la goupille sans épaisseur. Pour rester dans le réel, maintenons-lui son épaisseur, mais écartons le plan *i* vers la

droite, le plan i' vers la gauche. Au lieu de tomber sur le repos (fig. 44, 2), la goupille passera immédiatement sur le plan i' : l'oscillation du pendule sera d'amplitude parfaitement déterminée; tout se passera comme si la plaque terminale du pendule était entaillée d'une rainure dans laquelle glisserait la goupille.

Maintenons les plans i et i' dans le prolongement l'un de l'autre. Inclignons les plans r et r' suivant les directions marquées *recul* sur la figure 43. Il est clair que l'échappement devient à *recul*. Plus exactement les traits r et r' sont des circonférences de centre O; les traits *recul* sont, par exemple, des circonférences dont on placerait les centres à gauche et à droite de O.

Inclignons les plans r et r' en sens inverse. Nous créons un *tirage*.

Effectivement on construit sur ce modèle des *échappements libres à ancre*. On ajoute deux butoirs pour limiter la course de la pièce oscil-

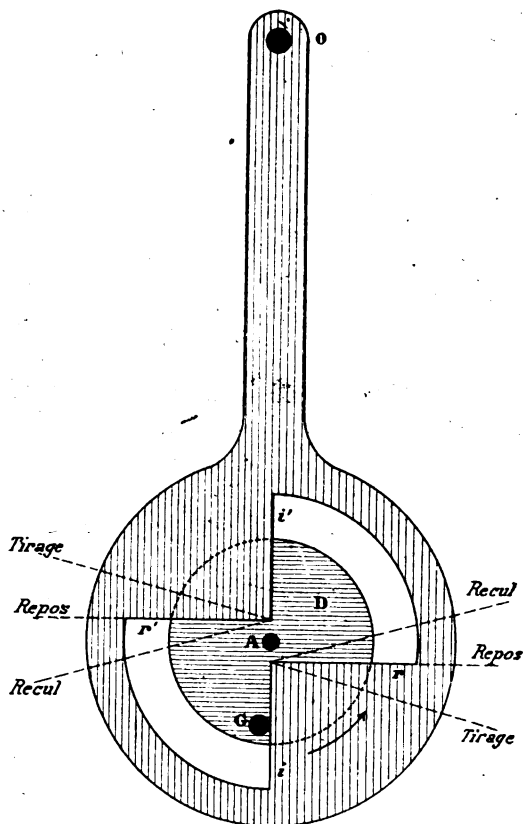


Fig. 43.

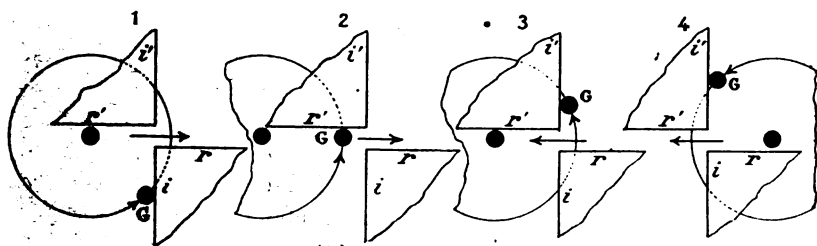


Fig. 44.

lante. La goupille G appuyant sur l'incliné r' (fig. 44, 2), maintient la pièce oscillante contre le butoir de droite. Pour que la pièce revienne

à gauche, une certaine force vers la gauche sera d'abord nécessaire pour la dégager; après quoi, la goupille, passant sur le plan i' , poussera la pièce vers la gauche. Et ainsi de suite.

J'engage le lecteur à construire cet échappement, en lui donnant successivement les caractéristiques ci-dessus étudiées.

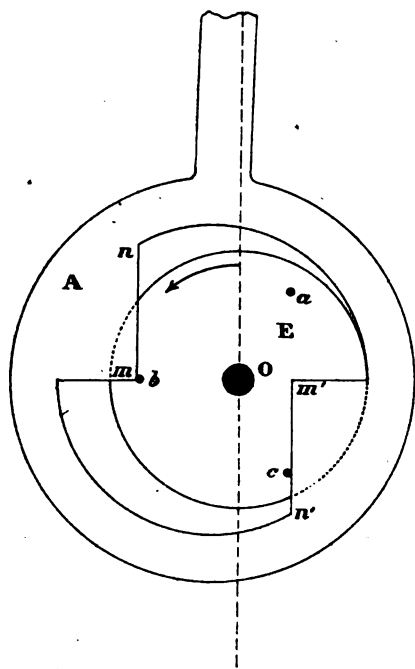


Fig. 45.

31. Autre échappement à manivelle.

La figure 45 représente un autre échappement à manivelle.

La roue E, la dernière du rouage, porte trois goupilles a , b , c , qui agissent successivement sur les plans mn et $m'n'$.

A l'instant choisi, b va échapper, c tombe sur le plan $m'n'$. L'ancre A va vers la gauche. En vertu de sa vitesse acquise, elle continue d'abord son mouvement vers la gauche (*recul*), puis revient vers la droite.

C'est alors au tour de c d'échapper et de a de tomber sur le plan mn .

Échappements à force constante.

32. Échappement à force constante Vérité.

1° — Je le décris par ce qu'il est représenté partout, mais de manière que son fonctionnement soit peu compréhensible.

Ma figure 46 est schématique; mais en exagérant les déplacements, elle permet de se rendre compte du principe de ces appareils.

Le disque E, monté excentriquement est le dernier mobile du rouage. Il porte une lamelle AB qui bute sur un arrêt G, lorsque la pièce oscillante d'axe O est dans l'azimut représenté; le lecteur supprimera la partie haute de la lamelle BB. Une seconde lamelle AB' et un arrêt G' (non représentés) produisent les mêmes effets quand MM' est dans l'azimut symétrique par rapport à l'horizontale HH.

Le rouage est donc arrêté pour ces deux azimuts de la pièce O; pour tous les autres, il est libre de tourner. Les azimuts d'arrêts correspondent aux repos respectifs des extrémités du levier MM', sur les dents N, N', de deux pièces mobiles autour des axes I, I'.

On voit en e, e', d, d' , quatre sphères suspendues par des fils de soie. Nous appellerons e, e' , *sphères d'entretien*, d, d' , *sphères de dégagement*.

Il s'agit d'obtenir que la boule e d'entretien appuie sur la plate-forme J liée au pendule, principalement pendant les parcours du pendule de droite à gauche; que la boule e' appuie sur la plate-forme J' principalement pendant les parcours de gauche à droite. Il faut donc obtenir que le levier MM' soit dans l'azimut représenté pendant la quasi-

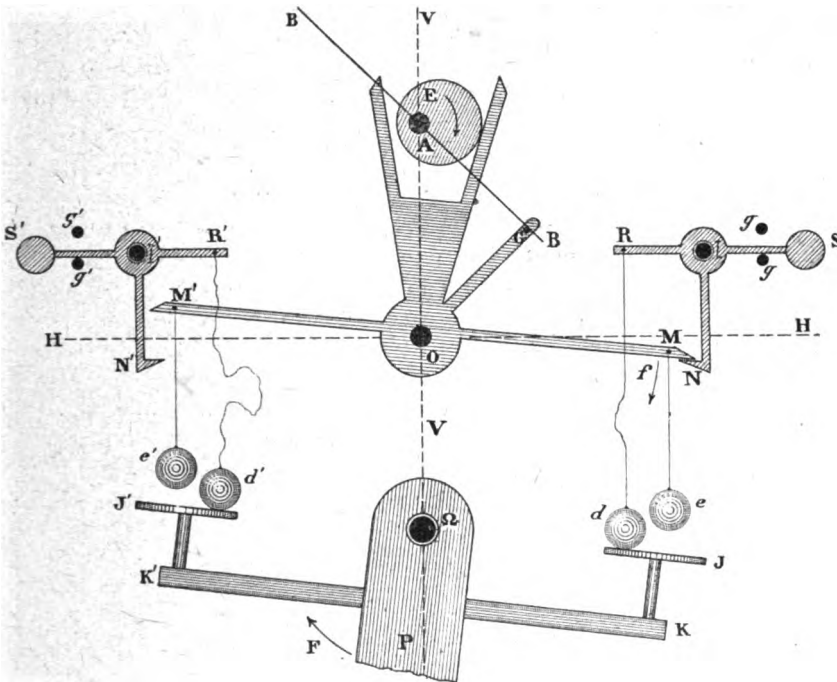


Fig. 46.

totalité du parcours de droite à gauche; qu'il soit dans l'azimut symétrique pendant la quasi-totalité du parcours de gauche à droite.

Le changement d'azimut de MM' , par conséquent la rotation de l'excentrique d'un demi-tour, doit avoir lieu au voisinage des élongations maxima.

2° — L'instant représenté est à la fin du parcours de droite à gauche (sens de la flèche F). La boule e a déjà quitté la plate-forme J .

Au moment où la boule d devient libre, elle l'emporte sur le poids S ; elle abaisse l'extrémité R du levier RS ; la dent N va vers la droite. A cet instant e' porte déjà sur la plate-forme J' . Le levier $M'M$ plus chargé à droite fait une petite rotation dans le sens f , rotation qui permet le jeu de la fourche. La lame BB est dégagée, l'excentrique fait un demi-tour; le poids e est remonté, le fil supportant le poids e' est relâché; enfin l'extrémité M' du levier vient reposer sur la dent N' .

Le pendule atteint l'extrémité de son élongation à gauche, puis revient, poussé par le poids e' que son fil ne soutient plus.

Quand le pendule atteint presque l'extrémité de son parcours de gauche à droite, c'est au tour de e' , puis de d' de quitter la plate-forme J' . La pièce $R'S'$ tourne, le levier $M'M$ est dégagé. Comme le poids e repose alors sur la plate-forme J , le poids e entraîne le levier MM' dans le sens inverse de la flèche; d'où une petite rotation qui dégage de son arrêt G' la lamelle AB' (non représentés).

L'excentrique fait un demi-tour. Et ainsi de suite.

Le déplacement de MM' se fait donc en deux temps : au voisinage de l'instant représenté, une petite rotation dans le sens f juste suffisante pour dégager la lame AB de son arrêt G est suivie d'une grande rotation en sens inverse. A l'autre extrémité de l'oscillation, la petite rotation en sens inverse de f est suivie d'une grande rotation dans le sens f , grâce à l'action symétrique de la lamelle AB' .

3° — Ce mécanisme soustrait le pendule aux irrégularités du rouage; l'énergie fournie à chaque demi-oscillation ne dépend que des angles pour lesquels les boules e , e' reposent sur les plates-formes. Il est facile de voir que les boules d et d' qui reposent presque constamment sur les plates-formes, doivent être relevées par le pendule d'une hauteur égale à leur chute : elles n'interviennent pas dans l'entretien.

Les échappements que nous allons décrire, sont basés sur le même principe. Comme le système Vérité, ils servent pour les horloges monumentales; on les applique également aux horloges astronomiques de haute précision.

33. Échappement Garnier (à détente et à coup perdu).

La figure 47 le représente schématiquement.

On le comparera utilement à l'échappement de Bréguet pour chronomètres (§ 28). Il est à coup perdu.

Quand l'ancre va vers la droite, la détente se soulève en passant sur le levier d'accrochage abc . Quand elle revient vers la gauche, la détente pousse le levier d'accrochage et décroche le pulseur. Celui-ci tourne sous l'action du contrepoids M ; la goupille g pousse sur l'incliné i de l'ancre; d'où l'impulsion constante.

Il s'agit de ramener les choses en l'état initial.

La goupille k pousse le levier mnp , dégage le volant r qui bute sur l'arrêt n .

La roue C fait un demi-tour, la roue D en fait un sixième.

Une de ses goupilles pousse le bras l , raccroche le pulseur et échappe.

La période est accomplie.

34. Échappements Reid, Cole, Fénon.

1° — Dans la figure 48, que le lecteur fasse d'abord abstraction de la

roue d'échappement R. Le pendule porte un arc sur lequel sont plantées deux goupilles G, G'. Deux petits pendules pq , $p'q'$, oscillent librement autour des axes q , q' .

Le pendule P va dans le sens de la flèche F; la goupille G attrape le

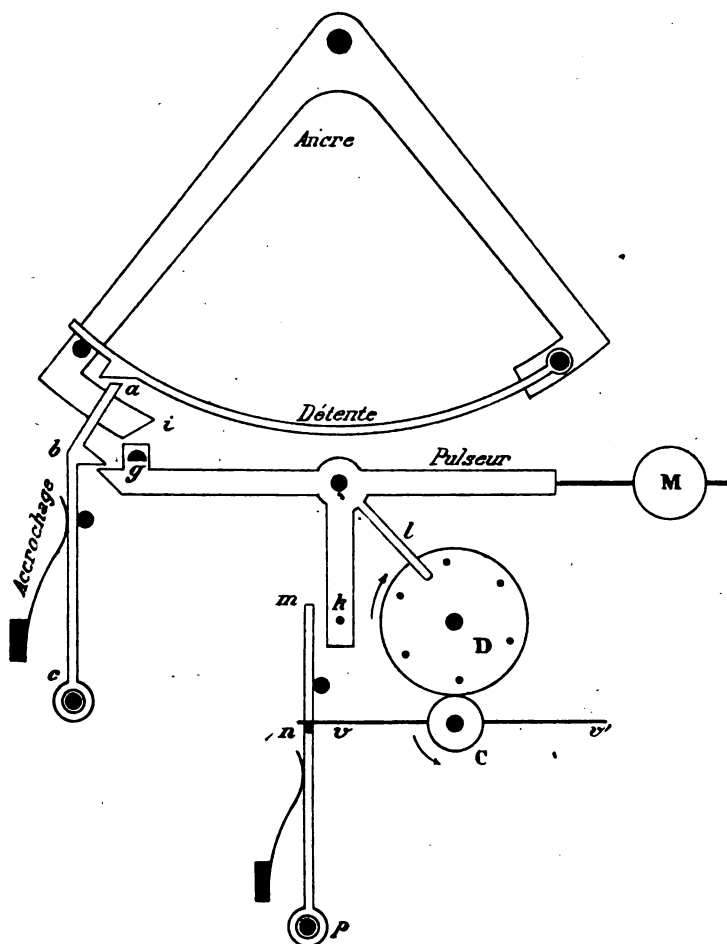


Fig. 47.

pendule pq , l'entraîne et le laisse revenir quand elle revient elle-même. Posons que pq abandonne P juste dans l'azimut où P l'avait pris : *aux frottements près*, le travail dépensé par P est nul. Le pendule qp a été pris dans la verticale, il est abandonné par hypothèse dans la verticale; il accomplit donc une demi-oscillation en contact avec le pendule P. Le lecteur remarquera que, suivant la position de la goupille G sur l'arc GG' et l'amplitude de l'oscillation de P, à cette demi-oscillation pour le pendule qp peut correspondre pour le pendule P une rotation

variable entre une très petite fraction de l'oscillation et une oscillation entière.

Même phénomène pour la goupille G' et le pendule $q'p'$.

Il s'agit d'obtenir que la goupille G attrape le pendule qp quand il est dans un azimut $\overline{Oa} = -\theta$ du pendule P , et l'abandonne dans un azimut $\overline{Oa} = +\theta$ (fig. 49). Auquel cas le pendule P reçoit somme toute un excédent de travail qui correspond à l'excès 20 de la chute de pq sur sa remontée.

2° — C'est ici qu'intervient la roue d'échappement.

La figure 48 représente le pendule derrière la roue d'échappement : il est clair que ces deux pièces sont indépendantes l'une de l'autre.

Sous l'action du rouage, la roue tend à tourner dans le sens f . Elle est représentée la dent 1 s'appuyant sur le repos s fixé au pendule pq , et maintenant ce pendule dans un azimut tel que la goupille G ne l'atteindra que pour une elongation $\overline{Oa} = -\theta$ du pendule P .

Le pendule $p'q'$ s'appuie sur la goupille G' ; il pousse actuellement le pendule P qui va dans le sens de la flèche F .

Quand la goupille G rencontre pq , elle dégage la roue d'échappement. Celle-ci tourne de la moitié de

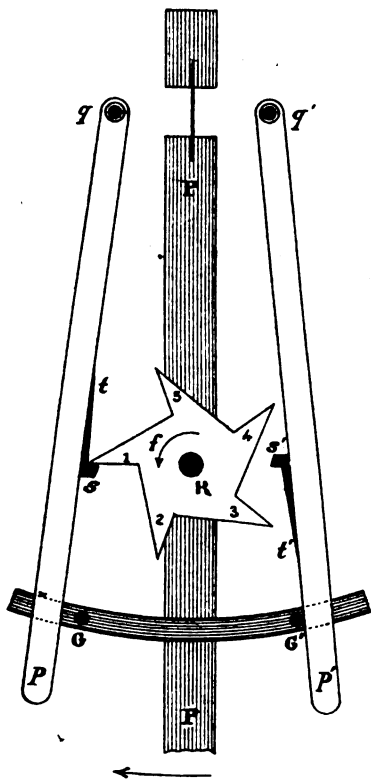


Fig. 8.

l'intervalle angulaire de deux dents.

La dent 3 repousse la pièce $t's'$ fixée sur le pendule $p'q'$ et vient reposer sur l'arrêt s' .

Ainsi au moment où le pendule P atteint l'azimut $-\theta$, il est abandonné par le pendule $p'q'$, qui cesse de s'appuyer dessus. La courbe DE représentative du couple moteur exercé par $p'q'$, s'arrête brusquement en E . Simultanément, P se charge du pendule pq , qui exerce sur lui un couple résistant représenté par la courbe $\alpha'D'$ (en raison du frottement dû au dégagement, la courbe réelle est $A'B'C'D'$).

Le pendule P continue sa marche dans le sens F , atteint l'extrémité de son oscillation et revient. Le couple dû au pendule pq , de résistant devient moteur (courbe $D'E'$).

Quand P arrive dans l'azimut $\overline{Oa} = \theta$, les phénomènes inverses se

produisent. Le pendule P se charge du pendule $p'q'$ et dégage la roue d'échappement; celle-ci débarrasse le pendule P du pendule qp qu'elle fait rétrograder de l'angle 2θ .

Bref à chaque oscillation l'énergie fournie au pendule est représentée par l'aire $\alpha'E'\alpha E$, que les frottements diminuent des petites aires $\alpha ABC\alpha$, $\alpha'A'B'C'\alpha'$.

Cet échappement ne donne donc pas une impulsion absolument indé-

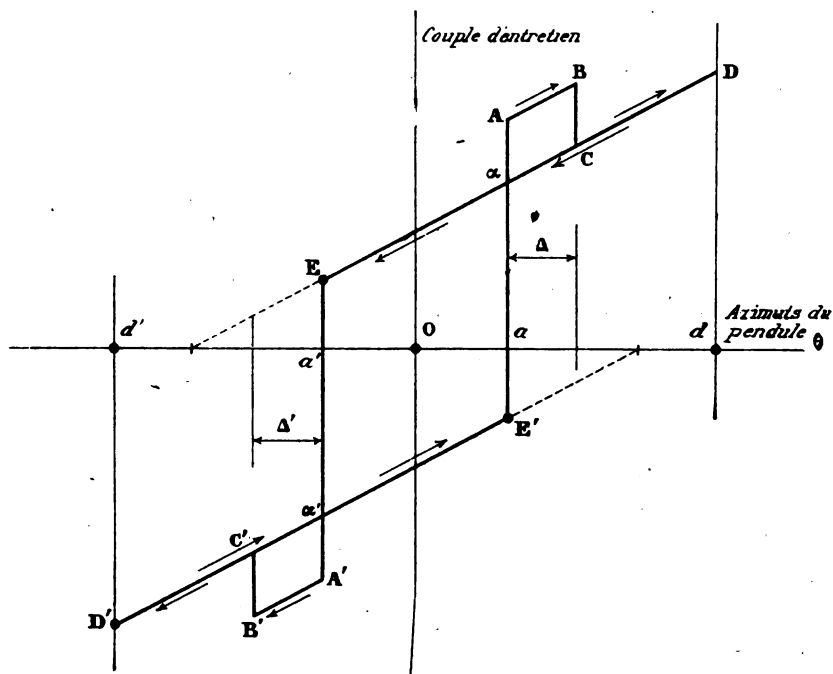


Fig. 49.

pendante du couple moteur; elle diminue à mesure que ce couple croît. En effet si le travail qui correspond à la chute 2θ , n'en dépend pas, l'effort nécessaire pour dégager les pendules pq , $p'q'$, en dépend; il croît à mesure que croît le couple moteur. Il est donc avantageux de diminuer celui-ci, de le laisser juste suffisant pour que la roue d'échappement remonte les petits pendules.

3° — Cet échappement a pris des formes diverses. Les pendules pq , $p'q'$, doivent avoir autant que possible leurs axes sur le prolongement de celui du pendule : on évite ainsi le frottement entre les petits pendules et les goupilles correspondantes. Les axes des petits pendules peuvent être remplacés par des ressorts. Je suppose à la roue d'échappement 3 dents seulement; mais c'est pour faciliter la représentation; elle peut en avoir 30 comme d'habitude, ce qui simplifie le rouage.

La forme sur laquelle nous avons discuté, est connue sous le nom de Cole; il est difficile d'imaginer un dispositif plus simple.

Ces échappements ont été découverts par l'Anglais Reid et appliqués avec grand succès par l'horloger français Fénon.

Le dispositif de Fénon (dont la roue d'échappement a 30 dents) diffère du précédent en ce qu'il est à ressort, au lieu d'être à pivot.

Les leviers pq , $p'q'$, sont montés sur des ressorts encastrés au niveau du ressort de suspension du pendule. Ils portent les inclinés st , $s't'$, et des goupilles g , g' . C'est le pendule qui porte les petits plans qui agissant sur les goupilles, soulèvent alternativement les pendules pq , $p'q'$.

Les pendules de Fénon sont célèbres en France. Les astronomes en parlent en faisant la bouche en cul de poule : il est vrai que la plupart ne savent que répondre quand on leur demande en quoi l'échappement de Fénon diffère d'un échappement à roue de rencontre : ce n'est pas leur rayon.

33. Remarque sur les échappements à force constante.

Je trouve dans l'ouvrage de Moinet (t. II, page 469) sous la signature de Kessels des remarques (approuvées par Moinet) qui me paraissent complètement absurdes.

Je ne préjuge pas la valeur des échappements à force constante, bien que l'exemple de Fénon soit là pour montrer qu'ils peuvent donner des résultats excellents. Je signale seulement une faute grossière de raisonnement. Voici le texte abrégé de Kessels (très habile horloger, paraît-il).

« Reid avait une pendule qui suivait de très près le temps moyen; l'arc total était voisin de 4° . L'échappement ayant été mis hors d'action, le pendule resté en place ayant la même longueur, on lui fit décrire un arc de 5° qui se réduisait à moins de 4° pendant l'observation. On constatait un retard d'une seconde en 8 minutes; soit un retard de 3 minutes par jour. *Donc l'échappement produisait une accélération de plusieurs minutes par jour.* Je demande aux plus passionnés pour la force constante quelle confiance peut inspirer un échappement dont le pendule est ainsi le jouet? »

Kessels confond deux choses : la variation de marche due à l'échappement, la régularité de cette variation. Son raisonnement est aussi absurde que s'il perdait confiance en un pendule parce que sa période change quand on modifie son poids.

Il est de toute évidence que les échappements précédents (et aussi les suivants) modifient la période. Mais qu'est-ce que cela peut bien nous faire si cette modification est constante? La suspension à ressort modifie la période : en est-elle plus mauvaise pour cela? L'étonnement de Kessels est d'autant plus singulier que depuis fort longtemps on connaît les effets des *pendules auxiliaires accélérateurs* (tome I, § 50). Or les échappements à force constante ne sont que de tels pendules, mais dont on modifie convenablement l'arc d'emploi.

36. Autre échappement à force constante.

Si l'on accepte un mobile de plus dans le rouage, on réduit à trois les dents de la roue d'échappement. La force nécessaire pour le dégagement est alors très faible; le dégagement se fait sans bruit.

La figure 50 représente un dispositif possible.

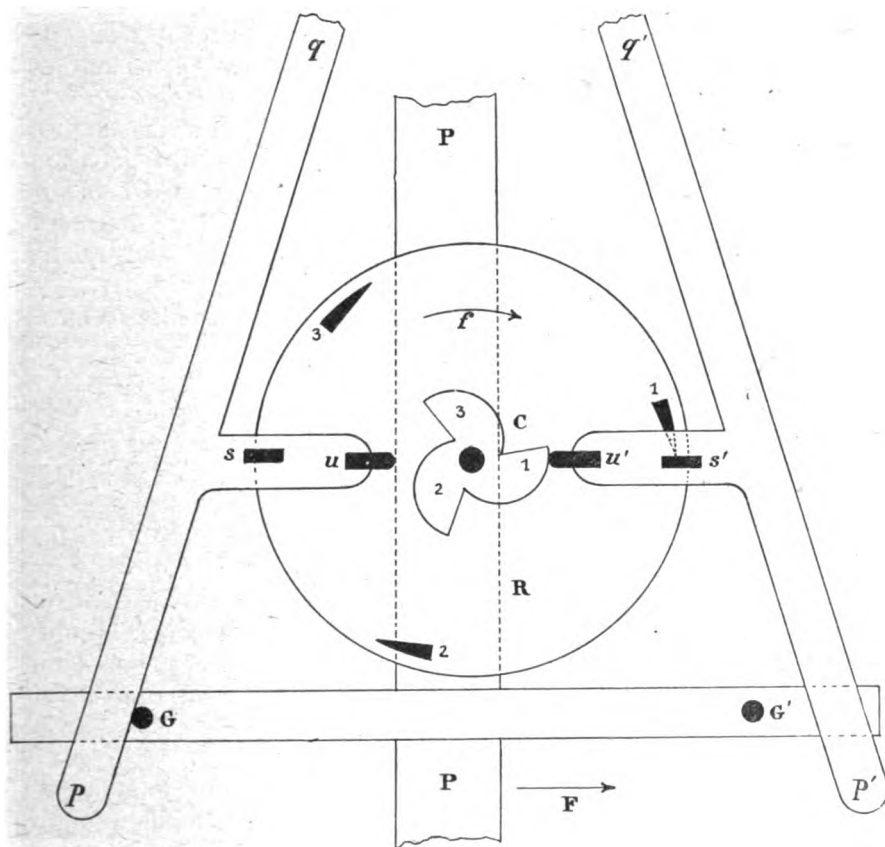


Fig. 50.

La roue d'échappement est dédoublée en une *roue des cames* C et une *roue des arrêts* R. Elles sont dans des plans différents, mais montées sur le même axe. Le rouage tend à les faire tourner dans le sens f .

Actuellement le pendule $p'q'$ est appuyé par son doigt u' sur la came 1; l'arrêt 1 repose sur le plan s' solidaire de $p'q'$.

Le pendule $p'q$ est appuyé sur la goupille G du pendule principal P qui se meut dans le sens F.

La goupille G' bute sur le pendule $p'q'$. L'arrêt 1 échappe; la came 2 rencontre le doigt u et remonte le pendule $p'q$, jusqu'à ce que l'arrêt 2 vienne reposer sur le plan s solidaire de $p'q$.

Le système est prêt pour quand le pendule P, retournant de droite à gauche, viendra dégager l'arrêt 2.

Et ainsi de suite.

La force nécessaire au dégagement est réduite à presque rien.

Corrélativement la marche est indépendante du poids moteur dans des limites considérables.

Cet échappement réduit la précision nécessaire à la construction ; le seul organe délicat est la roue des cames dont les trois dents doivent être bien égales.

Évidemment un tel dispositif est seul capable de rendre identiques les diverses oscillations et d'obtenir autre chose qu'une précision moyenne (voir § 63). A qui fera-t-on croire qu'il soit possible d'obtenir une roue d'échappement de 30 dents ou de 30 goupilles, disposées symétriquement sur un cercle parfait ? On peut rectifier 3 dents relativement grosses ; on n'en rectifie pas 30.

Dans l'échappement que je viens de décrire, le lien entre la force motrice et le pendule est réduit au minimum.

37. Echappement dissymétrique.

Dans ces derniers temps on a imaginé des échappements dissymétriques curieux, mais qu'on a tort de classer dans les échappements à *force constante*. La figure 51 représente le plus simple.

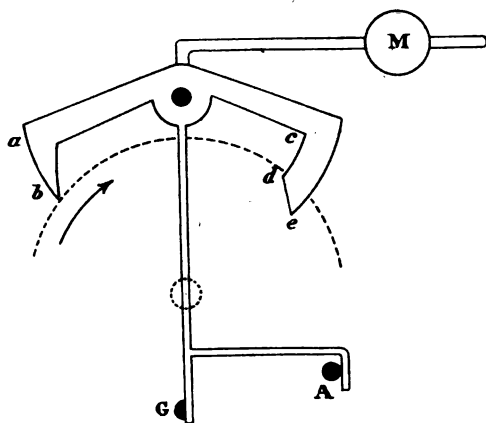


Fig. 51.

L'ancre poussée par la masse M, appuie par la goupille G sur le pendule (non représenté) ; sa course est limitée dans un sens par la goupille A.

Supprimons l'échappement : le pendule soulève l'ancre d'un certain angle et au retour est poussé par l'ancre suivant le même angle. Aux frottements près, l'énergie totale qu'il reçoit

est nulle ; en raison des frottements, il perd de l'énergie.

Il faut donc s'arranger de manière que l'échappement aide à la remontée de l'ancre. L'ancre ne porte à gauche qu'un repos *ab* ; à droite il porte le repos *cd* et l'incliné *de*. Les pointes de la roue d'échappement décrivent le cercle en pointillé.

A l'instant représenté une dent vient d'échapper à gauche, une dent repose sur *cd*. Le pendule qui est à gauche et par suite a abandonné l'ancre, revient vers la droite, retrouve l'ancre, la pousse vers la droite.

La dent qui repose sur *cd*, atteint l'incliné *et aide alors le pendule à remonter la masse M.*

Par un certain azimut du pendule, la dent échappe. Une dent à gauche tombe sur le repos *ab*.

Le pendule atteint son élongation maxima droite, puis revient. Un peu avant qu'il n'abandonne l'ancre, la dent en prise à gauche échappe. La roue d'échappement tourne : une dent tombe sur le repos *cd*. L'appareil reprend sa disposition initiale.

Et ainsi de suite.

L'échappement n'est pas à force constante puisque l'aide que reçoit le pendule dans la remontée de la masse *M*, dépend de la pression que la roue d'échappement exerce sur l'incliné.

Échappements à entretien par ressort.

38. Echappements Riefler, Strasser.

1° — Riefler fixe l'ancre au système de suspension du pendule (fig. 52). Les ressorts de suspension sont goupillés dans une pièce *P* qui tourne autour des arêtes des couteaux *C* reposant sur des plans d'agate *A*.

Strasser fait agir la fourchette sur une tige *ab* reliée au pendule par deux ressorts *r* distincts des ressorts *R* de suspension (fig. 53). Les ressorts *r* traversent librement la potence sur laquelle repose la tige transversale de suspension *A*.

Pour obtenir une certaine torsion des ressorts *R* dans le premier cas, *r* dans le second, torsion qui se main-

tienne assez longtemps, un échappement spécial est nécessaire.

Fixons la nature du problème par une expérience facile.

La figure 54 représente en projections verticale et horizontale un pendule qu'il s'agit de lancer et d'entretenir en fléchissant le ressort *r*.

Prenons le pendule à l'un des bouts de son oscillation (en 1) : la lentille se déplace vers la droite. En 2 fléchissons brusquement le ressort, avec le doigt *D* que nous maintenons ensuite immobile. La flexion du ressort crée une force qui augmente la vitesse du pendule. Le ressort se redresse peu à peu ; à partir de la position 3 jusqu'à la position extrême 4, il ne joue plus aucun rôle.

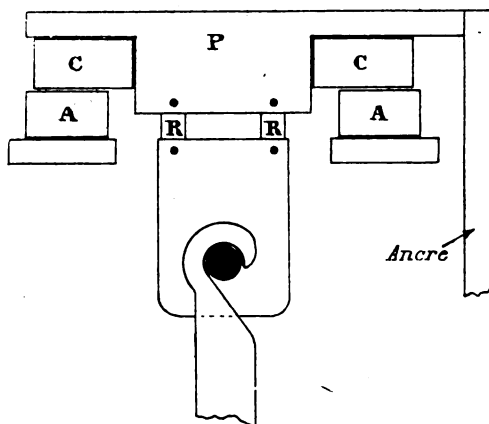


Fig. 52.

Pendant le retour, nous fléchissons le ressort quand il est en 6. Le doigt restant immobile, le ressort se redresse et sort de prise dans la position 7 de la lentille, après avoir lancé le pendule vers la gauche.

Il est clair que le lancement est d'autant plus intense que nous fléchissons davantage le ressort, mais surtout que nous le maintenons fléchi le long d'un parcours plus grand.

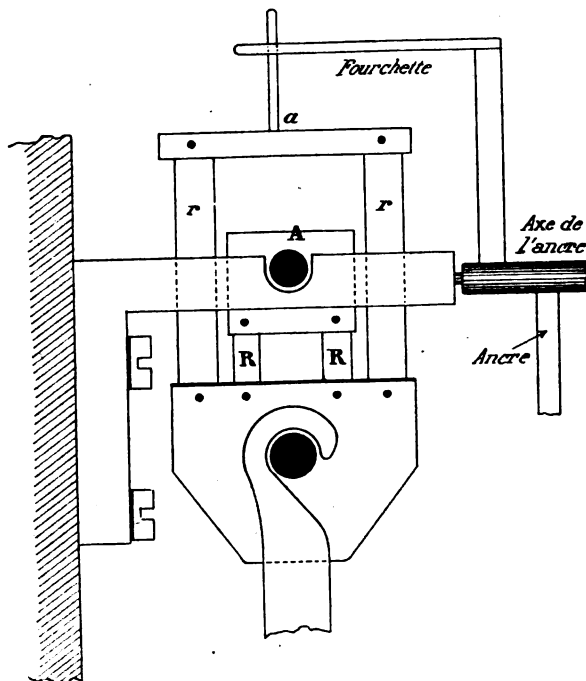


Fig. 53.

2° — Pour obtenir ce résultat, on modifie l'échappement de manière qu'il offre un repos après l'incliné.

La figure 53 représente la partie gauche d'un échappement à repos de Graham modifié. Pour cela une palette *ab* est appliquée contre le bec de l'ancre.

Prenons le phénomène au moment où la dent 1 tombe sur le repos *cd*. Pour simplifier, négligeons les frottements. L'ancre est donc libre, les ressorts d'entretien ne sont pas fléchis.

Le pendule décrit l'arc supplémentaire; à supposer les frottements nuls, il est accompagné par l'ancre; puis le pendule revient. L'ancre tourne alors dans le sens de la flèche *F*. La pointe de la dent 1 atteint l'incliné *bd*, puis glisse dessus, *en fléchissant les ressorts d'entretien*. Elle s'arrête sur la palette *b* puisqu'en raison du fléchissement des ressorts, l'incliné est poussé contre la pointe de la dent. Jusqu'au moment où,

en raison de la rotation du pendule, les ressorts se sont redressés (et même légèrement fléchis en sens inverse, si nous tenons compte du frottement). Obéissant aux ressorts l'ancre reprend son mouvement dans le sens de la flèche; la dent échappe.

Les phénomènes se reproduisent sur l'autre bec de l'ancre.

Ainsi par demi-oscillation du pendule, la roue d'échappement pré-

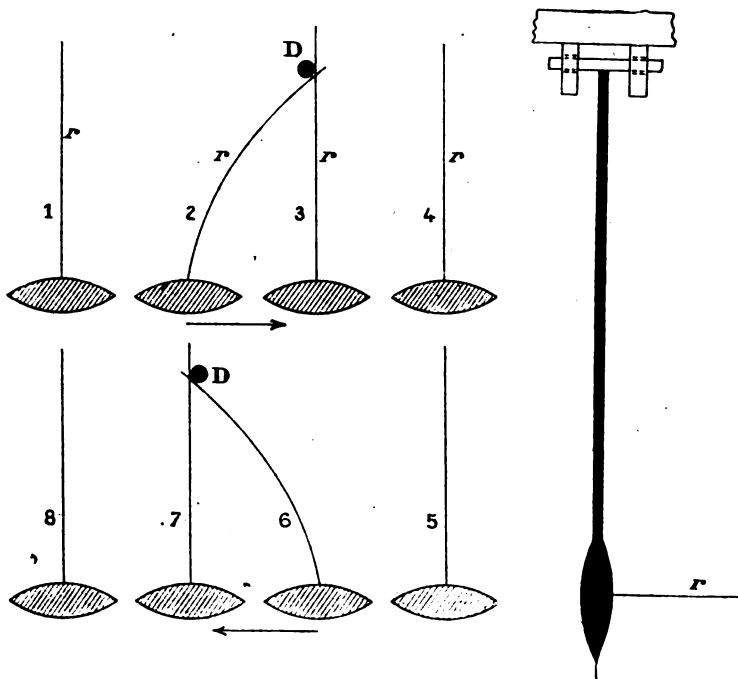


Fig. 54.

sente deux repos, un avant, un après le glissement de la dent sur l'incliné.

L'ancre n'est plus rigidement liée au pendule; elle se repose un instant après le glissement de la dent sur l'incliné, maintenant les ressorts bandés. A la vérité en raison des frottements, elle se repose également un instant au voisinage des elongations maxima (comme nous le montrerons plus loin).

Supprimons l'échappement et négligeons les frottements : l'ancre et le pendule oscillent sans décalage; les ressorts ne sont jamais bandés. L'échappement est destiné à donner à l'ancre, par rapport au pendule, un décalage périodiquement variable et tel que les ressorts r de la figure 53 soient bandés deux fois par période et dans les sens S qu'exige l'entretien. Comme toujours le dégagement de la roue d'échappement nécessite une perte d'énergie pour le pendule (les ressorts r sont un

instant fléchis dans les sens opposés à S); mais cette perte est compensée et fort au delà, par la flexion consécutive dans les sens S qu'impose la roue d'échappement.

J'ai profité de l'occasion de représenter à nouveau l'ancre de Graham, pour montrer le mode de réglage de l'angle des bras au moyen d'un système de vis à pas différents (*pas différentiels*).

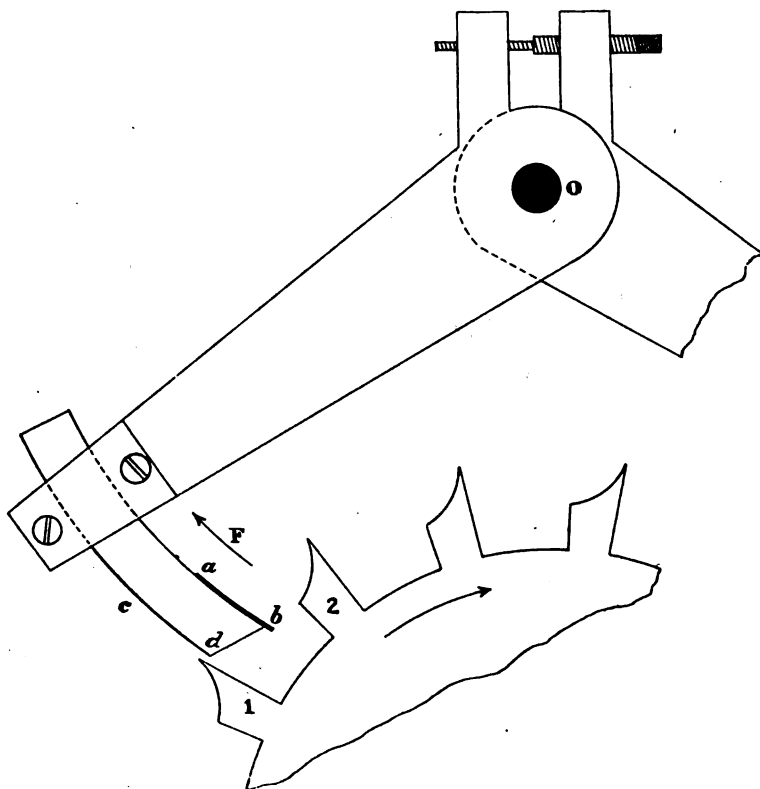


Fig. 55.

3° — Je suppose dans ce qui précède que l'ancre possède un repos; la dent tombe sur l'arc *cd* de centre *O*. Généralement on supprime ce repos en s'arrangeant de manière que la chute ait lieu directement sur l'incliné.

C'est ce qui arrive nécessairement avec l'échappement suivant à chevilles disposées sur l'ancre, inclinés et arrêts disposés sur la roue.

L'ancre porte de courtes palettes ou des demi-chevilles; la roue porte des dents de la forme représentée (en réalité elle est dédoublée en deux roues; les arrêts sont sur l'une, les inclinés sur l'autre).

Le fonctionnement est identiquement le même.

39. Loi des couples.

1° — Représentons les couples exercés par les ressorts d'entretien en fonction des déplacements du pendule (portés en abscisses).

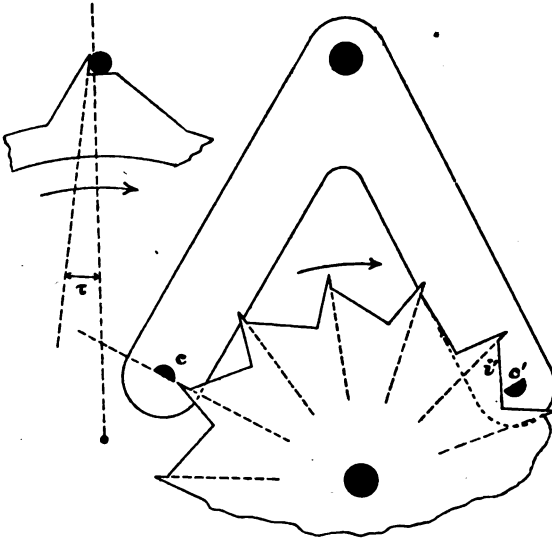


Fig. 56.

Je suppose qu'il existe un repos avant l'incliné bien qu'en réalité on

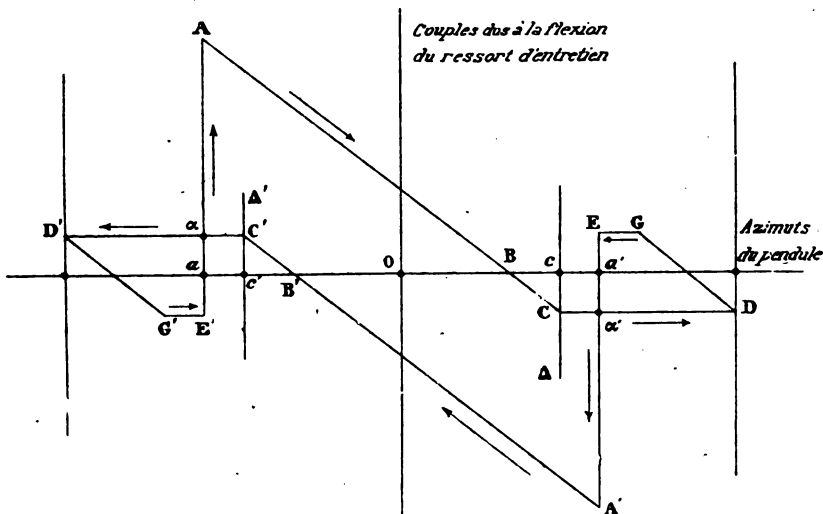


Fig. 57.

le supprime; la figure 57 est en ce sens plus générale qu'il n'est à la rigueur nécessaire.

Partons du point A : l'ancre vient de se déplacer *brusquement* sous l'influence de la dent agissant sur l'incliné. Le couple qui pousse le pendule dans le sens de son déplacement actuel est représenté par $\overline{aA}$.

Le pendule tournant, la flexion du ressort diminue; le couple décroît suivant AB, s'annule en B; enfin le ressort fléchit en sens inverse, préparant le dégagement. Quand il atteint la valeur $\overline{cC}$, le dégagement a lieu. Pendant le parcours AC l'ancre est immobile.

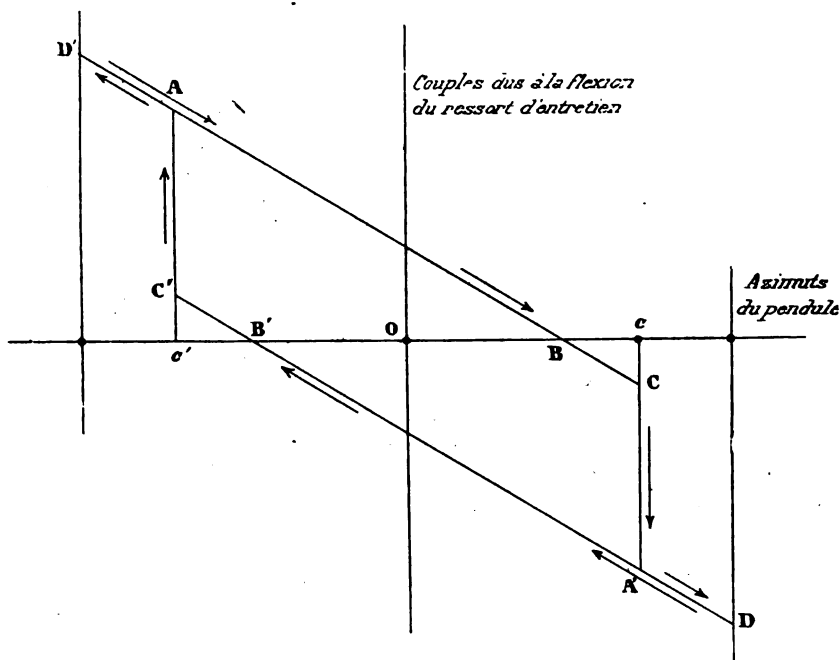


Fig. 58.

Après le dégagement et la chute, la dent frotte sur le repos de l'autre bec de l'ancre. Admettons que tous les frottements correspondent toujours au couple de grandeur $\overline{cC}$: la flexion du ressort conserve la valeur constante $\overline{cC}$; la courbe représentative est CD.

Après avoir parcouru l'arc supplémentaire, le pendule revient : la flexion du ressort change de sens; la courbe représentative du couple est DG. Pendant le parcours DG, l'ancre est immobile.

Puis l'ancre se déplace (le couple restant invariable, parcours GE), rapprochant son incliné de la pointe de la dent. Brusquement suivant EA', la dent glisse sur l'incliné, l'ancre tourne fléchissant le ressort en sens inverse. Le couple devient $\overline{a'A'}$; une demi-période est accomplie.

Et ainsi de suite.

Puisque le long des parcours AB, A'B', DG, D'G', l'ancre est immobile et le pendule mobile, l'inclinaison des parcours est la même. Autre-

ment dit, pour chaque degré de rotation du pendule, la variation de la flexion du ressort, par suite la variation du couple sont les mêmes.

L'énergie fournie au pendule est représentée par la différence :

$$\text{aire } ABC\alpha'A'B'C'\alpha A - (\text{aire } \alpha'DGE\alpha' + \text{aire } \alpha D'G'E'\alpha).$$

2° — Si nous supprimons les repos avant l'incliné, la figure 57 se simplifie.

Puisque l'ancre est immobile, sauf juste pendant le dégagement (que je suppose toujours instantané), tous les parcours ont même inclinaison. Les parcours A'D, DA', superposés, correspondent à l'arc que le pendule décrit après le dégagement; de même les parcours AD', D'A (fig. 58).

40. Application à un chronomètre à balancier libre.

Reprenons la figure 56 que nous supposons dans un plan horizontal; elle est complétée par la figure 59. L'axe de l'ancre est vertical; son

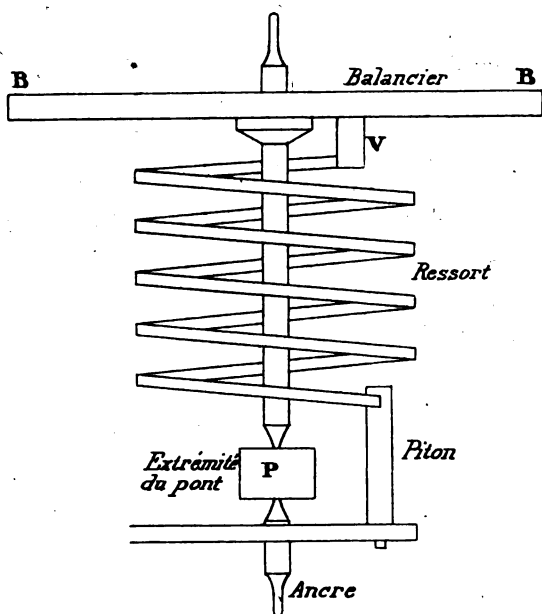


Fig. 59.

extrémité supérieure pivote dans le nez P d'un pont. Dans son prolongement se trouve l'axe du balancier que la figure montre en BB.

Le ressort spiral cylindrique est fixé en haut à la virole V, en bas au piton P monté sur l'ancre.

La particularité du système Riefler est que l'extrémité inférieure du ressort n'est plus fixe. L'entretien du mouvement du balancier est obtenu par un petit excès de torsion du spiral donné par l'échappement

quand le balancier atteint ses élongations maxima. Nous réalisons donc exactement l'expérience du paragraphe 162 du tome I.

Au moment où le balancier arrive au voisinage de son élongation maxima, le ressort spiral est bandé quasi au maximum. D'où le dégagement de la cheville c , ce qui correspond à une petite diminution du couple produit par le spiral. Mais sitôt le dégagement effectué, l'incliné i' entre en prise avec la cheville c' : l'ancre est repoussée dans le sens inverse et d'une quantité supérieure à la rotation qui vient de se produire. C'est sous l'influence du couple légèrement accru que le balancier repart en sens inverse. Pour éviter les chocs, la roue d'échappement engrène avec un pignon qui porte une petite plaque de laiton faisant volant. Le ressort spiral reçoit sans secousse l'excès de tension.

Pour éviter le dégagement intempestif, on peut donner aux dents un profil tel qu'il y ait un peu de *tirage* (angle τ de la figure 56), c'est-

à-dire que le ressort moteur produise un couple qui gêne l'échappement et se superpose au couple qui naît du frottement.

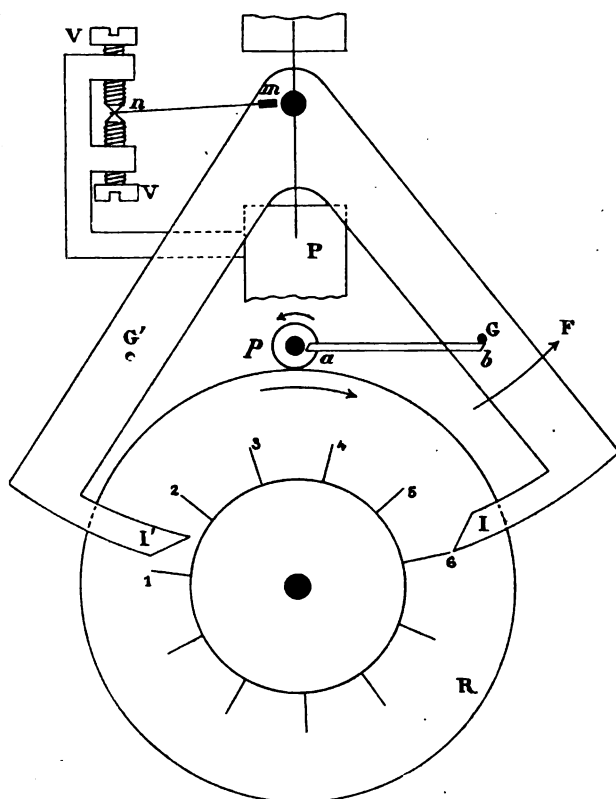


Fig. 60.

41. Échappement de Granger.

C'est l'échappement précédent où les repos se font non plus sur les dents, mais sur des pièces spéciales.

La figure 60 donne une représentation schématique. La roue R est solidaire de la roue d'échappement E.

Elle engrène avec le pignon p dont le rayon est tel qu'il fasse un tour quand la roue E tourne d'une dent.

Actuellement l'ancre est maintenue dans son azimut extrême à

droite par la pointe de la dent 6 servant de butoir au bout de l'incliné I.

Le pignon p , par suite le système ER, sont arrêtés dans cette position par le bras ab qui bute sur la goupille G fixée sur l'ancre.

Dégageons le système par un petit déplacement dans le sens F. Le bras *ab* fait un demi-tour jusqu'à reposer sur *G'*; la roue *E* avance d'une demi-dent; la dent 1, agissant sur l'incliné *J'*, pousse l'ancre jusqu'à sa position extrême gauche. Ainsi après une petite rotation à droite (dégagement), l'ancre fait une grande rotation à gauche.

A la demi-période suivante, le dégagement a lieu par une petite rotation à gauche, que suit une grande rotation à droite.

A l'ancre est fixé le ressort *mn* qui agit sur le pendule *P* dont il est rendu quasi solidaire par les pointes des vis *V*.

Le pendule (représenté dans sa position d'équilibre) serait actuellement au voisinage de son élongation maxima droite. Il fléchit donc le ressort en amenant le point *n* vers le bas; il produit ainsi le dégagement par un petit mouvement de l'ancre vers la droite. L'ancre étant alors repoussée vers la gauche par la roue d'échappement, fléchit le ressort de manière que le point *n* tende à aller vers le haut. Sous l'influence du couple ainsi produit, le pendule perd son reste de vitesse vers la droite et prend de la vitesse vers la gauche. Et ainsi de suite.

42. Horloge à pendule de torsion.

1° — Elle se compose d'un mince ruban d'acier d'un dixième de millimètre d'épaisseur environ, d'un demi-millimètre de largeur, de 20 cm. de longueur, soutenant un disque pesant de 400 à 500 grammes et servant d'oscillateur. On peut substituer un fil au ruban, mais la forme aplatie produit un moindre couple pour une section droite d'aire donnée, par suite, de résistance donnée (voir mon cours d'*Élasticité*). Fil ou ruban agissent du reste exactement de même.

La durée d'oscillation est de l'ordre de 15 secondes.

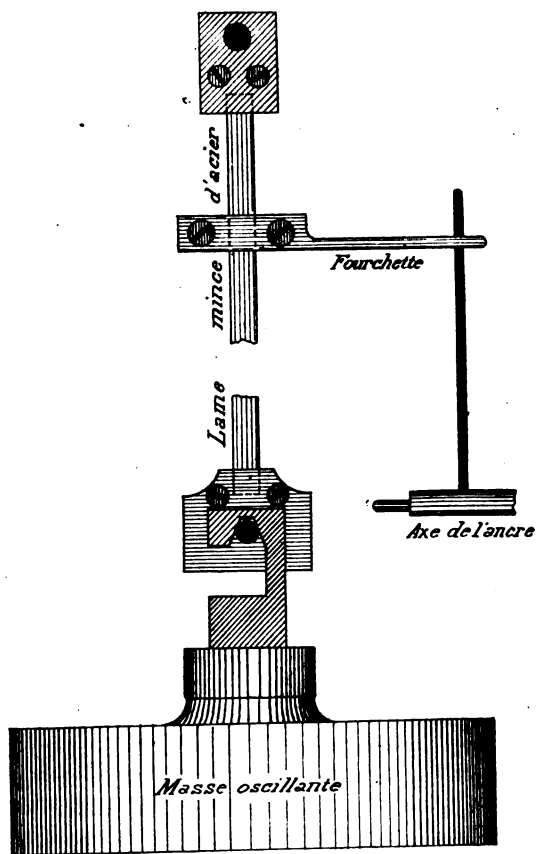


Fig. 61.

Sur la partie supérieure du fil est assujettie une fourchette dans laquelle pénètre la tige solidaire de l'ancre d'un échappement de Graham modifié (§ 38).

L'avantage de ce dispositif est de diminuer considérablement les frottements, de sorte que l'énergie nécessaire à maintenir le système en mouvement est à peu près la même, *pour chaque oscillation*, que celle nécessaire aux horloges ordinaires d'appartement.

Comme la durée de l'oscillation est ici environ 20 fois plus grande, la même énergie entretient le mouvement un temps 20 fois plus long.

Le barillet moteur étant à peine augmenté, au lieu de marcher 15 jours, l'horloge marche 450 jours sans remontage.

Indépendamment des effets de la température sur lesquels je vais

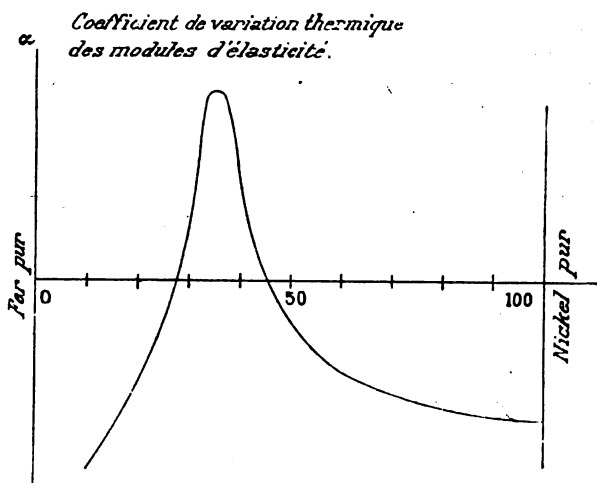


Fig. 62.

revenir, on accuse le pendule de torsion d'avoir un mauvais réglage, sous prétexte que la période est très grande. Je ne prends parti ni pour ni contre la pendule 400 jours. Mais une discussion *a priori* sur le réglage n'a de sens que si l'on compare, non pas les périodes, mais les énergies cinétiques maxima. Or pour une période de 15 secondes avec une amplitude de près d'un tour et un balancier de 500 grammes, l'énergie cinétique est considérable.

On reproche au balancier que son axe de rotation n'est fixé qu'en un point : on peut en dire à peu près autant d'un pendule circulaire. On déclare que les perturbations extérieures (trépidations, heurts,...) se font terriblement sentir : mais une pendule n'est pas destinée à recevoir des coups de pied. La pendule 400 jours a peut-être tous les défauts imaginables ; toujours est-il qu'on ne peut les connaître que par une étude plus poussée que celle des *Revue chronométriques*.

2° — L'inconvénient de ce système est la diminution très grande du module de torsion quand la température croît. Avec un fil d'acier ou de bronze, le retard atteint 17 secondes par jour et par degré d'échauffement. Admettons que *dans un appartement* la température varie de 6° en moyenne quand on passe de l'hiver à l'été ; cela fait une variation de 102 secondes par jour, de 714 secondes = 12 minutes environ par semaine.

On n'était donc plus forcé de remonter sa pendule, mais il fallait fréquemment la remettre à l'heure.

Pour pallier ce défaut, on utilisa d'abord des masses oscillantes renfermant un compensateur tel que celui du paragraphe 141 du tome I. Mais le prix de l'instrument s'en trouvait considérablement accru.

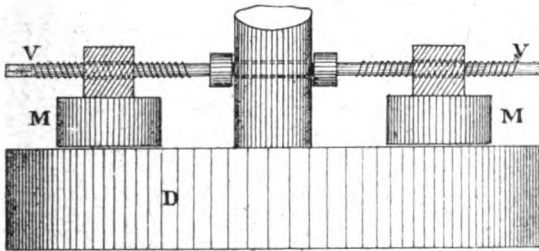


Fig. 63.

Actuellement on a recours à des fils de ferronickel. L'expérience montre que le coefficient de variation thermique α des modules d'élasticité (module d'Young, module de torsion) est représenté, en fonction de la teneur en nickel, par une courbe dont l'allure est celle de la figure 62. Autrement dit, soit le μ le module de torsion à 0° ; sa valeur à t° est :

$$\mu(1 + \alpha t).$$

Il existe donc deux alliages, de teneurs en nickel voisines de 25 et 45 p. 100, pour lesquels $\alpha = 0$. On choisira l'un d'eux. Mais comme ils sont difficiles à réaliser exactement, on obtient le même résultat en associant bout à bout et en longueurs convenables, deux fils dont les teneurs correspondent à des α de signes contraires. La variation par jour et par degré d'échauffement est réduite à 4 secondes, ce qui est plus que suffisant pour des pendules d'appartement.

3° — La manière de régler la marche est intéressante. On modifie le moment d'inertie en déplaçant simultanément deux masses MM au moyen d'une vis V à filets inverses. A l'un de ses bouts la vis porte un carré qui entre dans la cavité correspondante d'une clef.

Les masses M glissent sur le disque D.

Le mode d'entretien est identique à celui des appareils étudiés dans les paragraphes précédents. On peut utiliser l'un quelconque des échappements où le repos vient après l'incliné (Riefler, Strasser, Granger).

43. Double pendule circulaire.

Voici un mécanisme théoriquement identique à celui de l'horloge à pendule de torsion. Le fonctionnement doit cependant être plus précaire en raison de la petitesse angulaire des amplitudes. En tous cas le

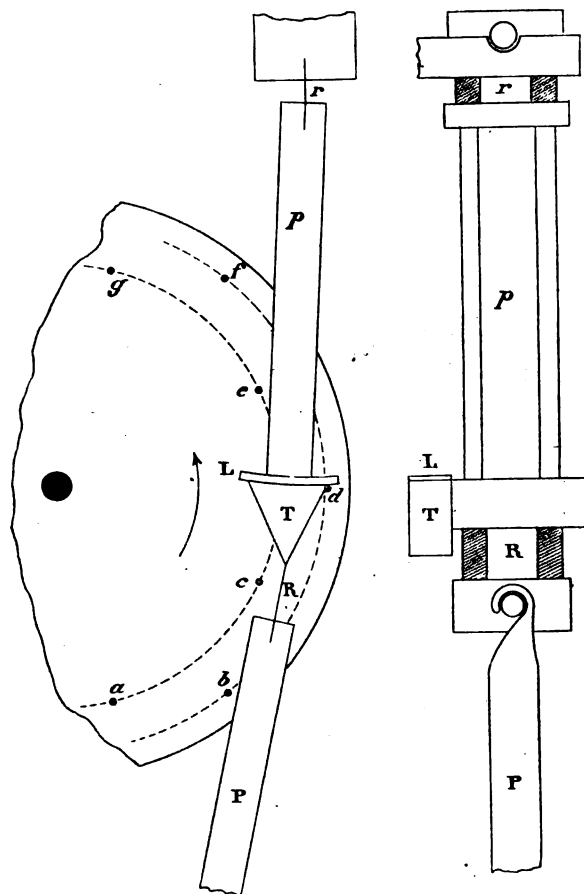


Fig. 64.

mécanisme est intéressant comme appliquant d'une manière curieuse ce que renferme le paragraphe 162 du tome I.

Le pendule est constitué par la tige p suspendue par les ressorts r , et la tige P suspendue par les ressorts R .

La tige p porte à sa base un prisme triangulaire T sur les faces duquel agissent les goupilles de la roue d'échappement.

A l'instant choisi, la goupille d a glissé sur l'incliné droit et repose sur l'extrémité droite de la lamelle L formant butoir. Le pendule P allant vers la gauche, entraîne le pendule p et dégage la roue d'échappement. Après une chute, la goupille c entre en prise avec l'incliné

gauche du prisme, repousse le pendule p vers la droite, et s'arrête sur l'extrémité gauche de la lame L .

Le pendule P dont l'extrémité supérieure est ainsi repoussée vers la droite, repart dans ce sens.

Pour une certaine élongation, il tire à droite le pendule p , dégage la goupille c . C'est au tour de la goupille b de tomber et, glissant sur l'incliné droit du prisme, de repousser le pendule p vers la gauche.

Et ainsi de suite.

44. Pendule balançoire.

1^o. — La pendule balançoire est un curieux appareil dont la théorie précise n'est pas d'une extrême facilité.

Une figurine est suspendue à un ressort à boudin d'axe vertical, dont

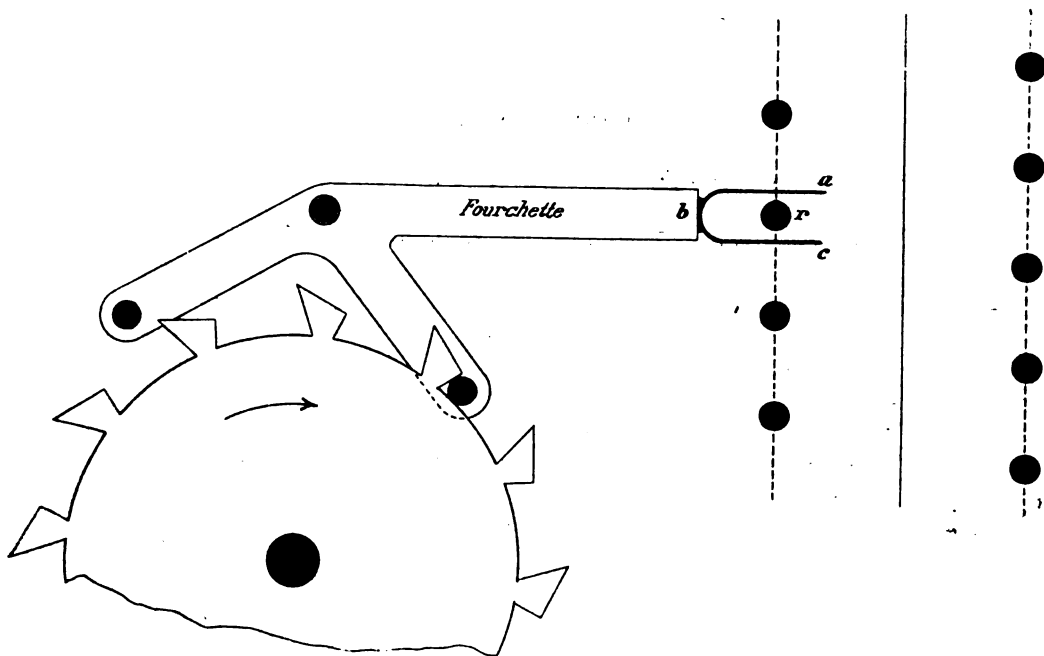


Fig. 65.

l'extrémité supérieure est fixe ; elle oscille verticalement sous l'influence de l'élasticité de torsion du fil (voir pour la théorie du ressort à boudin, mon cours d'*Élasticité*). Pour régler la période, on prend plus ou moins de spires du ressort, ou encore on modifie le poids de la figurine au moyen de petit plomb (*cendrée*).

L'élévation de la température diminue beaucoup le module de torsion (§ 42) ; la pendule balançoire retarde donc beaucoup par le chaud.

Peu importe ; il ne s'agit pas d'un appareil de précision.

2^o. — Pour entretenir l'oscillation, on utilise un échappement *libre* à

ancres, généralement de la forme à *chevilles* usuelle dans les réveils *américains* (fig. 63).

La fourchette porte à son extrémité un fil recourbé *abc* formant une fourche entre les bras de laquelle passe une des spires *r* du ressort à boudin. On la choisit assez voisine de l'extrémité fixe du ressort pour que l'amplitude de l'oscillation ne soit par trop grande.

Pour fixer les directions j'ai représenté en coupe l'intersection du ressort à boudin par un plan passant par l'axe de ce ressort et par la fourche. Le réglage de la fourche par rapport à la spire s'obtient par un déplacement lent de l'extrémité supérieure du ressort à boudin.

Comme il s'agit d'un appareil de vitrine, on ne cherche pas la précision. Évidemment il serait préférable d'utiliser un échappement à *repos après l'incliné* (§ 38 et suiv.), la théorie de l'appareil étant identique à celle de l'horloge à pendule de torsion.

Remontoirs d'égalité.

45. Remontoirs d'égalité.

1° — Du fait que dans les horloges le moteur est un poids, on est tenté de conclure la constance du couple qui à chaque instant agit sur la roue d'échappement, couple dont dépendent la constance de l'impulsion reçue par le pendule et la constance de l'amplitude de son oscillation. On oublie qu'entre la roue d'échappement et le cylindre sur lequel la corde est enroulée, existe une série de rouages plus ou moins imparfaits, et dont les frottements sont variables tant à cause de cette imperfection qu'en raison de la température qui change la consistance des huiles, et du temps qui les épaisse par oxydation.

Il est donc préférable de faire agir un poids beaucoup plus petit sur un mobile plus voisin de la roue d'échappement, en supprimant tout ce qui est avant ce mobile. Mais on est alors forcé de remonter plus souvent. La démultiplication d'un mobile à l'autre étant de 7,5 ou de 8 (§ 241 du tome I), la suppression de 2 mobiles exige un remontage journalier, ce qui est inadmissible.

On a donc tourné la difficulté en dédoublant le rouage. Celui des rouages qui est mû par le poids lourd, est uniquement chargé de remonter l'autre.

Il ne faut pas que le lecteur se laisse méduser par les horloges *astronomiques* de haute précision. Il existe par le monde bien moins d'observatoires que de monuments pourvus d'horloges. Ces horloges ont des aiguilles en plein air; le vent et la neige agissent dessus d'une manière infiniment variable. Les efforts à exercer pour faire mouvoir le système, changent à chaque instant. Or la force motrice est invariable. Si l'on ne s'arrange pas pour mettre le système régulateur à l'abri de ces variations, il fonctionne mal.

Il ne s'agit donc pas là d'une question de pure théorie; les remontoirs d'égalité sont très employés dans la grosse horlogerie qu'à la vérité nos illustres professeurs de Physique méprisent cordialement.

2° — La question des remontoirs d'égalité a fait couler beaucoup d'encre.

A la vérité ils ne présentent pas d'intérêt dans l'horlogerie ordinaire; ils compliquent le mécanisme, exagèrent la puissance nécessaire au fonctionnement, augmentent le prix, le tout sans accroître la précision. Mais leur emploi semble indiqué dans la grosse horlogerie : ils isolent le système régulateur et le mettent à l'abri des perturbations. C'est en définitive comme une horloge indépendante qui ne serait chargée que de déclencher les pièces d'une machine.

Même dans la grosse horlogerie, l'avantage des remontoirs d'égalité est contesté. Les raisons invoquées me paraissent médiocres.

Certes le vent agit sur les aiguilles. Les adversaires des remontoirs font alors remarquer que pendant une heure, l'aiguille faisant un tour, le vent supposé de direction constante agit tantôt comme puissance, tantôt comme résistance : d'où compensation. De même si le vent varie fréquemment d'azimut.

Dans bien des cas le cadran est à une grande distance du mécanisme; d'où la nécessité de longues tiges et d'articulations qui présentent des frottements variables. Les adversaires du remontoir déclarent alors qu'il suffit de rendre ces frottements constants.

Tout cela est enfantin. Surtout avec les horloges monumentales actuelles (les aiguilles dépassent 10 mètres et en atteignent parfois 20), il est impossible de solidariser le système régulateur et le mécanisme général qui finit par ressembler à une transmission d'usine. Qu'on emploie une horloge uniquement chargée de déclencher la grosse machinerie, qu'on emploie un remontoir d'égalité, on applique exactement le même principe : faire agir sur l'échappement et sur le pendule des forces invariables, faire agir sur la machinerie des forces qui, constantes ou variables, soient toujours supérieures aux efforts strictement nécessaires.

46. Remontoir Robin.

Il a le mérite d'être très simple, mais l'inconvénient de faire conduire la minuterie par la roue d'échappement (fig. 66).

Le rouage d'échappement se compose simplement de deux mobiles, la roue d'échappement et la roue R. Celle-ci porte une poulie p sur laquelle passe un cordonnet sans fin tendu par les poids inégaux P et p .

Pour que le cordonnet ne glisse pas, des pointes fines sont implantées normalement au cercle de gorge de la poulie p .

Supposons d'abord immobile la poulie G.

L'échappement fonctionne sous l'action de la différence $P - p$ des poids : le poids P descend, le poids p monte.

Quand P est descendu d'une certaine hauteur, il pousse le levier L et déclenche le volant du rouage moteur (mû par un poids ou un barillet, peu importe). La roue G tourne, entraînant le cordonnet; elle remonte le poids P, jusqu'à ce que le volant soit enclenché à nouveau.

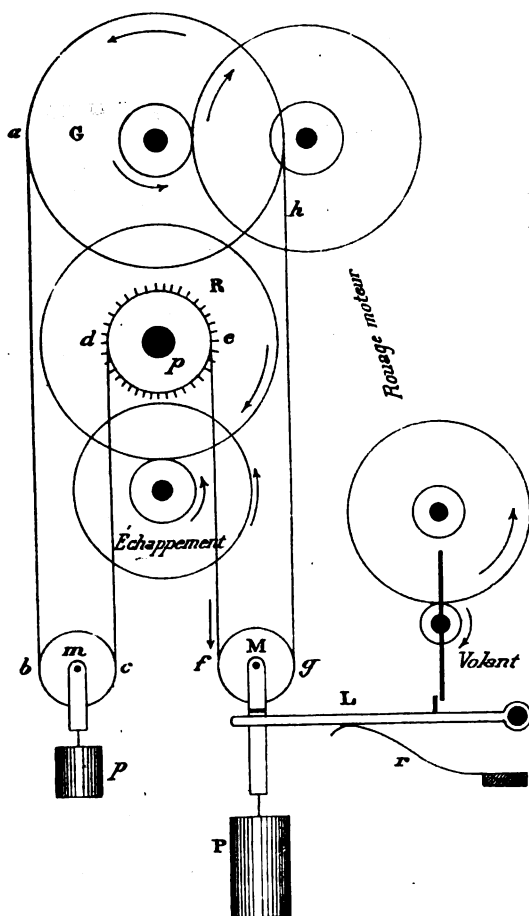


Fig. 66.

Les poids P et p sont petits; les frottements des poulies M et m peuvent être considérés comme invariables.

En définitive ce remontoir supprime les variations des frottements pour tous les engrenages qui précéderaient la roue R dans les rouages ordinaires. Mais le poids moteur P — p doit conduire la minuterie, c'est-à-dire dans les horloges monumentales une résistance essentiellement variable. Ce remontoir ne résout donc que très imparfaitement le problème posé.

Il y a plus d'un siècle et demi que l'on construit des remontoirs d'égalité basés sur des principes analogues, en particulier pour obtenir des pendules

à poids qui n'exigent pas plus de hauteur que les pendules à ressort. Le poids est remonté de temps en temps par un rouage animé par un ressort.

47. Remontoir à gravité.

La figure 67 représente schématiquement en E et r, la roue d'échappement et son pignon. Sur le même axe est monté fou le levier AA chargé à son extrémité d'un poids B convenable. Il porte un axe sur lequel sont montés fous la roue R₁ et son pignon P₁. Celui-ci engrène avec une roue R qui a même axe géométrique que la roue E et que je suppose d'abord immobile.

Le poids B entraîne le levier vers le bas. Le pignon P_1 est forcé de tourner dans le sens φ puisqu'il engrène avec la roue R immobile. Comme il est solidaire de la roue R, qui engrène avec r , celle-ci tend à tourner dans le sens φ correspondant. D'où le mouvement de la roue d'échappement, sous l'influence d'un couple quasi constant puisque B est voisin de l'horizontale.

Il s'agit de remonter le poids B de temps en temps.

Pour cela la roue R fait partie du rouage moteur dont on voit en M

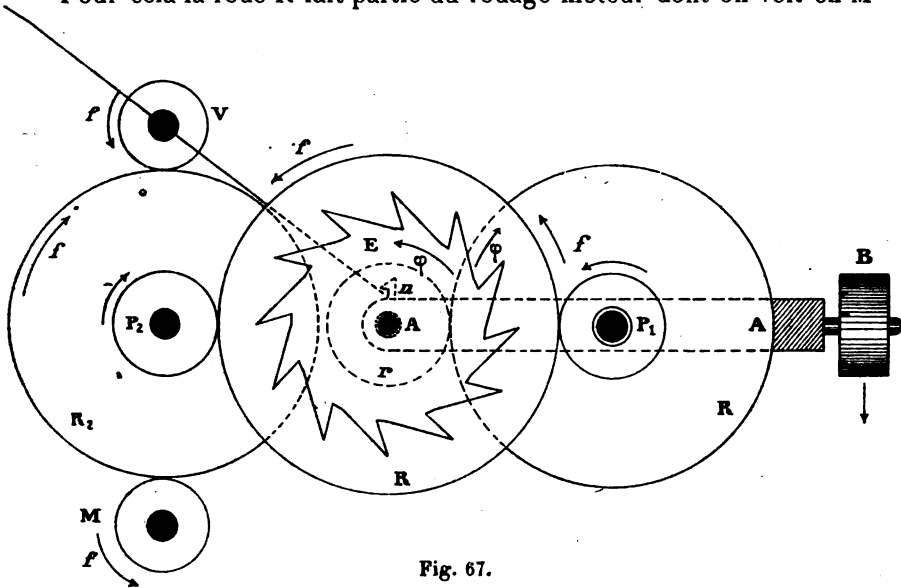


Fig. 67.

un pignon. En V est un volant dont une des deux ailes s'appuie en ce moment sur le nez n fixé au levier AA.

Supposons que B descende entraînant le nez n .

Le volant échappe : le rouage moteur tourne entraînant toutes les roues dans les sens conjugués f .

C'est maintenant au tour de la roue R_1 , qui engrène avec r quasi fixe, de forcer le pignon P_1 à tourner, relevant le bras AA et le poids B.

Et cela jusqu'à ce que le nez n arrête l'aile du volant.

La remontée du poids se fait d'une manière quasi continue, le moindre déplacement du nez laissant échapper une aile du volant qui fait un demi-tour (l'autre aile est coupée pour limiter la figure).

Ce remontoir présente le même défaut que le précédent : la roue d'échappement conduit la minuterie. Les adversaires du remontoir ont ici raison dans leurs critiques : c'est vraiment beaucoup de complication et d'inconvénients (chocs, ébranlements, frottements sur l'axe de la roue d'échappement) pour éviter simplement les frottements variables des rouages ordinaires qui vont de l'axe sur lequel agit le poids à l'axe de la roue d'échappement.

48. Remontoir Grimthorpe-Denison.

1^o — Il est théoriquement parfait (fig. 68).

La roue d'échappement E est directement mue par un mince ressort spiral r dont l'extrémité extérieure est fixée au pignon ab . Celui-ci est porté par un plateau ap fixé sur le pignon R_1 qui tourne fou sur un cylindre solidaire de la platine AA.

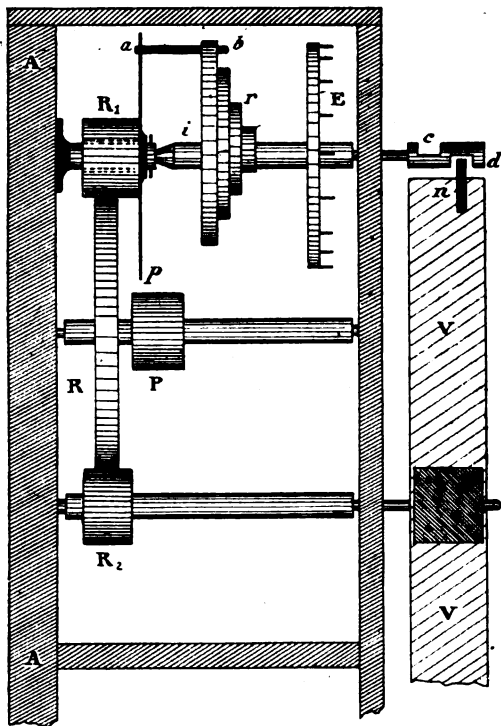


Fig. 68. 6

A chaque tour de la roue d'échappement, le ressort r se détend d'un tour. Pour que le couple qui agit sur l'échappement, reste *moyennement* constant, il faut donc que le pignon R_1 et le pignon ab tournent du même nombre de tours que la roue d'échappement, et dans le même sens.

Pour cela la roue R solidaire du pignon P sur lequel agit le rouage moteur, engrène dans les pignons égaux R_1 et R_2 . Le second est solidaire d'un axe qui porte le volant VV.

L'axe icd de la roue d'échappement est prolongé à travers la platine et entaillé comme le montre la figure. Quand l'entaille

d se présente devant le nez n , le volant échappe et fait un demi-tour au bout duquel le nez que porte l'autre extrémité de l'aile du volant, bute sur l'axe icd , au niveau de l'entaille c . Il échappe après un demi-tour de l'axe icd .

Ainsi à chaque demi-tour de la roue d'échappement (toutes les 30 secondes pour préciser), le pignon R_2 , par conséquent le pignon R_1 , font un demi-tour. Le ressort r reste donc toujours *moyennement* bandé de la même manière; la période est de 30 secondes. En portant à quatre le nombre des ailes du volant, on réduit la période à 15 secondes.

Le rouage fait donc toutes les 30 ou 15 secondes un certain mouvement d'ensemble. On conçoit qu'il actionne la minuterie et la sonnerie. Les aiguilles avancent par soubresauts *comme toujours*; la différence est qu'ici la période est de 30 ou de 15 secondes au lieu d'une.

Cela n'a aucun inconvénient pour les horloges monumentales.

Pour éviter que le volant ne heurte trop brutalement l'axe de la roue d'échappement, les nez n sont portés par des ressorts. De plus le volant est quasiment arrêté, avant qu'il ne bute sur l'axe, par la friction d'un ressort (non représenté).

Une horloge à remontoir d'égalité requiert un poids plus lourd qu'une horloge sans remontoir, parce que seule une petite fraction du travail utilisé pour faire tourner le volant V , est réellement employée à bander le ressort moteur r . Mais c'est sans importance, la force additionnelle n'agissant pas sur le pendule; d'autre part le travail ainsi perdu est négligeable quand il s'agit d'une horloge monumentale dont les pièces à mouvoir sont énormes.

Le système ci-dessus décrit se trouve dans l'horloge de Westminster dont les dimensions sont gigantesques.

2° — Nous retrouverons ce mécanisme utilisé concurremment avec un remontage électrique (§ 109) pour des horloges ordinaires. On fait alors conduire la minuterie par l'axe icd . Ce n'est plus tant pour avoir l'égalité du couple que pour faciliter l'emploi de l'électricité qu'on utilise alors ce remontoir.

Le couple ne reste pas absolument constant. Si la période est de 30 secondes ou d'un demi-tour, si le ressort est armé de 10 tours, la variation est d'un vingtième. D'un bout à l'autre d'une quinzaine (période ordinaire de remontage), le couple dû au barillet d'une pendule d'appartement varie du tiers de sa valeur maxima.

Mais la comparaison ainsi faite est injuste pour le système que nous étudions. Admettons en effet que l'amplitude de l'oscillation du pendule, par conséquent sa durée, aient le temps de varier sensiblement en 30 secondes. Outre que ce sera de fort peu, vu le moment d'inertie considérable du pendule, cette variation est périodique et à *courte période*. Dans l'heure indiquée par l'horloge interviendra la durée *moyenne* d'une oscillation du pendule déterminée pour la période de 30 secondes.

En d'autres termes, si les oscillations du pendule ne sont pas toutes de même durée, en en prenant 30 consécutives, on obtient un résultat quasi constant; et cela, quels que soient les frottements supplémentaires que le froid ou le vent introduisent dans le mécanisme.

Il est clair qu'une telle compensation est inadmissible pour une horloge astronomique dont toutes les secondes doivent être égales. D'autre part le raisonnement vaut pour une pendule, à la différence que la longue période est alors celle du remontage entier. La pendule réglée en moyenne avance au début de la période de remontage (ressort complètement armé, grandes amplitudes), retarde à la fin (ressort relativement désarmé, petites amplitudes), si toutefois nous admettons que l'échappement donne une avance aux grands arcs (voir § 10).

Appareils divers.

49. Pendule mystérieuse.

1° — Une aiguille tourne autour de l'axe O. Elle est équilibrée par un contrepoids qui contient un rouage de montre. Le rôle de ce rouage est de faire qu'en une heure, une masse assez lourde de poids p fasse

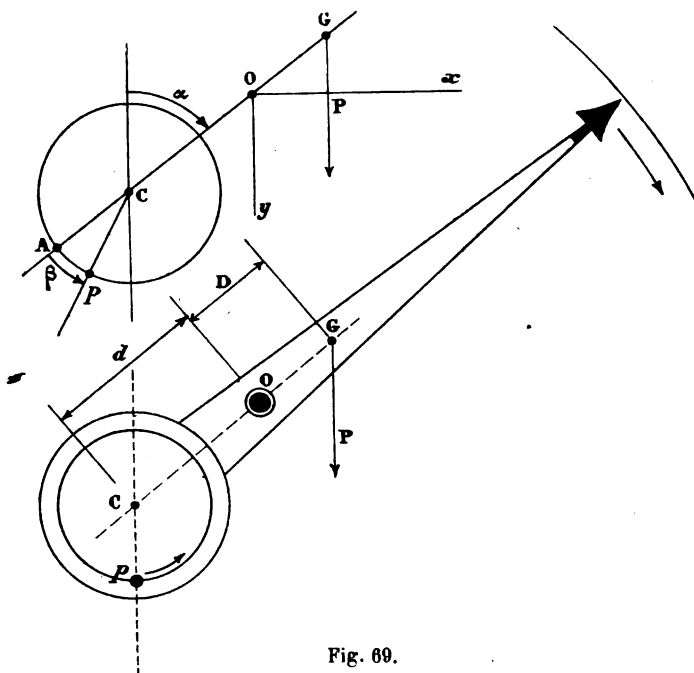


Fig. 69.

un tour avec une vitesse uniforme. On demande à quelle condition l'aiguille fait elle-même un tour avec une vitesse uniforme.

Supprimons la masse p ; soit alors G le centre de gravité du système, à la distance $OG = D$, de l'axe de rotation.

Soit $CO = d$, la distance à l'axe de rotation du centre du cercle parcouru par la masse p ; son rayon est r .

A midi la masse p est en A , l'aiguille est verticale ($\alpha = \beta = 0$).

Calculons la position du centre de gravité du système tout entier. Quand le poids a tourné de l'angle β et l'aiguille de l'angle α . On a :

$$(P + p)x = (PD - pd) \sin \alpha - pr \sin(\alpha - \beta),$$

$$(P + p)y = (PD - pd) \cos \alpha + pr \cos(\alpha - \beta).$$

L'aiguille a tourné de l'angle α dans l'espace absolu, le poids p a tourné de l'angle β par rapport à la droite AOG liée au système.

Pour l'équilibre le centre de gravité du système entier doit être sur la verticale de l'axe de rotation : $x = 0$.

Je laisse au lecteur le soin de discuter le cas général.

Posons : $PD = pd$;

il reste :

$$pr \sin(\alpha - \beta) = 0, \quad \alpha = \beta.$$

L'aiguille tourne avec la même vitesse angulaire que le poids p qui reste toujours sur la verticale du point C.

Le rayon r du cercle a disparu.

2° — Pour réaliser le système d'une manière paradoxale, il faut que l'aiguille soit très légère (aluminium) et le poids p lourd (platine).

On peut alors diminuer beaucoup le volume du rouage.

Si on déränge l'aiguille, elle revient à sa position initiale.

L'équilibre étant ainsi réalisé, l' y du centre de gravité est donné par la formule :

$$(P + p)y = pr.$$

Sa position est invariable : le rouage n'a donc juste à fournir que le travail absorbé par les frottements.

L'équilibre est d'autant plus stable que r est plus grand.

En particulier nous pouvons faire :

$$D = d = 0.$$

L'axe de rotation c du mobile p coïncide avec l'axe O de l'aiguille.

Dans les pendules mystérieuses la roue qui ordinairement fait son tour en une heure, est fixée à l'aiguille : par suite le mouvement tourne autour d'elle en une heure. L'équilibre est donc continuellement rompu par le poids du barillet, plus lourd que le reste du rouage et placé excentriquement.

50. Autre pendule mystérieuse.

1° — Voici d'abord une expérience facile à monter.

Sur une escarpolette est placé un métronome dont la tige passe dans une fourche fixe et, pour cela, solidaire de la poutre à laquelle sont attachées les ficelles. On lance l'appareil dans le plan du tableau : il oscille sous l'influence de l'échappement du métronome, avec une période qui est à peu près celle qu'on obtient quand le métronome ne fonctionne pas.

Pour enregistrer le nombre des oscillations, on utilise le système représenté à droite. La masse M tourne autour de l'axe O , entre deux arrêts A et A' . Elle porte un doigt qui tourne autour de l'axe o et que le ressort r appuie sur une roue à rochet. A chaque oscillation de la masse M , la roue avance d'une dent, et actionne une minuterie équi-

librée. Il suffit de placer l'appareil sur un système quelconque oscillant pour enregistrer ses oscillations. L'inclinaison alternative du support force la masse M à buter successivement entre ses arrêts.

2° — L'horloge telle qu'on la trouve dans le commerce, tourne autour d'un axe horizontal que porte la main d'une statuette. A sa partie supérieure est le cadran; à l'inférieure est une boule qui contient le mouvement d'horlogerie. La main porte une tige verticale cachée par

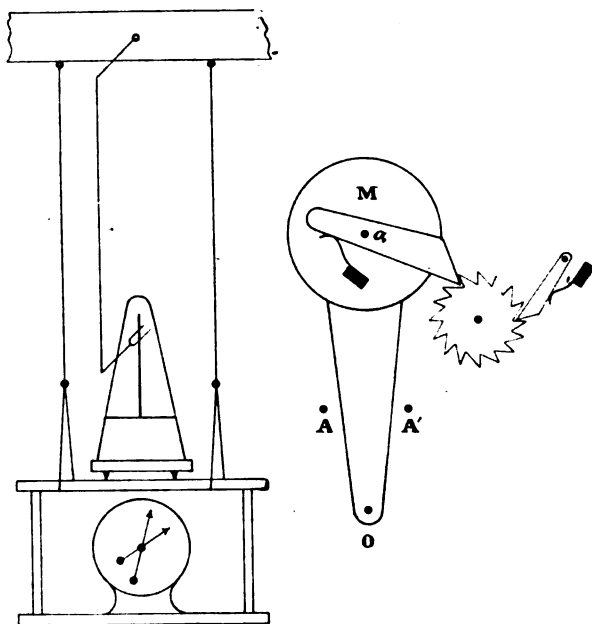


Fig. 70.

le pendule et qui sert de point d'appui au pendule remontant qu'actionne le mouvement d'horlogerie (fourche de l'appareil ci-dessus décrit).

Le mécanisme est curieux par ce qu'il n'existe aucun lien entre le mouvement d'horlogerie et la minuterie.

Le dessin suppose la minuterie placée sur un support relié par des montants rigides au support du métronome. On remarquera que son fonctionnement est analogue à celui d'un podomètre.

51. Lunette stroboscopique.

1° — Voici une intéressante application des mouvements d'horlogerie qu'on trouve à bas prix dans le commerce. Si les physiciens et les professeurs de physique savaient tirer parti de ce qu'on leur vend 2 fr. 65, la science française ne serait pas dans l'état piteux où nous la voyons !

Avec M. Brillouin et l'aide d'un réveille-matin obtenons une *lunette stroboscopique*.

La fourche est généralement équilibrée par un contrepoids P qui dépasse la platine. Coupons la partie ombrée; remplaçons la par une mince lame d'aluminium A. Sans que la fourche cesse d'être équilibrée, nous obtenons un petit écran dépassant largement la platine et dans lequel nous perçons un trou T (diamètre de l'ordre du millimètre). Fixons à la platine un écran parallèle également percé d'un trou T' : nous obtenons à chaque battement la découverte instantanée de ce trou.

Plus simplement collons sur le contrepoids P un petit écran de papier A percé d'un trou.

Généralement la période n'est pas celle que nous voulons. Le réveil

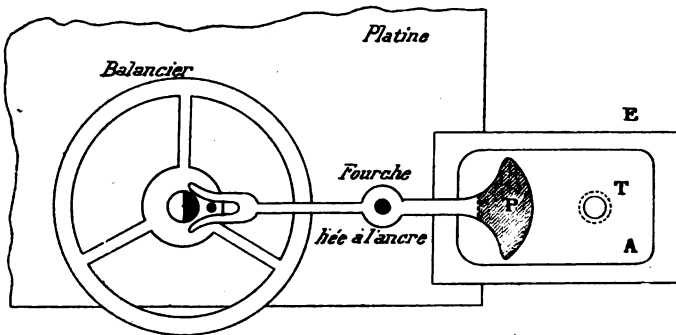


Fig. 71.

que j'ai sous les yeux, fait 90 oscillations par minute; il découvre donc le trou 3 fois par seconde. Si l'on veut que la période stroboscopique soit d'une demi-seconde, on alourdit le balancier en soudant dessus des cercles de plomb, le plus symétriquement possible.

2° — Reste à disposer le système stroboscopique dans une lunette, de manière que le champ ne soit pas diminué, et qu'il devienne clair ou obscur simultanément en tous ses points.

On profite de ce qu'entre les deux verres du train redresseur d'une lunette terrestre, existe un anneau oculaire (image de l'objectif) : c'est si l'on veut l'image de la pupille par rapport aux trois derniers verres (second verre du train, verres de l'oculaire).

Après avoir supprimé la minuterie et la partie réveil qui feraient du poids et de l'encombrement, on fixe la platine du réveil-matin sur le tube de la lunette (qu'on prend de petites dimensions), de manière que les écrans A et E soient normaux à l'axe de la lunette et au niveau de l'anneau oculaire intérieur; dans les lunettes terrestres se trouve précisément là un diaphragme de limitation.

On obtient ainsi un appareil portatif qui permet de voir les objets *un instant, toutes les demi-secondes* dans notre hypothèse : c'est une *lunette stroboscopique* avec laquelle on peut étudier les modifications

d'un phénomène dont la période est une demi-seconde. M. Brillouin s'en est servi pour contrôler la constance des oscillations du balancier d'un chronomètre de marine (§ 63).

52. Echappement pour entretien d'une rotation continue.

L'échappement libre à ancre fournit la solution d'un curieux problème : *entretenir un mouvement de rotation continu au moyen de chocs discontinus.*

Reprenons la figure 35. Abaissons le butoir A de droite : nous diminuons le repos de gauche. Par un abaissement convenable du butoir A de droite, nous pouvons supprimer ce repos. D'où le résultat suivant : par l'action de la roue d'échappement sur l'incliné C'D', la droite de l'ancre est lancée vers le haut et vient heurter le butoir A de droite. En raison de la suppression du repos sur CB, elle n'est pas maintenue dans cette position par la poussée de la dent E contre le repos CB; la dent E agit immédiatement sur l'incliné CD et force l'ancre à faire la demi-oscillation suivante. L'ancre accomplit donc sans arrêt une oscillation entière.

Passons à la figure 37. Supprimons l'extrémité de la corne gauche de la fourchette liée à l'ancre que nous venons de modifier. Bien entendu, enlevons le spiral de manière que le balancier tourne librement. Supposons que le balancier (par suite la cheville) tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. L'ancre est arrêtée dans la position symétrique de celle qui est représentée. La cheville entre donc librement dans la fourchette, dégage celle-ci en heurtant ce qui reste de la corne gauche, reçoit l'impulsion de la corne droite et continue son chemin. Elle n'est pas arrêtée par le retour de la corne gauche, puisque nous avons pris la précaution d'en supprimer l'extrémité. Après un tour la cheville retrouve les choses en l'état, puisque l'ancre est revenue d'elle-même dans la position initiale.

Cette application paradoxale de l'échappement libre est intéressante comme créant systématiquement un *renversement* à chaque oscillation et l'utilisant pour produire l'impulsion toujours dans le même sens, ce qui est nécessaire pour entretenir une rotation continue.

CHAPITRE IV

MARCHE DES CHRONOMÈTRES

Définition du temps.

Je commence ce chapitre par quelques notions d'Astronomie nécessaires pour définir la marche des chronomètres et fixer les idées du lecteur sur la précision qu'il n'est pas impossible d'atteindre.

53. Jour sidéral. Temps sidéral.

1° — L'unité de temps *réellement utilisée* est le *jour sidéral*; c'est le seul étalon qui soit toujours à notre disposition. Le jour moyen est une *unité de compte* qui n'est pas réalisée dans la nature.

Fixons invariablement une lunette de manière qu'une étoile bien reconnaissable passe dans son champ. Peu importe l'étoile, *pourvu qu'elle soit voisine de l'équateur* : l'expérience, alors précise, évite des difficultés théoriques sur lesquelles nous reviendrons. Peu importe l'azimut de la lunette : on ne lui demande que d'être invariable.

On appelle *ordinairement jour sidéral* et l'on considère comme une constante absolue, l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages successifs de l'étoile sur l'un des fils réticulaires. Cet intervalle mesure la durée de la rotation terrestre.

L'intervalle ainsi défini n'est pas absolument invariable, parce que l'astre ne nous apparaît pas exactement dans la direction où il est réellement (*aberration, réfraction*), et parce que l'axe de rotation de la Terre, tout en restant à peu près absolument invariable *par rapport à la Terre*, ne conserve pas dans l'espace une direction rigoureusement constante (*précession, nutation*). Mais au point de vue qui nous occupe et en raison de l'imperfection des horloges les plus précises, nous pouvons considérer l'intervalle entre deux passages successifs de la même étoile sur un des fils réticulaires de notre lunette comme une constante absolue.

On appelle *sidérale* une horloge réglée sur le jour sidéral, c'est-à-dire battant 86 400 fois dans un jour sidéral.

2° — Pour suffisante que soit *pratiquement* la définition précédente, il est impossible de ne pas donner la définition exacte, en raison même des applications que nous allons en faire.

Voici d'abord les définitions officielles (voir mon *Astronomie*).

Le *temps sidéral* T en un lieu donné est l'angle horaire du point vernal en ce lieu. Le *jour sidéral* commence au passage supérieur du point vernal au méridien; sa durée est l'intervalle de temps qui sépare deux passages supérieurs consécutifs.

Montrons en quoi cette nouvelle définition diffère de la première.

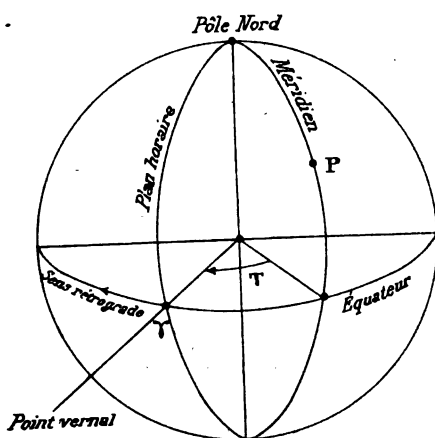


Fig. 72.

Si le point vernal était une étoile toujours la même, les deux définitions coïncideraient. Mais le point vernal (direction de l'intersection de l'écliptique et de l'équateur) n'est pas une étoile : c'est un point du Ciel qui au cours des temps se déplace *sur l'écliptique* : le déplacement est de 50,26 secondes sexagésimales de degré par an dans le sens rétrograde.

Du *sens direct* de rotation de la Terre résulte que le jour sidéral dans sa seconde définition est, pour les étoiles équatoriales, plus court que le jour sidéral dans la première définition.

Montrons que la différence est *pratiquement insensible*. Elle est importante en théorie parce que le propre des inégalités non périodiques est de s'accumuler à la longue; il devient alors impossible de les négliger. Mais la Chronométrie pratique est encore d'une précision telle que les horloges doivent être réglées tous les jours : elles ne peuvent déceler des différences aussi petites que celles dont il est question.

Si le point vernal se déplaçait de 50,26 secondes d'arc *sur l'équateur*, les ascensions droites des étoiles équatoriales augmenteraient annuellement de 3,35 secondes (elles sont mesurées en secondes de temps). Le déplacement s'effectuant sur l'écliptique et les ascensions droites étant comptées sur l'équateur, la variation des ascensions droites des étoiles équatoriales est moindre; elle est de l'ordre de 3 secondes *par an*, de l'ordre par conséquent d'un centième de seconde de temps par jour. Nous verrons plus loin que c'est d'une telle quantité que diffèrent pratiquement les deux définitions du jour sidéral. *En chronométrie* elle est absolument négligeable, la régularité d'un dixième de seconde par jour étant l'extrême et quasi inatteignable limite de nos horloges et chronomètres les plus perfectionnés.

A la vérité les étoiles circumpolaires donneraient dans la première définition des jours sidéraux bien plus différents les uns des autres que l'indique ce calcul. Mais comme elles sont quasi immobiles, leur emploi chronométrique n'aurait qu'une précision grossière.

Bref la définition ordinairement donnée du jour sidéral, théoriquement incorrecte, est pratiquement plus que suffisante.

54. Jour moyen.

1° — Notre enseignement est si parfaitement stupide qu'assurément il n'y a pas en France un professeur de Physique sur cent qui sache d'où sort le *jour moyen* et la *seconde de temps moyen*.

Cependant il en parle sans la moindre hésitation, imitant Jacquot gesticulant sur son perchoir.

Pour le détail je renvoie à mon *Cours d'Astronomie*; je me borne ici à rappeler les définitions.

On appelle *jour vrai* l'intervalle de temps qui sépare deux passages consécutifs du Soleil au méridien, *intervalle variable* mesuré avec le seul étalon que nous possédions qui est le *jour sidéral*.

On appelle *jour moyen* la moyenne d'un très grand nombre de *jours vrais*.

Pour déterminer le jour moyen, on part donc des plus anciennes observations exactes (celles d'Hipparque) qui déterminent pour une certaine date, la position du soleil par rapport à une étoile arbitrairement choisie, et l'ascension droite de celle-ci. On connaît donc à cette date l'ascension droite du soleil (angle de son plan horaire avec le plan horaire qui passe par le point vernal).

Pour faire court supposons qu'au bout de N jours vrais (le compte en est facile puisque nous connaissons les anciens calendriers), le Soleil se trouve exactement placé de même par rapport au point vernal et au méridien d'un lieu.

Le point vernal a fait alors exactement n révolutions complètes.

Par définition du jour sidéral et du jour moyen, le rapport de la durée du jour moyen à celle du jour sidéral est $n : N$.

Quand on pense à la collection d'âneries que contiennent sur ce sujet les cosmographies modernes, élémentaires ou autres, on reste confondu de la sottise de nos professeurs! Notez que la définition précédente se trouve au long chez les anciens astronomes; Cassini calcule ainsi le jour moyen et donne exactement le nombre actuellement admis.

On trouve que si le jour de temps moyen contient par définition 86 400 secondes de temps moyen, le jour sidéral en contient seulement 86 164 091; il est plus court de 235,909 secondes de temps moyen. Autrement dit il vaut $23^h 56^m 4,091^s$ de temps moyen.

On a :

$$\frac{\text{jour de temps moyen}}{\text{jour sidéral}} = 1,002737909. \quad (4)$$

Dans la définition du temps moyen n'intervient *en aucune manière* la notion d'année qu'on y introduit sottement. Quant aux *trois* Soleils classiques, ils sont d'une imbecillité absolue.

Le jour moyen une fois déterminé, le Soleil peut disparaître de nos raisonnements. Il continue son petit traintrain régulièrement irrégulier; nous sommes certains de le retrouver *en moyenne* au même point relatif, en nous servant du jour moyen, en conséquence de la manière même dont nous avons déterminé ce jour.

Pratiquement tout notre système de comptage du temps revient à dire que nous prenons une unité plus grande que le jour sidéral dans le rapport (1).

2° — ORIGINE DU TEMPS MOYEN.

Elle est absolument arbitraire. La meilleure preuve de cet arbitraire est qu'au XVIII^e siècle on utilisait simultanément deux systèmes de repérage des jours moyens, correspondant à deux tables de la *Connaissance des Temps* publiée par l'ancienne Académie des Sciences. Dans l'une de ces tables le Soleil fictif et le Soleil réel étaient d'accord au 1^{er} novembre, de sorte que le Soleil réel (voir plus loin) était toujours en retard sur le Soleil moyen. La différence allait de 0 à 30,53 secondes. L'autre table était construite suivant l'hypothèse que nous allons dire. Le Soleil moyen y était retardé une fois pour toutes de 16^m 9^s.

Au reste les horloges parfaites réglées sur les deux temps moyen ont évidemment leurs battements synchrones.

En définitive par convention nous comptons 0^h 0^m 0^s de temps moyen, lorsque à une date arbitrairement choisie, telle étoile passe au méridien de tel lieu. Par exemple nous pouvons prendre pour origine des temps moyens, l'instant du passage de β Persée au méridien de Paris, le 18 août 1916.

Naturellement on s'arrange de manière que le temps moyen s'écarte *en moyenne* le moins possible du temps vrai. On fait en sorte que les différences entre les origines des jours vrais et celles des jours moyens (0^h 0^m 0^s des pendules idéales) soient tantôt positives et tantôt négatives, et que les différences positives compensent *au total* les négatives.

D'où résulte une convention, et, comme conséquence de cette convention, une colonne de la *Connaissance des Temps* intitulée *Temps sidéral à midi moyen*.

A un instant donné et dans un lieu donné P, le *temps sidéral* T est l'angle horaire du point vernal γ en ce lieu. Les angles horaires sont comptés à partir du méridien du lieu P dans le sens du mouvement diurne (sens rétrograde).

Par la définition même du jour sidéral, le point vernal tourne de 360° en un jour sidéral; son angle horaire croît de 360° en 23^h 56^m 4^s,091. En un jour de temps moyen son angle horaire croît d'une quantité 1,002 727 909 fois plus grand.

Évaluons les angles en temps; la circonférence vaut 86 400 secondes.

En un jour de temps moyen, le point vernal parcourt donc : une circonférence plus $86\,400 \times 0,002\,737\,909 = 236,555$ secondes.

Effectivement je trouve dans la *Connaissance des Temps*, pour temps sidéral à midi moyen les :

1 ^{er} avril 1915.	0 ^h 33 ^m 1 ^s ,74
2 —	38 58,30
3 —	42 54,85
4 —	46 51,41

La différence constante est $3^{\text{m}} 56^{\text{s}},56 = 236^{\text{s}},56$.

La *Connaissance des Temps* donne donc le temps sidéral à *midi moyen* pour toutes les dates. Il est dès lors facile d'avoir le temps sidéral pour une heure quelconque de temps moyen. Il faut ajouter au temps moyen une quantité proportionnelle au temps moyen écoulé depuis midi, et qui soit 236,56 secondes pour 24 heures. Une table auxiliaire de la *Connaissance des Temps* fournit les nombres tout calculés de seconde en seconde.

Par exemple le 1^{er} avril 1915 à 10 heures du soir (temps moyen), on a le temps sidéral :

$$10^{\text{h}} + 0^{\text{h}} 35^{\text{m}} 1^{\text{s}},74 + 1^{\text{m}} 48^{\text{s}},42 = 10^{\text{h}} 36^{\text{m}} 50^{\text{s}},16.$$

55. Détermination du temps sidéral et du temps moyen.

1^o — Raisonnons d'abord pour Paris pour le méridien duquel les tables de la *Connaissance des Temps* sont calculées.

Je suppose avoir un garde temps marquant des indications quelconques mais équidistantes dans le temps.

Je veux savoir quelle est l'heure de temps sidéral pour l'une de ces indications. Il me suffit de déterminer l'angle horaire du point vernal qui correspond à cette indication.

Mais d'abord rien ne marque le point vernal dans le ciel ; d'autre part serait-il marqué, il peut passer au méridien à une heure mal commode. Aussi utilise-t-on des étoiles quelconques, mais plus ordinairement des étoiles particulièrement bien étudiées, dites *fondamentales* et principalement les fondamentales équatoriales.

La figure 73 montre le sens de la relation :

$$T = H + R.$$

Le temps sidéral (angle horaire du point vernal) est égal à la somme de l'angle horaire H d'une étoile E et de son ascension droite R .

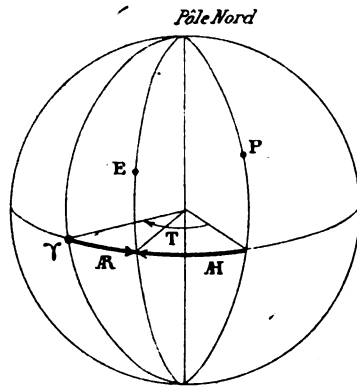


Fig. 73.

Je rappelle que les ascensions droites sont comptées dans le sens direct.

Pour :

$$H = 0, \quad \text{on a :} \quad T = \mathcal{R}.$$

Quand une étoile passe au méridien, le temps sidéral est donc égal à l'ascension droite de l'étoile.

Comme l'ascension droite est une quantité extrêmement peu variable (voir plus haut), on détermine sans difficulté l'heure sidérale à un instant donné d'après l'étoile qui passe alors au méridien. En pratique on procède en sens inverse : on détermine l'indication de l'horloge au moment où une étoile passe au méridien ; on sait ainsi à quelle heure sidérale correspond cette indication.

2° — Pour étudier l'horloge dont l'équidistance des battements est pour l'instant inconnue (nous supposons qu'elle est toutefois voisine de la seconde sidérale), il suffit en théorie de déterminer son indication au passage d'une seconde étoile d'ascension droite connue, ou de la même étoile le lendemain.

L'ascension variant fort peu et quasi linéairement, les interpolations sont faciles à partir des tables de la *Connaissance des Temps*.

En définitive les observatoires s'attachent à posséder une horloge dite *sidérale*, c'est-à-dire battant aussi exactement que possible la seconde sidérale. Elle est placée dans des conditions toutes spéciales de tranquillité et de constance pour la température. Tous les jours ou nuits, quand le temps le permet, on détermine son *état* par la détermination des heures de passage au méridien (heures lues à cette horloge) de quelques étoiles *fondamentales* autant que possible *équatoriales*. Connaissant une succession d'*états*, on calcule la *marche*, c'est-à-dire la quantité dont l'horloge avance en 24 heures sidérales. A défaut d'observations les jours couverts, on peut calculer par extrapolation les heures sidérales d'après les indications de l'horloge sidérale.

3° — HORLOGES DE TEMPS MOYEN.

On appelle *horloge de temps moyen* une horloge battant aussi bien que possible la seconde de temps moyen.

Elle est réglée à partir du temps sidéral expérimentalement déterminé et d'après la table de la *Connaissance des Temps* donnant le temps moyen en fonction du temps sidéral.

On appelle *état* de l'horloge la quantité qu'il faut retrancher de l'indication pour avoir l'heure de temps moyen. On appelle *marche* la quantité dont l'horloge avance par jour. Si la marche est nulle, l'état est constant. Si la marche est constante, l'état augmente linéairement.

Si l'on dispose d'une horloge sidérale dont on connaît l'état, il est facile de déterminer l'état de l'horloge de temps moyen grâce aux tables de la *Connaissance des Temps* qui donnent à chaque instant le temps moyen en fonction du temps sidéral.

Généralement on ne touche pas aux horloges sidérales ou de temps moyen. Par exception l'horloge de temps moyen qui distribue l'heure à Paris, est maintenue à l'heure exacte.

Pour obtenir ce résultat on la compare chaque jour vers midi à l'horloge sidérale dont on connaît l'état; on calcule l'état de l'horloge de temps moyen; on fait disparaître tout écart supérieur à 0,2 secondes. On utilise pour cela la méthode du tome I, § 51. Le poids du balancier est tel que l'adjonction d'un poids de 20 grammes fait avancer l'horloge d'une seconde en une heure. La correction une fois obtenue sur *l'état*, on agit sur la *marche* à l'aide d'un poids beaucoup plus petit.

Par exemple pour annuler un retard d'une seconde par jour, on ajoute $20 : 24 = 0,8$ gr. environ.

56. Temps légal.

1° — Tout mobile qui tourne d'une manière uniforme, peut servir à définir la différence des longitudes de deux lieux. On se sert des étoiles ou du jour sidéral; nous savons (§ 54) que les deux définitions sont équivalentes en pratique. La différence des longitudes *exprimée en temps* est égale à la différence des heures sidérales de passage d'une même étoile aux deux lieux.

Ainsi je lis dans la *Connaissance des Temps* que la longitude de Besançon est de $14^{\text{h}} 36^{\text{s}},2$ Est. Cela veut dire qu'une étoile passe au méridien de Besançon $14^{\text{h}} 36^{\text{s}},2$ de temps sidéral avant de passer au méridien de Paris.

On peut aussi bien se servir du Soleil moyen. L'heure de temps moyen de Besançon diffère donc de $14^{\text{h}} 36^{\text{s}},2$ de temps moyen sur l'heure de Paris. Il va de soi que le Soleil moyen met plus de temps à aller du méridien de Besançon à celui de Paris qu'une étoile; mais ce temps est exprimé en temps moyen par le même nombre, le jour de temps moyen étant plus long que le jour sidéral.

2° — ORIGINE DU TEMPS LÉGAL.

L'heure légale en France et en Algérie est l'heure de temps moyen de Paris retardée de $9^{\text{h}} 21^{\text{s}}$, qui est la longitude ouest de Greenwich par rapport à Paris. Ce qui revient à dire en bon français que l'heure légale de France et d'Algérie est l'heure de temps moyen de l'Observatoire de Greenwich (longitude $0 = 2^{\circ} 20' 13''$).

Le méridien de Greenwich passe à peu près à Saumur.

Pendant la belle saison l'heure légale est avancée d'une heure.

57. Temps vrai.

1° — Nous voici donc en possession de deux échelles de temps à échelons respectivement équidistants mais différents; le temps sidéral, le temps moyen. L'échelle *réelle* correspond au déplacement des étoiles, plus exactement au déplacement du point vernal (intersection de l'équateur et de l'écliptique). L'échelle *de compte* correspond à un Soleil

fictif qui se déplace uniformément *sur l'équateur*, de manière que son plan horaire ne s'écarte que périodiquement du plan horaire contenant effectivement le Soleil et coïncide avec lui *en moyenne*.

On conçoit qu'il soit intéressant de retrouver le plan horaire du Soleil réel à partir du plan horaire du Soleil fictif. Il faut naturellement pour cela connaître les *inégalités* du Soleil réel.

Les résultats de ces calculs sont contenus dans deux colonnes de la *Connaissance des Temps* intitulées :

Temps vrai à midi moyen, Temps moyen à midi vrai.

Ainsi je trouve dans la *Connaissance des Temps* qu'à midi moyen le 1^{er} avril 1915, le temps vrai (angle horaire du soleil vrai) est à Paris :

$$23^{\text{h}} 55^{\text{m}} 28^{\text{s}}, 26. \quad (1)$$

C'est dire qu'à cette date le Soleil vrai est en retard sur le Soleil fictif de :

$$4^{\text{m}} 31^{\text{s}}, 74. \quad (2)$$

Réduisons ce temps en degrés; nous trouvons : $1^{\circ} 7' 55'', 10$.

Cela signifie qu'à midi moyen le 1^{er} avril 1915, pour trouver le centre du Soleil, il faut le chercher à l'est du méridien, dans un plan horaire faisant l'angle susdit avec le méridien.

Je trouve qu'à midi vrai le 1^{er} avril 1915, le temps moyen est :

$$4^{\text{m}} 13^{\text{s}}, 41. \quad (3)$$

Cela veut dire que l'horloge de temps moyen donne cette indication quand le centre du Soleil vrai passe au méridien de Paris.

Le lecteur ne s'effarera pas en constatant que les nombres (2) et (3) ne sont pas égaux. Cette différence prouve que le Soleil vrai ne fait pas 360° par jour moyen; ce qui est évident, puisque autrement nous n'aurions pas à introduire le temps moyen. Le nombre (2) est un angle, le nombre (3) est un temps. Le Soleil vrai met $4^{\text{m}} 13^{\text{s}}, 41$ de temps moyen à parcourir $4^{\text{m}} 31^{\text{s}}, 74$ d'angle.

Pour fixer les idées on saura que le Soleil vrai

retarde sur le Soleil moyen du 25 décembre au 16 avril			
avance	—	du 16 avril	au 14 juin
retarde	—	du 14 juin	au 1 ^{er} septembre
avance	—	du 1 ^{er} septembre	au 25 décembre.

Les plus grands retards sont :

$$14^{\text{m}} 25^{\text{s}} \text{ le } 12 \text{ février} \quad 6^{\text{m}} 20^{\text{s}} \text{ le } 27 \text{ juillet.}$$

Les plus grandes avances sont :

$$3^{\text{m}} 47^{\text{s}} \text{ le } 15 \text{ mai} \quad 16^{\text{m}} 22^{\text{s}} \text{ le } 4 \text{ novembre.}$$

Quatre fois par an le Soleil vrai et le Soleil moyen passent simultanément au méridien de chaque lieu.

Les marins déterminent le temps moyen par la détermination de la position du Soleil; c'est une des opérations du *point*.

2° — Anciennement les horloges étaient réglées sur le temps vrai. Tout le monde a entendu parler du canon du Palais-Royal qui partait à midi vrai et sur lequel les bourgeois étaient censés régler leurs oignons.

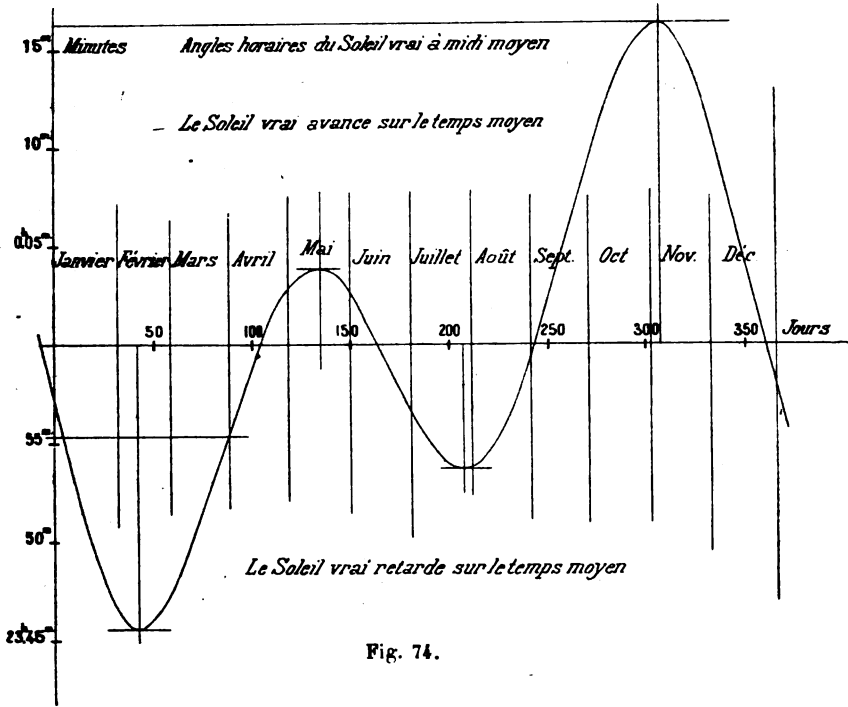


Fig. 74.

On tripotait donc les pendules tous les jours ou lorsque la différence paraissait trop grande.

Au reste nous voyons quelque chose d'analogue sur les paquebots. Tous les jours à midi on met les pendules sur l'heure moyenne locale, celle du *point* sur lequel on est passé à midi et qu'on vient de faire.

Quand le Soleil ne se montrait pas, on se servait d'une *table d'équation*. On s'explique ainsi que ces notions fondamentales sur la mesure du temps étaient familières à nos aïeux, alors qu'elles sont méconnues de tout le monde aujourd'hui, les astronomes exceptés; en les exceptant tous, je suis bien gentil.

Les richards avaient des horloges *d'équation* (tome I, § 256).

Marche des chronomètres.

58. Position du problème.

Le problème de la marche des chronomètres a deux aspects bien différents, mais que les théoriciens sont tentés de confondre.

Un chronomètre sort de chez le fabricant : il s'agit de le classer s'il en vaut la peine. Pour cela on lui fait subir une série d'épreuves *de laboratoire dans des conditions artificielles*. Il en sort diplômé, c'est-à-dire ayant une valeur marchande plus grande; à moins qu'il échoue, auquel cas il redevient une montre ordinaire.

Le chronomètre diplômé passe sur un navire ou dans la poche d'un explorateur. Il est alors soumis à des épreuves autrement dures, autrement longues. Assurément, d'avoir triomphé des premières est une raison pour qu'il ne soit pas inférieur aux secondes. Mais l'erreur contre laquelle il faut réagir, est de croire qu'on peut *dans le laboratoire* déterminer, une fois pour toutes, la manière dont il se comportera à l'usage. C'est l'erreur que je combats si souvent dans mes ouvrages : poser que les corps solides sont définis par un petit nombre de paramètres constants, qu'il est loisible de déterminer une fois pour toutes avec une précision indéfinie. Une expérience séculaire montre pour les chronomètres la fausseté de cette hypothèse simpliste : un chronomètre, comme toute machine où entrent des métaux, est en perpétuelle transformation. Assurément ces modifications sont lentes et petites; mais comme par nature le chronomètre les totalise, elles sont connues et cataloguées depuis longtemps.

Je commencerai par décrire les *examens* auxquels les chronomètres doivent répondre; nous verrons ensuite comment ils se comportent au cours de leur existence *utile*.

59. État et marche d'un chronomètre.

1° — La différence $e = A - H$ de l'indication A du chronomètre et de l'heure actuelle H de temps moyen de Paris est (pour les Français) l'état *absolu* e du chronomètre. Par convention l'état est *positif* si l'heure marquée par le chronomètre est en *avance* sur l'heure exacte (de temps moyen) du méridien choisi pour origine.

On appelle *marche* m du chronomètre, la quantité dont il *avance* par jour de temps moyen. S'il *retarde*, sa marche est *negative*.

Conséquemment si l'on connaît l'état e_0 pour une certaine date, on obtient l'état e_1 pour une date ultérieure en ajoutant la marche totale mT qui correspond au temps T (évalué en jours de temps moyen) qui sépare les deux observations :

$$e_1 = e_0 + mT; \quad (1)$$

e_1 est la quantité à retrancher de l'indication A du chronomètre pour avoir l'heure (de temps moyen) du méridien origine, à l'instant de la seconde observation :

$$e_1 = A_1 - H_1, \quad H_1 = A_1 - e_1.$$

La marche m qui entre dans la formule (1), est la *marche moyenne* dans l'intervalle considéré.

Évidemment le chronomètre serait parfait si l'état était constant, c'est-à-dire si la marche était identiquement nulle. Il suffirait de le *mettre à l'heure* une fois pour toutes pour annuler l'état : le chronomètre garderait indéfiniment ensuite l'heure moyenne du méridien choisi pour origine.

Le chronomètre serait également parfait, bien que d'un emploi moins commode, si la marche était constante et connue : ayant l'état pour une date et une heure donnée au méridien de Paris, une simple règle de trois permettrait de calculer l'état pour une date et une heure quelconque. Inversement de l'indication A du chronomètre, on déduirait immédiatement l'heure correspondante au méridien de Paris.

Une mauvaise marche est donc, non pas une marche *grande*, mais une marche *irrégulière*.

Malheureusement la marche est une fonction du temps et de la température.

2° — Tout ce qu'on peut imaginer de plus simple est que la marche soit une fonction linéaire du temps et de la température :

$$m = m_0 + a(t - t_0) + b(\theta - \theta_0). \quad (2)$$

t_0 et θ_0 sont une époque et une température arbitraires pour lesquelles la marche est m_0 .

t est exprimé en jours de temps moyen ; a est le *coefficient d'accélération, généralement positif et très petit*.

L'avantage des chronomètres dont la formule (2) représente la marche, est que la marche moyenne dans un intervalle ne dépend que de la température moyenne dans cet intervalle.

Le plus souvent la formule (2) est insuffisante ; il faut recourir à la formule de Lieussou :

$$m^* = m_0 + a(t - t_0) + c(\theta - \theta_0)^2, \quad (3)$$

ou encore :

$$m = \mu + a(t - t_0) + b\theta + c\theta^2.$$

La formule contient quatre paramètres. Dans ce cas le calcul de la marche moyenne implique la connaissance de *toutes* les températures traversées par l'instrument. Il ne suffit pas de connaître la température moyenne.

De ce que la marche n'est pas nulle, on conclut immédiatement à l'inutilité de la remise à l'heure : en conséquence on ne touche jamais aux aiguilles d'un chronomètre. D'autre part nous verrons que le ressort régulateur d'un chronomètre forme un tout qu'on ne doit pas modifier : la raquette ou le mécanisme équivalent n'existe pas. On accepte donc la marche telle qu'elle est : c'est toujours par le calcul qu'on trouve l'heure à partir des indications des chronomètres de haute précision.

NOTA BENE.

On prend quelquefois positivement la *marche* quand c'est un *retard*; l'*état* est alors la correction qu'il faut *ajouter* à l'heure marquée par le chronomètre pour avoir l'heure exacte de temps moyen. Peu importe du reste la convention, pourvu qu'on applique la même à la marche et à l'état : la formule (2) reste valable.

3° — DÉFINITION DE L'AVANCE ET DU RETARD.

Je trouve dans les traités d'horlogerie une discussion assez plaisante.

Comparons deux chronomètres A et B dont les périodes sont dans le rapport 59 et 60.

Il sont d'accord à 0^h 0^m 0^s. Quand A marque une heure, cela veut dire qu'il a fait 3 600 battements; B en fait seulement :

$$(3\,600 : 60)59 = 60 \times 59.$$

Donc B marque 59 minutes.

On peut dire que B est en retard d'une minute sur A.

Lorsque B marque une heure, cela veut dire qu'il a fait 3 600 battements. A en a fait

$$(3\,600 : 59)60 = (61 + 1 : 59)60.$$

A marque donc une heure une minute + 1 : 59 de minute.

D'où ce paradoxe que A avance plus sur B, quo B ne retarde sur A.

Toute la difficulté vient de ce qu'implicitement on change les termes de la comparaison. On prend d'abord A puis B comme étalon.

60. Régularité du chronomètre.

1° — Les définitions précédentes risquent de laisser dans l'esprit du lecteur une idée fausse.

Faisons constante la température (ce qu'une étuve permet avec l'approximation qu'on voudra); négligeons le coefficient d'accélération toujours petit et qui n'intervient pratiquement que pour des intervalles notables : il semble que la marche sera rigoureusement constante. Autrement dit, nous sommes tentés de croire qu'un chronomètre maintenu à température constante, mis à l'abri des trépidations et des chocs, doit avoir une marche parfaitement invariable. Ce qui est grossièrement erroné.

Pour des raisons multiples et dont nous étudierons quelque-unes, un chronomètre est un instrument plus ou moins irrégulier.

Il s'agit donc de mesurer cette irrégularité.

Pour fixer les idées du lecteur, le plus simple est d'indiquer à quelles conditions les observatoires de chronométrie délivrent leurs certificats.

Les renseignements qui suivent, sortent du *Bulletin officiel* de l'Observatoire astronomique et chronométrique de Besançon.

Quand le lecteur saura ce qu'on peut obtenir, il comprendra mieux la nature du réglage.

2° — Je prends comme premier exemple le *chronomètre de poche* soumis aux épreuves dites de 1^{re} classe (moyennant une taxe de 15 ou de 30 francs suivant que le chronomètre est français ou étranger).

Les épreuves durent 44 jours.

Elles sont divisées en 8 périodes de 5 jours effectifs.

Le chronomètre est maintenu à 15° aux périodes 1, 2, 3, 5, 7, 8. Il est porté dans la glacière pendant la période 4, dans l'étuve à 30° pendant la période 6. Il prend toutes les positions indiquées dans la figure 75.

On remarquera que dans aucune de ces positions le *pendant* de la montre (anneau qui sert à la suspendre) n'est en bas. A la vérité cette position ne se rencontre pas dans la pratique; quelques Observatoires (Hambourg par exemple) font une période *pendant en bas* pour mieux séparer ce qui tient au défaut de centrage du balancier (§ 74) et au défaut d'isochronisme.

Voici les conditions auxquelles le chronomètre doit satisfaire.

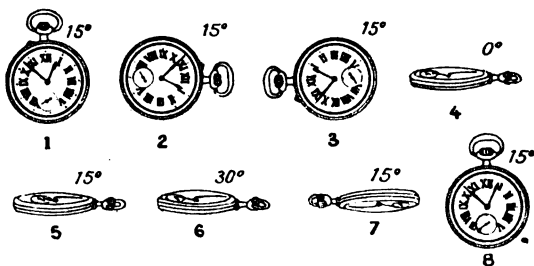


Fig. 75.

Le premier jour des 4^e, 5^e, 6^e, 7^e périodes qui durent 6 jours, est dit *intermédiaire* et ne compte pas dans le calcul de la marche, pour lequel on réduit chacune de ces périodes à ses cinq autres jours. On a reconnu la nécessité de laisser à la montre le temps de reprendre l'état d'équilibre qui correspond à sa nouvelle température.

Ce qui légitime l'épithète d'*artificielles* qu'au paragraphe 58 je donne à ces épreuves. Je ne prétends pas qu'il faut opérer autrement; mais nous ne devons pas nous étonner si à *l'usage* interviennent des phénomènes qu'on néglige systématiquement dans les épreuves.

Pour chacune des 8 périodes, on calcule la marche moyenne M et l'écart $m - M$ de cette moyenne avec la marche diurne m pendant chacun des cinq jours de la période. La moyenne arithmétique des 40 écarts ainsi obtenus est l'*écart moyen de la marche diurne* α .

Elle mesure l'irrégularité de l'instrument.

La différence entre la marche moyenne de la 5^e période et la marche moyenne pour l'ensemble des 1^{re} et 8^e périodes est la *variation du plat au pendu*.

On calcule la marche moyenne pour l'ensemble des 6 périodes *non thermiques* 1^{re}, 2^e, 3^e, 5^e, 7^e et 8^e. On forme les écarts entre cette moyenne générale et celle obtenue pour chacune de ces 6 périodes. La moyenne arithmétique des six écarts est l'*écart moyen pour un changement de position* β .

On calcule les trois écarts entre la marche moyenne pour l'ensemble

des 3 périodes 4°, 5°, 6° et la marche moyenne pour chacune de ces périodes.

On calcule de même les trois écarts entre la température moyenne pour l'ensemble des 3 périodes 4°, 5°, 6°, et la température moyenne pour chacune de ces périodes.

Le quotient obtenu en divisant la somme arithmétique des trois écarts de la marche par la somme arithmétique des trois écarts de la température est l'*erreur de compensation pour un degré centigrade* γ .

La différence entre les marches moyennes des périodes 1 et 8 est la *reprise de marche* δ .

Pour obtenir un bulletin de marche, le chronomètre soumis à la première classe d'épreuves doit remplir les conditions suivantes :

<i>La marche moyenne M pour chaque période ne doit pas dépasser en valeur absolue</i>	6°,00
<i>La moyenne numérique des écarts de marche pour une même période ne doit pas dépasser</i>	1,50
<i>La différence de marche moyenne entre les deux plats 5 et 7 ne doit pas dépasser</i>	5,00
<i>La variation du plat au pendu 5 et 1-8 ne doit pas dépasser</i>	5,00
<i>L'écart moyen α de la marche diurne ne doit pas dépasser</i>	0,75
<i>L'écart moyen β pour un changement de position ne doit pas dépasser</i>	2,50
<i>L'erreur de compensation γ ne doit pas dépasser</i>	0,20
<i>La reprise de marche δ ne doit pas dépasser</i>	5,00

Expliquons le sens de ce règlement.

3° — Les observations consistent simplement à déterminer pour les cinq jours d'une période les avances et les retards diurnes du chronomètre. On affecte les avances du signe +, les retards du signe —. La marche moyenne M pour une période est la moyenne des cinq marches prises avec leur signe.

Nous nous heurtons ici à cette proposition sur laquelle le directeur de l'Observatoire revient à satiété : « La marche moyenne est l'un des éléments les plus importants du chronomètre ». Or je dis au paragraphe 59 que la marche moyenne a une importance théorique exactement nulle. On concilie bien aisément ces contradictions. Je parle en savant, le directeur parle avec les commerçants dont il classe les produits. Personne ne nie que si la marche moyenne est constante, le chronomètre soit parfait. Mais Tartarin qui a dépensé 500 francs pour que son chronomètre « règle le soleil » et qui constate une variation de 20 secondes par jour sur l'heure de la sous-préfecture, déclare qu'on l'a volé. Quand on lui parle de tenir registre des états de son chronomètre, il ne comprend pas : il a payé 500 francs pour « régler le soleil » ! Ce n'est pas à Tartarin qu'il faut le mettre, bou Di !

Comme les gens qui éprouvent le besoin de posséder un chronomètre (en dehors bien entendu de ceux qui s'en servent pour des observations astronomiques; j'ai payé ma montre 7 fr. 50 à Kayes, Sénégal, avec garantie qu'elle marcherait deux heures, c'est-à-dire jusqu'à ce que je prenne le train pour Bamako) n'ont généralement que des dispositions médiocres pour le calcul, il est naturel de leur éviter le souci d'une correction : d'où les efforts des horlogers pour diminuer la marche moyenne.

Tout de même j'étonnerai Tartarin en lui apprenant que la limite pour un chronomètre de poche *de première classe* est 6 secondes, une minute d'écart en 10 jours. Il serait navré de savoir que, possédant l'un des 100 chronomètres diplômés chaque année par l'Observatoire de Besançon, il ne « règle le soleil » qu'à 6 secondes près. A la vérité s'il me lit, ce qui est douteux, il pourra se payer la tête de Costecalde qui prétend régler le soleil à 0,5 seconde près!

4° — Pour chaque période nous calculons donc la *marche moyenne*.

Il est essentiel pour le savant de savoir à quel degré elle est constante. Cette constance est la mesure de la perfection *scientifique* du chronomètre. Il n'est pas suffisant que sur une période de 5 jours, le chronomètre n'avance ou ne retarde que de 30 secondes au maximum. Il faut que cette avance ou ce retard moyen ne résultent pas d'une compensation de marches capricieuses et irrégulières.

Nous aurons du reste à revenir sur la question fondamentale des erreurs périodiques.

Quoi qu'il en soit on prend pour chaque période les écarts à la moyenne. Leur somme algébrique est nulle par définition; on en fait donc la somme *arithmétique ou numérique*. Elle ne doit pas dépasser 7,5 secondes; autrement dit, la moyenne numérique doit être inférieure à $7,5 : 5 = 1,5$.

Ainsi l'on considère que d'un jour à l'autre, *sous des influences inconnues*, un excellent chronomètre de poche peut varier de 1,5 seconde.

La marche moyenne serait-elle nulle à la grande joie de Tartarin, le chronomètre à température constante ne fournirait au savant que des indications entachées en plus ou moins d'une incertitude de 1,5 seconde.

On fait le même calcul pour les 8 périodes, *considérées indépendamment les unes des autres*; nous allons voir ci-dessous l'importance des mots soulignés. On obtient ainsi 8 quantités positives dont on prend la moyenne. Elle constitue l'écart moyen α . Il doit rester inférieur à 0,75 seconde. On admet donc que des compensations s'effectuent pour une période plus longue et qu'il est bon d'être plus sévère.

5° — L'écart moyen α est déterminé par les écarts calculés pour chaque période *considérée indépendamment des autres*. Il pourrait être nul sans pour cela que le chronomètre conservât la même marche dans les diverses positions.

On compare donc les six marches moyennes $M_1, M_2, M_3, M_5, M_7, M_8$,

qui correspondent à la température ordinaire de 15°. On prend la moyenne algébrique M_m , on calcule les écarts à la moyenne $M_1 - M_m$, $M_2 - M_m$, ... Enfin on divise par 6 la somme des écarts *pris en valeur absolue*. On définit ainsi l'écart β .

La limite tolérée pour β est 2,5 secondes.

Mais sur les 6 positions, 4 sont verticales. Le chronomètre étant bien compensé pour les diverses positions verticales, toute l'erreur tolérée sur β pourrait se reporter sur la différence des deux plats (aiguilles en dessus 5, aiguilles en dessous 7) ou sur la différence du plat au pendu (5 et 1 — 8). On exige comme conditions supplémentaires que ces deux écarts restent inférieurs à 5 secondes.

6° — Nous avons supposé jusqu'ici que le chronomètre était à 15°.

On désigne sous le nom *d'erreur de compensation* γ , la variation de marche pour une variation d'un degré entre 0 et 30°. Elle doit rester inférieure à 0,2 secondes, ce qui constitue une variation acceptée de 6 secondes dans le passage de 0 à 30°. Nous verrons que grâce aux balanciers en laiton ferro-nickel, la variation par degré est quasi constante : l'*erreur secondaire* est annulée.

7° — Enfin il est bon de constater que le passage par des températures différentes de 15° n'altère pas le réglage. Pour cela on compare les marches moyennes pour les périodes 1 et 8. On doit trouver :

$$M_8 - M_1 < \pm 5^s.$$

7° — Voici comment on calcule les *points* pour les diplômes et concours.

On pose :

$$\begin{aligned} x &= \frac{400}{3}(0,75 - \alpha), & y &= 40(2,50 - \beta), \\ z &= 330(0,20 - \gamma), & t &= 6(5,00 - \delta). \end{aligned}$$

Pour le chronomètre qui atteint juste les limites on a :

$$S = x + y + z + t = 0.$$

Pour le chronomètre parfait ($\alpha = \beta = \gamma = \delta = 0$), on a :

$$x = 100, \quad y = 100, \quad z = 70, \quad t = 30, \quad S = 300.$$

Ainsi la perfection se traduit par un nombre de points compris en 0 et 300.

Voici maintenant les points nécessaires pour les diplômes :

Médaille d'or.	Médaille d'argent.	Médaille de bronze.
200 points	175-199 points	150-174

Pour fixer les idées disons qu'on peut avoir un chronomètre avec bulletin de 1^{re} classe de Besançon pour 275 francs. C'est le prix *d'avant-guerre* de la Manufacture d'Armes de Saint-Étienne.

61. Entretien du chronomètre.

Entre l'instant où le chronomètre reçoit son diplôme et celui où il arrive dans la poche de son heureux possesseur (Marius Tartarin, ex-confiseur à Rio de Janeiro, retiré des affaires et propriétaire à Manosque), les huiles ont le temps de s'épaissir; le réglage lui-même a le temps de disparaître. Il ne faut pas oublier que, pendant des mois, le « régleur » a manipulé tous les jours le malheureux chronomètre; il l'a transporté fréquemment du chaud au froid et du froid au chaud. Pendant 44 jours l'Observatoire a continué sa torture. Rien d'étonnant à ce qu'ensuite, abandonné à lui-même, le spiral régulateur change peu ou prou de forme (phénomènes de réactivité) et d'état moléculaire.

Il ne faut donc pas s'étonner si parfois le réglage est instable.

Mettons les choses au mieux; supposons le réglage stable.

On ne peut pas empêcher les huiles de s'épaissir. Le détaillant qui vend un chronomètre, ne doit donc jamais manquer de le nettoyer et de changer les huiles. Le public doit s'habituer à l'idée que le graissage est aussi nécessaire au chronomètre qu'à la bicyclette ou à la machine à coudre. Ce qui est réellement prodigieux, c'est que l'huile, choisie selon la grosseur des pivots et la pression qu'ils supportent, placée dans des trous de forme convenable, s'y maintienne à l'état de fluidité suffisante assez longtemps pour que son changement ne s'impose que tous les trois ans.

Une fois le chronomètre dans la poche de Marius, il faut tâcher de lui expliquer la nature du réglage qu'affirme le diplôme; ce qui revient à lui conseiller un réglage supplémentaire de la marche diurne. Le réglage a été obtenu à l'état stable, dans une série de positions peu nombreuses. Or le chronomètre va maintenant se trouver dans une poche de gilet, dans un azimut quelconque et secoué toute la journée.

Il sera généralement nécessaire d'agir sur les vis de réglage (fig. 157 du tome I). Tout en se conformant à son diplôme, un chronomètre a le droit de faire, par exemple, une minute d'écart en 15 jours, ce qui fait 4 secondes par jour. On peut essayer de corriger cet écart en déplaçant les vis de réglage. Il est clair que ce n'est pas Marius, ex-confiseur à Janeiro, qui réussira cette opération et le petit tâtonnement que comporte le réglage *définitif* (?!).

Mais voici ce que Marius est capable d'exécuter.

La nuit il déposera son chronomètre religieusement dans un écrin, de manière qu'il ne touche pas une surface trop froide et qu'il soit à plat *sur le fond* (cadran en dessus). Il le remontera *le matin*. En effet les frottements sont moindres, par suite les oscillations sont plus grandes, au plat qu'au pendu. Il serait donc absurde de remonter un chronomètre de poche le soir, ce qui augmenterait encore l'étendue des arcs.

Marius ne laissera pas tomber son chronomètre. S'il brise quoi que ce soit à l'échappement et au balancier, il peut considérer son instrument de précision réduit à l'état de clou. Changer quoi que ce soit à

ces deux pièces, c'est recommencer le réglage, c'est faire un nouveau chronomètre.

Enfin, pour servir de comparaison à son chronomètre, Marius n'aura confiance ni dans l'horloge de la sous-préfecture, ni dans le Soleil. Les aiguilles des grosses horloges sont en général si lourdes, si mal équilibrées et ont tant de jeu, que l'heure indiquée varie brusquement au passage par la verticale. Quant au Soleil, il a fini son rôle chronométrique : il est incapable d'obtenir le diplôme. Sa marche diurne dépasse les limites permises. Il n'a pour lui que l'avantage d'être parfaitement compensé pour la température, la pression barométrique, le magnétisme et l'humidité de l'air.

Que Marius comprenne quelles sont la dignité et la responsabilité de l'homme-qui-possède-un-chronomètre. Qu'il sache au moins quoi répondre sur le cours à Costecalde quand ce jaloux s'avisera de le tourner en ridicule. Je lis sous une plume autorisée que « la poche de gilet doit être toujours la même, réservée au chronomètre à l'exclusion de tout autre objet qui pourrait détériorer la boîte ou servir de véhicule à la poussière. L'intérieur de la poche doit être brossé de temps en temps afin d'éviter que les brins imperceptibles de matière textile ne viennent s'accumuler à sa partie inférieure. »

C'est vraiment trop de besogne pour moi que d'avoir l'heure à ce prix. Je garde « mon chronomètre » de 7 fr. 50; il ne verra jamais plus l'horloger; il marchera tant qu'il lui plaira; après quoi je le démonterai pour lui infliger une réparation qui, je le crains, sera définitive!

Alors j'en achèterai un neuf de 3 fr. 75.

Et je vous prie de ne pas me prendre pour un mauvais plaisant! Je lis dans une « Popular Lecture » de L. Kelvin que pour reconnaître les services de M. Archibald Smith (of Jordan Hill), l'Amirauté Anglaise lui donna un « demi-chronomètre ». Il allait bien, quand un beau jour il avança de 15 secondes, parce qu'au lieu d'avoir passé la nuit « under the pillow as usual », on l'avait mis *au pendant*.

L. Kelvin se paie-t-il notre tête en affirmant qu'une montre bien construite n'est pas sujette à l'incertitude d'un quart de seconde par jour! Je le renvoie à l'Observatoire de Besançon. Il ajoute, il est vrai, qu'une montre bien construite ne vaut le meilleur chronomètre de marine que si elle est *bien traitée*. Nous voici tranquilles; elle trouvera toujours de quoi légitimer ses fantaisies.

62. Chronomètres de marine.

Le lecteur est sûrement curieux de connaître la précision d'un *chronomètre de marine*. Je prends mon exemple dans le *Bulletin de l'Observatoire de Besançon*.

Il s'agit du chronomètre Leroy et C^{ie} n° 1143 ayant reçu en 1912 un diplôme, *de marche très satisfaisante*.

Je reproduis à peu près le texte du *Bulletin*.

On apprécie la valeur du chronomètre au moyen des critères suivants :

- I. Marche moyenne diurne;
- II. Écart moyen de la marche diurne;
- III. Écart moyen de période à période;
- IV. Erreur de compensation pour un degré centigrade.

Les valeurs de ces quatre critères, pour le chronomètre 1143, sont respectivement :

N° 1143.

	Bulletin avec mention.	LIMITES	
		Nouvelles.	Anciennes.
I.	0 ^s ,87	5 ^s ,00	10 ^s ,00
II.	0,15	0,40	0,50
III.	0',22	0,75	0,75
IV.	0,045	0,15	0,15

1° — Les épreuves durent 75 jours et sont partagées en 15 périodes de cinq jours chacune. Pendant 13 de ces périodes, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, la température est aussi voisine que possible de 15°; ce sont les épreuves à température ambiante. Les épreuves thermiques à 0° et 30° se font aux périodes 7 et 9 (périodes thermiques), séparées l'une de l'autre par une période à température ambiante.

On calcule la marche diurne :

pour chaque période ou durée de 5 jours;

pour l'ensemble des 13 périodes à température ambiante.

La marche moyenne diurne par période est la moyenne des cinq marches diurnes consécutives.

Ainsi la 1^{re} période fournit les marches journalières :

$$m_1 = + 1^s, 1'$$

$$m_2 = + 1, 3$$

$$m_3 = + 1, 6$$

$$m_4 = + 1, 2$$

$$m_5 = + 1, 3$$

Faisant la somme de ces marches, tenant compte des signes qui les précèdent et divisant par 5, on a :

$$M_1 = + 6,5 : 5 = + 1^s, 30.$$

La marche moyenne s'obtient avec les marches moyennes des 13 périodes à température ambiante, c'est-à-dire en éliminant les périodes 7 et 9 :

$$M_m = + 0,87.$$

1. Le signe — signifie du retard.

Id. + signifie de l'avance.

Le chronomètre 1143 est réglé sur l'avance pendant cette première période.

La limite supérieure, tolérée pour M_m , est $5^s 00$, de même que pour chaque période.

2° — L'écart moyen de la marche diurne se déduit de la comparaison de la marche moyenne par période avec la marche quotidienne.

Par exemple, la 1^{re} période fournit le tableau suivant :

$$\begin{array}{ll} m_1 = +1^s,1 & m_1 - M_1 = +1^s,1 - 1^s,30 = -0^s,20 \\ m_2 = +1,3 & m_2 - M_1 = +1,3 - 1,30 = 0,00 \\ m_3 = +1,6 & m_3 - M_1 = +1,6 - 1,30 = +0,30 \\ m_4 = +1,2 & m_4 - M_1 = +1,2 - 1,30 = 0,10 \\ m_5 = +1,3 & m_5 - M_1 = +1,3 - 1,30 = 0,00 \end{array}$$

Moyenne $M_1 = +1^s,30$

Les nombres 0,20, 0,30... sont les écarts diurnes. On les considère en valeur absolue, car leur somme algébrique est nulle. Le quotient de la somme des 75 écarts quotidiens par 75 est l'*écart moyen de la marche diurne*. Pratiquement on fait, en valeur absolue, la somme des écarts par période, ce qui fournit 15 nombres. On divise ensuite leur somme 75 et l'on a :

$$\text{Écart moyen de la marche diurne} = 11,48 : 75 = \pm 0^s,15.$$

La limite supérieure à partir de laquelle le chronomètre échoue, est $0^s,40$: le nombre $0^s,15$ est donc satisfaisant. Dans l'emploi du chronomètre de marine, où l'on peut éviter les variations de température, l'écart moyen de la marche diurne est le critère le plus important. Si l'écart devenait rigoureusement nul, la marche du chronomètre serait uniforme : on pourrait calculer l'heure avec une précision absolue.

3° — L'écart moyen de période à période ne se calcule que pour la température ambiante, voisine de 15° . On l'obtient en formant les différences successives pour les 13 périodes :

$$\begin{array}{l} M_1 - M_m = +1^s,30 - 0^s,87 = +0^s,43 \\ M_2 - M_m = +1,18 - 0,87 = +0,31 \\ M_3 - M_m = +1,06 - 0,87 = +0,19 \\ \dots \dots \dots \end{array}$$

La somme en valeur absolue des écarts est $2^s,93$; le quotient par 13 est l'*écart moyen de période à période*. On a donc :

$$\text{Écart moyen de période à période} = \frac{\text{Somme des écarts}}{13} = \frac{2^s,93}{13} = \pm 0^s,22.$$

Cette valeur est très acceptable : les limites admises sont $1^s,25$ pour le bulletin ordinaire et $0^s,75$ pour le bulletin avec mention.

On remédie aux perturbations de marche provoquées par le chaud et le froid à l'aide du réglage aux températures 0° glacière, 30° étuve, combinées avec la température ambiante 15° . Le critère correspondant porte le nom d'*erreur de compensation*; il représente la variation de

marche qu'éprouve le chronomètre quand la température s'élève ou s'abaisse de 1° entre les températures de réglage 0°, 30°; on le calcule de la manière suivante.

Les périodes 7 glacière, 8 ambiante, 9 étuve, fournissent le tableau suivant des températures et marches moyennes :

$t_7 = 0^\circ$	$M_7 = + 1^s,62$
$t_8 = 15$	$M_8 = + 1,00$
$t_9 = 30$	$M_9 = + 0,30$

Ces nombres donnent :

$$\text{Température moyenne, } t_m = \frac{t_7 + t_8 + t_9}{3} = \frac{0^\circ + 15^\circ + 30^\circ}{3} = 15^\circ$$

$$\text{Marche moyenne, } M_m = \frac{M_7 + M_8 + M_9}{3} = \frac{+ 1^s,62 + 1^s + 0^s,30}{3} = + 0^s,97.$$

On en conclut les différences :

$t_7 - t_m = - 15^\circ$	$M_7 - M_m = + 0^s,65$
$t_8 - t_m = + 0$	$M_8 - M_m = + 0,03$
$t_9 - t_m = + 15$	$M_9 - M_m = - 0,67$

$$\text{Somme des écarts de température} = 30^\circ \quad \text{Somme des écarts de marche} = + 1^s,35$$

Le quotient de la somme *en valeur absolue* des écarts de marche, 1^s,35, par la somme en valeur absolue des écarts de température, 30°,00 est par définition, l'*erreur de compensation* pour un degré centigrade.

On a donc :

$$\text{Erreur de compensation pour un degré centigrade} = 1^s,35 : 30^\circ = - 0^s,045.$$

Les limites actuelles sont 0^s,30 pour le bulletin simple et 0^s,15 pour la mention.

Dans le réglage aux températures, c'est-à-dire dans la détermination de l'erreur de compensation, le régleur s'efforce d'aboutir à des marches identiques à 0°, 15° et 30°. S'il y parvenait, l'erreur de compensation serait nulle : les changements de température entre 0° et 30° ne causeraient aucun trouble dans la marche du chronomètre. Rarement et difficilement ce desideratum est pleinement réalisé. Pour le chronomètre n° 1143, le réglage aux températures de 0° à 30°, produit un retard presque rigoureusement linéaire :

Température.	Marche moyenne diurne.	Accroissement de marche.
0°	+ 1 ^s ,62	0 ^s ,62 de 0° à 15°
15	+ 1,00	0,70 de 15 à 30
30	+ 0,30	

On ne peut s'empêcher de trouver singulière cette manière d'évaluer la perfection du réglage pour la température. Intervertissons arbitrairement les valeurs numériques M_7 , M_8 , M_9 ; nous trouvons évidemment la

même valeur numérique pour *l'erreur de compensation*. Pourtant la courbe représentant les marches en fonction des températures sera au choix linéaire ou parabolique. Or il est incontestable que dans l'emploi du chronomètre (voir § 67), une courbe linéaire est préférable à une courbe parabolique.

63. Précision instantanée et précision moyenne.

1° — Nous avons déjà rencontré cette idée (voir en particulier § 48, à propos des remontoirs) qu'il ne faut pas juger la précision instantanée par la précision moyenne.

Pour fixer là-dessus les idées du lecteur, je cite l'observation suivante de Nyren (1889).

Un chronomètre de marine n'indiquait qu'une variation de marche diurne de $\pm 0^s,2$, quand il était tous les jours remonté *à la même heure*. Cette régularité admirable disparaissait au cours des 24 heures, à tel point que les périodes de 8 heures consécutives pouvaient différer de 2 secondes. Nyren trouve que corrélativement les amplitudes du balancier subissaient des variations relativement considérables : il conclut que la connaissance de l'amplitude est un élément fondamental de l'étude des chronomètres.

Il constate de plus que les amplitudes subissent des variations de courte période, d'une durée de quelques minutes, qui présentent une régularité remarquable; elles dépendent vraisemblablement de la forme des dents d'une des roues. Rien d'étonnant à ce que le chronomètre, remonté toutes les 24 heures *exactement à la même heure*, fournisse *pour cette période* une durée quasi constante.

Conclusion : si les chronomètres de construction courante ont pour la période de remontage (24 heures) une précision de l'ordre du cent-millième (les variations moyennes par 24 heures sont de $0^s,6$), il ne faut pas conclure que les diverses secondes sont égales entre elles à cette précision.

Nous avons déjà dit que les pendules d'appartement, même maintenues à température constante, ont pour la période de remontage (15 jours ordinairement) une marche moyenne beaucoup plus constante que ne l'est la marche diurne. C'est, grossi, le même phénomène.

2° — Reprenant l'idée de Nyren, Brillouin a fait d'intéressantes expériences sur les variations périodiques d'amplitude des balanciers des chronomètres.

Il remarque que, *même en supposant parfaite la taille des dents*, on ne peut éviter que le frottement ne varie du commencement à la fin de la prise d'une dent d'une roue sur l'aile d'un pignon : d'où variation de l'effort moteur, par suite variation de l'amplitude du balancier. En conséquence, quand une aile d'un pignon met 5 minutes à passer, on doit trouver dans l'amplitude une période de 5 minutes. Le phénomène total montrera donc autant de périodes qu'il y a de mobiles.

Si la construction était parfaite (profil théorique pour les dents, jeu nul pour les axes), le rapport du nombre des dents des roues et des pignons qu'elles mènent, étant à peu près le même pour tous les mobiles, les variations d'amplitude seraient du même ordre pour toutes les périodes. Mais le phénomène est compliqué par sa discontinuité. Les axes matériels ne tournent pas autour de leurs axes géométriques, mais autour d'un axe instantané (point de contact de l'axe et du trou dans lequel il tourne) d'autant plus éloigné de l'axe géométrique que l'axe matériel est plus gros, c'est-à-dire qu'il y est plus loin de l'échappe-

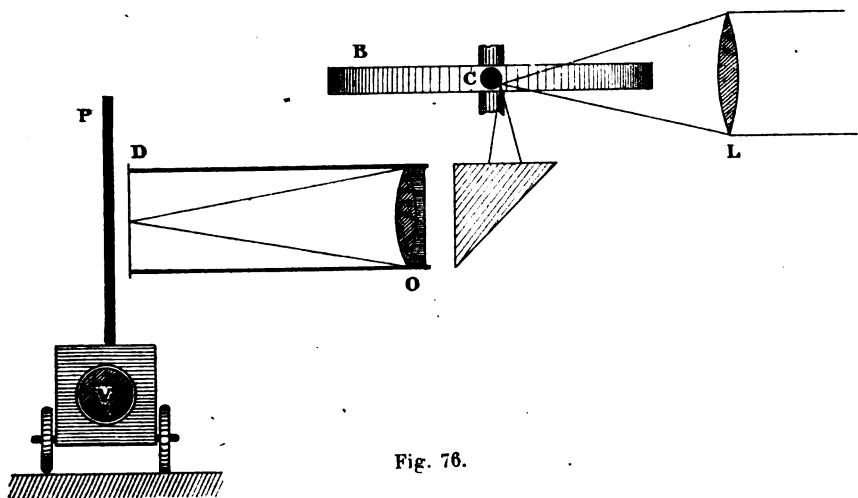


Fig. 76.

ment. D'où résulte qu'aux périodes les plus longues doivent correspondre les amplitudes les plus grandes.

Bref en enregistrant les amplitudes du balancier, on doit s'attendre à trouver des courbes à grandes ondulations, festonnées de dents plus rapprochées, elles-mêmes festonnées de sinuosités plus petites.

Ce que l'expérience confirme.

3° — Pour étudier les variations périodiques de l'amplitude des balanciers, Brillouin dispose le chronomètre dans sa situation ordinaire d'emploi (cadran en dessus). Il envoie un faisceau intense de lumière sur l'une des masses cylindriques d'axe horizontal qui chargent le balancier. D'où une image virtuelle fine telle que celle qu'on obtient en éclairant une baguette de verre.

Quand le cylindre parvient au bout de son oscillation, il reste un instant immobile; d'où une traînée lumineuse brusquement terminée par un bord éclatant qui correspond à la position extrême du cylindre : la variation de position du bord éclatant donne la variation de l'amplitude.

La figure 76 représente schématiquement le dispositif. La lumière d'un arc est concentrée par la lentille L sur le cylindre C monté sur le

balancier B d'axe vertical (considérablement grossis pour montrer la disposition des pièces).

La lumière réfléchie tombe sur un prisme à réflexion totale et traverse l'objectif O. On obtient une image horizontale linéaire dont on ne conserve qu'un point au moyen du diaphragme D percé d'une fente verticale. Immédiatement derrière le diaphragme est la plaque photographique P portée par l'écrou d'une vis horizontale V, que fait tourner un mouvement d'horlogerie réglé par des ailettes.

Quand la position extrême du cylindre C varie, l'image lumineuse monte ou descend. D'où sur la plaque une courbe dont les abscisses représentent les temps, dont les ordonnées sont proportionnelles aux variations de l'amplitude.

Dans les expériences le balancier a 27 mm. de diamètre; le point du cylindre dont on photographie l'image est à 16 mm. de l'axe.

Une rotation de 360° correspond à un parcours de $32\pi = 10$ cm. environ.

Le grossissement est de 3,5. Une variation de 10° dans l'amplitude correspond à un déplacement de l'image de :

$$0,1743 \times 16 \times 3,5 = 9,8 \text{ millimètres.}$$

C'est l'ordre de grandeur des variations de l'amplitude.

La courbe obtenue dans une des expériences indiquait de grandes variations ayant 5 minutes pour périodes, et des variations beaucoup plus petites de périodes trois fois plus courtes.

64. Tolérance de réglage dans les-montres civiles.

Quittons les chronomètres de prix; voyons ce que les horlogers considèrent comme normal comme variation d'une montre ordinaire. Le petit tableau suivant que j'emprunte à une revue d'horlogerie, fixera les idées du lecteur.

MONTRE D'HOMME.

	Écart en 24 heures.
Cylindre, qualité inférieure. . .	1 à 2 minutes.
— — soignée. . . .	1/2 à 1 —
Ancre qualité inférieure	1/2 à 1 —
Ancre qualité soignée	15 à 20 secondes.
(Balancier compensé).	
Ancre, pièce de précision . . .	0 à 4 —

MONTRE DE DAME.

Cylindre, qualité inférieure. . .	2 à 3 minutes.
— — soignée. . . .	1 à 2 —
Ancre, qualité inférieure	1 à 2 —
Ancre, qualité soignée	20 à 30 secondes.

Encore s'agit-il d'une montre portée régulièrement et placée toujours de la même manière pendant la nuit.

63. Origine de l'accélération des chronomètres.

On a beaucoup discuté sur l'origine du coefficient a qui multiplie le temps dans l'expression de la marche (§ 59).

Les uns y voient l'effet d'une oxydation lente du spiral.

Les autres l'attribuent à une transformation moléculaire séculaire qui est probable; un corps chauffé à haute température et refroidi assez vite (c'est-à-dire toujours plus ou moins trempé), n'est pas dans un état stable; il y a *faux équilibre* au sens que Duhem a défini.

Quelques horlogers attribuent l'accélération à l'épaississement des huiles qui diminue l'amplitude des oscillations et exagère l'effet de l'échappement sur la période. Évidemment cette explication ne vaut que si l'échappement produit une avance aux petits arcs (§ 6).

À l'époque où l'on discutait le phénomène, on n'avait que des idées rudimentaires sur les modifications spontanées de l'état physique des solides. Des expériences systématiques seraient nécessaires pour élucider la question. Il semble d'abord qu'il suffise de mettre des huiles fraîches pour voir si le chronomètre reprend sa marche initiale. Malheureusement il est rare que le nettoyage (qui implique toujours un démontage) ne change pas les « constantes » de la formule.

Emploi des chronomètres à la mer et dans les explorations.

66. Rappel des définitions. Position du problème.

1° — La *marche* du chronomètre est la quantité dont il *avance* par jour de temps moyen. S'il *retarde*, sa marche est *négative*¹.

La différence entre l'heure que marque le chronomètre et l'heure actuelle de temps moyen de Paris, est l'*état absolu* du chronomètre. C'est la quantité à *retrancher* de l'indication pour avoir l'heure de Paris. Si la marche est positive, l'état croît. On a la formule :

$$e_1 = e_0 + mT.$$

e_0 est l'état initial, e_1 est l'état final, T est le temps (en jours) qui s'est écoulé entre le commencement et la fin de l'observation, m est la *marche moyenne*, calculée nous allons voir comment.

La détermination du *point* où l'on se trouve, suppose qu'au moment de l'observation, on connaît l'heure de Paris (plus généralement l'heure du méridien origine pour lequel les tables sont calculées) : la

1. Le lecteur n'oubliera pas que la convention inverse est souvent posée. Il importe peu, le changement de tous les signes ne présentant aucune difficulté.

quantité indispensable est donc l'état absolu. Le temps T est toujours connu avec une approximation suffisante (à quelques minutes près, pour préciser); le problème se ramène donc à calculer la marche moyenne.

2° — Ces définitions rappelées, montrons sur un exemple comment on détermine de jour en jour l'état absolu. L'hypothèse suivante est celle qu'on fait ordinairement dans la marine marchande.

Posons que la marche est une fonction *linéaire* du temps t et de la température θ :

$$m = m_0 + a(t - t_0) + b(\theta - \theta_0).$$

t_0 et θ_0 sont une époque et une température arbitrairement choisies pour lesquels la marche est m_0 par hypothèse.

La marche dépendant linéairement de la température, on calcule sa variation en prenant la température *moyenne*. Dans la marine de commerce, on admet que la température de l'armoire des chronomètres vers 9 heures du matin est la température moyenne de la journée. Quand une précision plus grande paraît nécessaire, on prend les températures θ toutes les quatre heures, aux changements de quart.

On additionne les six températures obtenues.

Pour avoir la température moyenne, on divise la somme par 6.

Les coefficients a et b étant connus par hypothèse, on a ce qu'il faut pour calculer la variation de l'état dans l'intervalle qui s'écoule entre deux indications quelconques du chronomètre. Le calcul repose, comme on va le voir, sur l'hypothèse que la marche est toujours petite, de l'ordre de 10 secondes pour préciser.

3° — Par exemple on a trouvé que l'état e_0 du chronomètre était

$$5^h 21^m 45^s,0,$$

le 3 janvier à $4^h 33^m 23^s$ du chronomètre. On demande quel est son état le 4 janvier à $5^h 35^m 26^s$, c'est-à-dire après qu'il s'est écoulé $25^h 2^m 3^s$.

On sait qu'à 15° la marche est de $3^s,75$. Le coefficient b vaut $0^s,25$. Enfin la température moyenne pour l'intervalle considéré est de $18^\circ,3$.

L'excès de la température moyenne sur 15° est donc de $3^\circ,3$.

D'où par hypothèse un accroissement de la marche de :

$$0^s,25 \times 3,3 = 0^s,83.$$

La marche devient :

$$3^s,75 + 0^s,83 = 4^s,58.$$

Mais l'intervalle considéré vaut :

$$25^h 2^m 3^s = 1,043 \text{ jour environ.}$$

L'état a donc cru de $4,58 \times 1,043 = 4^s,78$.

Il est donc :

$$5^h 21^m 45^s,0 + 4^s,8 = 5^h 21^m 49^s,8.$$

C'est ce qu'il faut retrancher à l'indication du chronomètre pour avoir l'heure de Paris, quand le 5 janvier il marque $5^h 33^m 26^s$.

Nous supposons que la marche à 13° est $3^s,73$. Elle varie, pour cette même température, en raison du coefficient a qui n'est pas nul.

Posons qu'il vaut $0^s,01$. Le 30 juin par exemple la marche passe de :

$$3^s,73 \text{ à } 3^s,73 + 0^s,30 = 4^s,03.$$

C'est avec cette marche que nous calculerons alors la variation de l'état dans un intervalle assez court.

Tout ceci est très simple à la condition d'avoir les valeurs numériques de a et de b , et de déterminer avec assez de précision la température moyenne. Pour ne pas risquer de grossières erreurs, il est bon de calculer l'état absolu de jour en jour et d'une manière systématique.

Mais en théorie rien n'empêche de faire le calcul en bloc, à partir du temps t_0 .

L'état e_1 en fonction de l'état e_0 à cette époque t_0 , est donné par la formule :

$$e_1 = e_0 + \left[m_0 + \frac{a}{2}(t - t_0) + b(\Theta - \Theta_0) \right] (t - t_0);$$

Θ est la température moyenne qui correspond à tout l'intervalle $t - t_0$.

67. Formule de Lieussou.

1° — La question de l'emploi des chronomètres est complètement bouleversée par la télégraphie sans fil. Du coup une multitude de mémoires et de discussions sont devenus parfaitement inutiles, et Dieu sait combien d'encre le transport des chronomètres a fait couler! En effet de deux choses l'une. Ou bien il s'agit de navigation à voile; est-il bien nécessaire de montrer que les capitaines ont mieux à faire que de contempler leur chronomètre? Ou bien il s'agit de grands paquebots et de navires de guerre : sans calcul la télégraphie sans fil leur permet d'avoir l'état de leurs chronomètres au moins une fois par jour, plusieurs fois, si besoin est. Les méthodes compliquées sont devenues d'autant plus inutiles que simultanément on a perfectionné la compensation pour la température et supprimé l'erreur secondaire.

Il est donc aujourd'hui suffisant d'admettre la variation linéaire par rapport au temps et à la température.

2° — La formule de Lieussou revenant à chaque instant dans les mémoires, le lecteur sera content que j'en dise quelques mots.

Elle consiste à donner à la marche l'expression :

$$m = m_0 + at + c(\Theta - \Theta)^2 = \mu + at + b\theta + c\theta^2;$$

on pose :

$$\mu = m_0 + c\Theta^2, \quad -2c\Theta = b.$$

Le problème est de déterminer les quatre paramètres de la formule.

On observe les marches aux quatre temps t_1, t_2, t_3, t_4 , pour les températures $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$. On possède ainsi quatre équations. Voici la première :

$$m_1 = \mu + at_1 + b\theta_1 + c\theta_1^2.$$

Résolvant ces équations on trouve aisément :

$$[(\theta_1 + \theta_2) - (\theta_3 + \theta_4)]c = M_1 - M_3,$$

en écrivant :

$$M_1 = \frac{m_1 - m_2 - a(t_1 - t_2)}{\theta_1 - \theta_2}, \quad M_3 = \frac{m_3 - m_4 - a(t_3 - t_4)}{\theta_3 - \theta_4}.$$

La méthode usuelle de calcul consiste à négliger d'abord le coefficient a , ce qui est permis si les observations sont assez rapprochées.

On peut encore introduire pour a une valeur approximative.

L'équation précédente donne donc c .

On tire alors b de l'une des équations :

$$b = M_1 - c(\theta_1 + \theta_2) = M_3 - c(\theta_3 + \theta_4).$$

Enfin la température Θ dite *de réglage* est donnée par la relation :

$$-2c\Theta = b.$$

La valeur de a se tire de la comparaison de deux marches *isothermes*, c'est-à-dire obtenues à la même température, mais pour des époques suffisamment distantes.

3° — L'expérience montre que si l'on s'est arrangé de manière que la marche soit la même à 0° et 30° ($\Theta = 15^\circ$), le chronomètre avance pour les températures intermédiaires; il retarde pour les températures non comprises dans cet intervalle; l'avance et le retard sont pris par rapport aux marches égales à 0° et 30°. La courbe figurative des marches a l'allure que représente la figure 77.

Il revient au même de dire que le coefficient c est négatif, la marche avance étant considérée comme positive. Par rapport à la température Θ , le chronomètre retarde au chaud et au froid. Quand le chronomètre obéit à la formule de Lieussou, la constante la plus importante à connaître est la température Θ au voisinage de laquelle les variations de température ont une importance négligeable.

4° — Ce serait une erreur grossière que de s'imaginer les coefficients déterminables une fois pour toutes par une expérience de laboratoire. Les *constantes* sont à ce point variables que dans la marine de guerre on laissait à l'officier des montres le soin de les déterminer à chaque campagne.

L'expérience a montré qu'il est imprudent de se fier aux marches d'un chronomètre dont les huiles ont plus de trois ans. On nettoie donc les chronomètres tous les trois ans, on leur met des huiles neuves. On ne modifie en rien les pièces qu'on se borne à démonter et remonter; l'expérience montre pourtant qu'en général le nettoyage change les paramètres de la formule représentative des marches (quelle qu'elle soit). D'autre part il est impossible de déterminer ces paramètres par une expérience de laboratoire où l'on fait systématiquement passer le

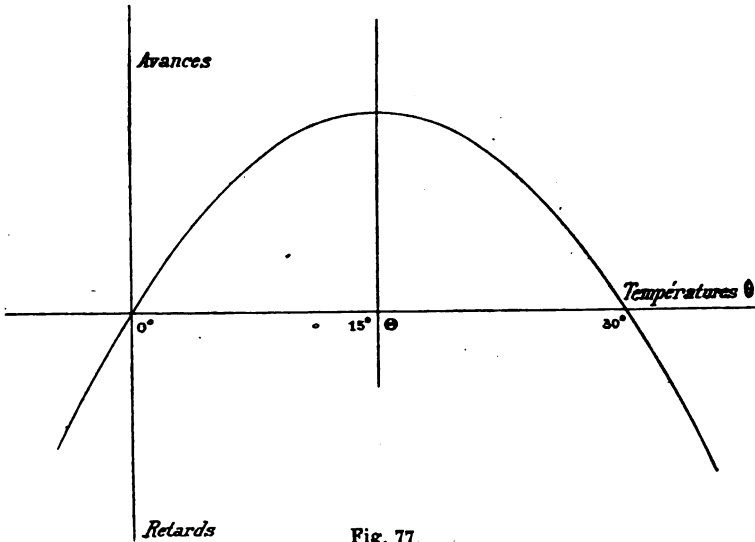


Fig. 77.

chronomètre du froid au chaud et inversement, la loi de variation de la température par rapport au temps ayant une influence incontestable. Bref en toute rigueur les paramètres d'une formule représentative des marches (quelle qu'elle soit) varient lentement mais constamment, au point qu'il est plus sûr d'utiliser des paramètres déterminés grossièrement mais depuis peu, que des paramètres ayant une allure scientifique, mais déterminés depuis longtemps ou encore par des expériences *in vitro* s'écartant beaucoup des conditions ordinaires d'emploi.

L'officier des montres utilisait donc toutes les relâches, toutes les comparaisons possibles avec des horloges réglées pour construire (sous sa responsabilité) une formule représentant les marches.

Il doit bénir la T. S. F. qui lui enlève ce souci : ce devait être un fichu métier que celui d'officier des montres !

68. Emploi des formules.

1° — Le nombre des formules proposées est considérable; on a donné pour le calcul de leurs coefficients des méthodes très ingénieuses dont le paragraphe précédent fournit un exemple.

A ce sujet je trouve utile de résumer une note de l'amiral Mouchez qui fait justice de tout ce fatras analytique.

Les formules ne peuvent établir une régularité là où elle n'existe pas. Elles ne peuvent déterminer une courbe que si cette courbe est régulière, susceptible d'une définition mathématique, *mais pour la détermination de laquelle on ne possède qu'un certain nombre d'observations plus ou moins erronées*. Il est alors naturel de recourir aux formules d'interpolation pour corriger ces observations les unes par les autres, en faisant passer la courbe par la position qui rend minima la somme des carrés des erreurs (par exemple).

Le problème se pose tout différemment pour les chronomètres. Les observations sont ici parfaitement exactes, puisqu'on détermine à quelques dixièmes de seconde près, les états absolus (par comparaison avec une horloge réglée), tandis que les écarts accidentels de marche des chronomètres sont supérieurs à ces limites. On n'a donc pas le droit d'altérer les observations pour les adapter à une courbe imaginaire *qui n'a pas d'existence, ne représente rien de réel et ne saurait par suite avoir quelque utilité*.

En définitive avant de calculer des paramètres *nombreux* à partir d'un certain nombre d'observations, il faut se demander si le travail a chance de représenter quoi que ce soit de réel. La formule de Lieussou contient quatre paramètres qu'il est analytiquement possible de déterminer à partir de quatre comparaisons avec des horloges réglées. Reste à savoir si l'on peut ensuite compter sur les résultats de la formule pour représenter les marches, et quelle approximation donneront ces calculs toujours longs et compliqués.

Car il ne faut pas l'oublier. Supposons calculée la formule. A partir du moment où elle cesse d'être linéaire, les températures moyennes ne sont plus suffisantes. Pour appliquer la formule il faut connaître la loi complète des températures; ce qui n'est possible qu'avec un *officier des montres* passant toute sa vie à observer et soigner ses chronomètres. Elle n'a même de sens que s'il opère simultanément au moins sur trois chronomètres, seul procédé pour reconnaître les *sauts*, les *arrêts* et autres caprices de ces intéressantes machines.

2° — J'insiste parce qu'il s'agit d'une question générale de méthodologie scientifique : le débat est entre le théoricien qui ne sort pas de son cabinet et à qui ne coûte rien d'écrire une série de Taylor *qu'il n'applique pas*, et le praticien qui ne veut pas qu'on l'embête par des calculs dont l'usage lui montre la parfaite inutilité.

Le problème pratique est aujourd'hui résolu par la télégraphie sans fil dont l'application se généralise et qui fournira bientôt l'heure (exacte à une fraction de seconde près) en tous les points du globe et plusieurs fois par jour.

Dans une campagne d'exploration, il sera toujours plus simple de se faire envoyer l'heure par le poste de TSF le plus voisin (la réception

des signaux n'exige qu'un matériel d'installation extrêmement facile) que de faire sur son chronomètre des calculs parfaitement illusoires pour des appareils *portés* et qu'on ne peut entourer des soins coutumiers sur les navires.

Au reste, l'extrême précision dans la connaissance de l'état absolu n'est utile que pour la détermination *scientifique* des longitudes. Leur détermination *pratique*, à l'approximation nécessaire pour la navigation n'exige heureusement pas ce luxe de précision : une erreur d'une minute de temps dans l'état correspond à une erreur maxima de 15 milles = 27,9 kilomètres à l'atterrissage.

Ce qui n'a guère d'importance quand le temps est clair : j'en ai vu d'aussi fortes, et sur des traversées de France en Algérie (les commandants ne s'en vantent pas).

Mais s'il est bouché, il importe peu que le chronomètre donne exactement l'heure puisque les observations astronomiques sont impossibles.

69. Explorations à terre.

1° — Une conséquence de ce qui précède est qu'en général dans un voyage d'exploration à terre, il n'est possible de calculer les longitudes qu'après coup, au retour, en déterminant la *marche moyenne* par la comparaison des états au départ et à l'arrivée.

Connaissant les températures moyennes de jour en jour, admettant un coefficient approché pour la température, on parvient *avec un peu de flair* à répartir la variation d'état entre les différents jours. On détermine ainsi les longitudes avec une précision plus que suffisante pour la pratique et l'établissement d'une carte à petite échelle.

La seule condition essentielle d'une telle opération est d'emporter au moins trois chronomètres. La correction de température manquant d'exactitude, les trois chronomètres fournissent, pour un même lieu, des longitudes différentes. On s'efforce de choisir les coefficients de correction de manière qu'elles diffèrent le moins possible; en définitive on prend la moyenne des résultats ainsi obtenus.

J'ai sous les yeux un *Manuel de l'Explorateur* qui dit avec beaucoup de raison : « Il faut être très réservé quant aux corrections à apporter à la marche moyenne ». Voilà le bon sens : après la lecture des mémoires sur les formules de Lieussou, Villarceau et consorts, c'est un plaisir de rencontrer une phrase aussi sensée.

2° — Ce même Manuel recommande avec raison de déterminer tous les jours, autant que possible à la même heure, la différence des indications des chronomètres.

Soit pour le premier jour A l'indication, E_a l'état de l'un d'eux; soit B, E_b, l'indication et l'état de l'autre.

On a par définition pour l'heure de Paris :

$$H = A - E_a = B - E_b.$$

Le lendemain à la même heure, les états seront devenus :

$$E_a + m_a, \quad E_b + m_b.$$

On a la relation :

$$H' = A' - E_a - m_a = B' - E_b - m_b.$$

Retranchons ces équations :

$$A - A' + m_a = B - B' + m_b, \quad m_a - m_b = (B - A) - (B' - A').$$

On détermine ainsi de jour en jour la différence des marches. Si rien d'accidentel n'arrive aux chronomètres, on doit obtenir des nombres quasi constants, régulièrement variables si la température varie beaucoup et agit de manières très différentes sur les deux instruments.

On est donc immédiatement prévenu des *sauts* ou *arrêts*.

Si l'on possède trois chronomètres, il est possible de déterminer celui dont il faut se méfier, dont en tous cas les indications doivent être négligées pour le jour qui vient de s'écouler.

Avec deux chronomètres seulement, il est impossible de déterminer le coupable.

CHAPITRE V

RÉGLAGE DES CHRONOMÈTRES

70. Description générale du régulateur.

Avant de commencer notre discussion, rappelons comment se présentent les pièces dont nous allons parler.

Le lecteur est prié d'ouvrir sa montre et d'en regarder l'intérieur.

Le régulateur est monté entre la platine d'avant de la montre et un pont qu'on appelle le *coq*. Le coq possède une oreille O destinée à porter le *piton* dans lequel l'extrémité extérieure du ressort spiral régulateur est fixée par une *goupille*. La longueur utile du spiral est déterminée

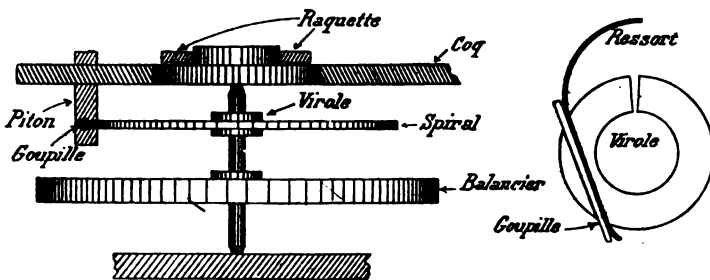


Fig. 78.

par la *raquette* qui porte deux *goupilles* voisines entre lesquelles passe le spiral (pour le rôle de la *raquette*, se reporter au paragraphe 117 du tome I).

Le balancier est monté sur un arbre dont les extrémités (*pivots*) roulent dans des *crapaudines* creusées dans le plateau et dans le coq.

Dans les pièces de précision, ces *crapaudines* sont en rubis sertis dans le métal.

Sur l'arbre du balancier est une *virole*, petit cylindre de laiton coupé dans lequel l'extrémité intérieure du spiral est fixée par une *goupille*. La *virole* est chaussée à frottement sur l'axe, de manière qu'on puisse aisément en régler l'azimut. Elle est représentée très grossie à droite de la figure 78.

Effets de la pesanteur et du magnétisme.

71. Réglage des chronomètres dans les positions verticales et inclinées.

C'est un amusant problème à rapprocher des oscillations dissymétriques (§ 110 du tome I).

1° — Il est difficile de mettre le centre de gravité du balancier exactement sur son axe de rotation. D'où suit que, dans les positions incli-

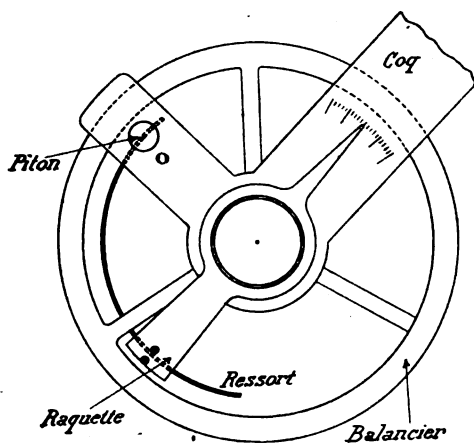


Fig. 79.

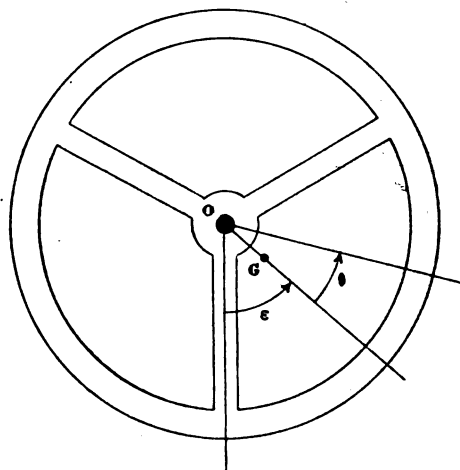


Fig. 80.

nées, le couple dû à la pesanteur s'ajoute algébriquement au couple dû à l'élasticité du spiral. Quand l'axe du balancier est horizontal, la marche dépend de l'azimut de la montre; nous nous plaçons dans ce cas.

Soit ϵ l'angle que fait avec l'horizon la droite OG qui, située dans le plan vertical, joint le centre de gravité à l'axe de rotation, quand le ressort passe par sa forme d'équilibre (fig. 80).

L'équation du mouvement devient :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta + p\lambda \sin(\theta + \epsilon) = 0; \quad (1)$$

I est le moment d'inertie du système, C la constante qui caractérise le ressort, p le poids du balancier, λ la distance OG du centre de gravité à l'axe de rotation.

L'oscillation est à peu près sinusoïdale; on a sensiblement :

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t, \quad I\omega^2 = C.$$

Nous pouvons considérer le couple $p\lambda \sin(\theta + \epsilon)$ comme une perturbation et appliquer la formule du paragraphe 171 du tome I.

Pour le changement dans la durée d'oscillation produit par le couple F agissant pendant le temps dt , nous avons trouvé :

$$\delta T = \frac{1}{C\theta_0^2} F \theta dt = \frac{p\lambda}{C\theta_0} \theta \sin(\theta + \epsilon). dt.$$

D'autre part :

$$d\theta = \omega \theta_0 \cos \omega t. dt; \quad dt = \frac{d\theta}{\omega \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{p\lambda}{2\pi C\theta_0^2} \frac{\theta \sin(\theta + \epsilon)}{\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}} d\theta.$$

La variation de la période est donnée par une quadrature.

2° — Une remarque simplifie le problème.

Développons $\sin(\theta + \epsilon)$. Nous sommes ramenés aux quadratures :

$$\int \frac{\theta \sin \theta}{\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}} d\theta, \quad \int \frac{\theta \cos \theta}{\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}} d\theta.$$

En raison de ce qu'il exprime, le radical est toujours positif.

Nous devons intégrer entre $\pm \theta_0$ et doubler le résultat.

La seconde intégrale est nulle comme contenant des éléments deux à deux égaux et de signes contraires.

Bref l'allongement relatif de la période se réduit à :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2p\lambda \cos \epsilon}{\pi C\theta_0^2} \int_0^{\theta_0} \frac{\theta \sin \theta}{\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}} d\theta.$$

Ainsi pour une amplitude θ_0 donnée, le phénomène est périodique; il dépend de $\cos \epsilon$. Le retard ou l'avance sont maxima quand le centre de gravité est sur la verticale pour la forme d'équilibre du ressort; il est nul quand le centre de gravité est dans le plan horizontal passant par l'axe. Une rotation de 180° change le retard en une avance, sans en modifier la valeur absolue.

3° — Reste à calculer l'intégrale. Une intégration par partie donne :

$$\frac{\theta \sin \theta. d\theta}{\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2}} = d[-\sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} \sin \theta] + \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} . \cos \theta. d\theta.$$

La différentielle exacte intégrée entre 0 et θ_0 s'annule. Il reste :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{2p\lambda \cos \epsilon}{\pi C\theta_0^2} \int_0^{\theta_0} \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} . \cos \theta. d\theta.$$

On peut développer $\cos \theta$ en série; les intégrations sont faciles.

On a entre les limites fixées :

$$\int \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} d\theta = \frac{\pi}{4} \theta_0^2, \quad \int \theta^2 \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} d\theta = \frac{\pi}{16} \theta_0^4,$$

$$\int \theta^4 \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} d\theta = \frac{\pi}{64} \theta_0^6, \quad \text{etc.}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{p\lambda \cos \epsilon}{2C} \left[1 - \frac{\theta_0^2}{8} + \frac{\theta_0^4}{384} - \dots \right].$$

En raison de son manque de convergence, cette formule ne convient pas aux grands arcs. Elle nous apprend que la variation de période est

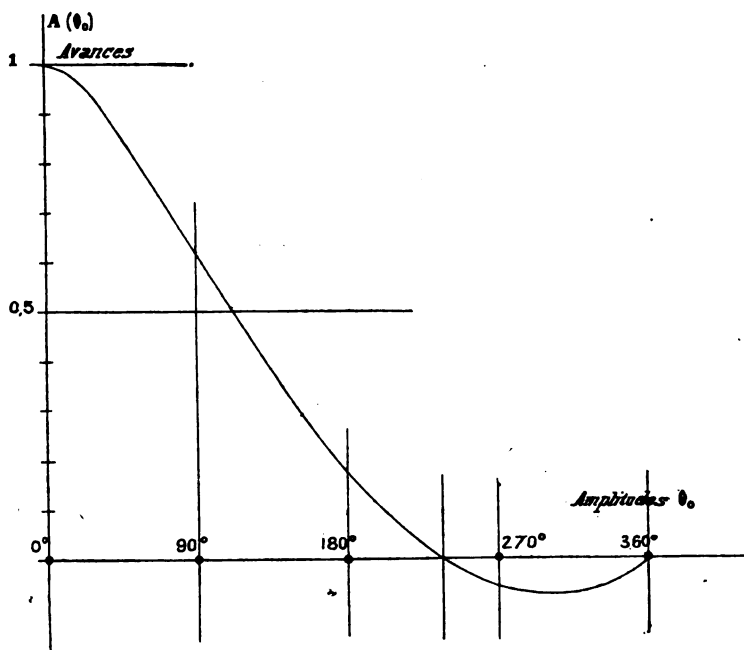


Fig. 81.

indépendante de l'amplitude pour de très petits arcs et qu'elle dépend ensuite de l'amplitude suivant un terme en θ_0^2 (fig. 81).

Pour de très petits arcs, on a :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{p\lambda \cos \epsilon}{2C},$$

formule facile à retrouver à partir de l'équation différentielle (1).

Elle devient :

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (C + p\lambda \cos \epsilon) \theta + p\lambda \sin \epsilon = 0.$$

D'où pour la période :

$$T - \Delta T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C + p\lambda \cos \epsilon}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}} \left(1 - \frac{p\lambda \cos \epsilon}{2C}\right).$$

4° — Tant pour éviter les développements en séries qui ne convergent pas, que pour faire un calcul numérique intéressant, cherchons *directement* la valeur de l'intégrale. Prenons n ordonnées équidistantes. On a :

$$\frac{1}{\theta_0^2} \int_0^{\theta_0} \sqrt{\theta_0^2 - \theta^2} \cdot \cos \theta \cdot d\theta = \frac{1}{n} \sum \sqrt{1 - \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^2} \cdot \cos \theta.$$

Le radical vaut 1 pour $\theta=0$; il vaut 0 pour $\theta=\theta_0$. Faisons $n=12$, calculons les valeurs correspondantes du radical, c'est-à-dire ses valeurs pour $\theta=0$, $\theta=\frac{\theta_0}{12}$, $\theta=2\frac{\theta_0}{12}$, ... Nous trouvons :

$\theta=0$ dz.	1,000	$\theta=4$ dz.	0,943	$\theta=8$ dz.	0,746
1	0,996	3	0,909	9	0,662
2	0,986	6	0,866	10	0,553
3	0,968	7	0,812	11	0,400

Choisissons l'arc θ_0 , 180° par exemple. Divisions en 12 parties de 15° , prenons les cosinus des angles 0, 15, 30, ... Multiplions-les par les quantités ci-dessus trouvées, additionnons les produits et divisons par 12.

On trouve ainsi :

$\theta_0=0$	90°	180°	270°	360°
$A(\theta_0)=1$	0,609	0,191	-0,054	-0,013

En définitive l'avance relative est représentée par la formule :

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{p\lambda \cos \varepsilon}{2C} A(\theta_0),$$

les quantités A sont données par la fig. 81 jusqu'à $\theta_0=360^\circ=6,28$.

L'avance s'annule pour un angle voisin de 230° , c'est-à-dire pour un arc total d'oscillation voisin de 460° , un peu plus d'un tour et quart ($360+90=450^\circ$). Effectivement c'est l'angle ordinairement choisi pour les chronomètres de marine.

5° — Ce qui précède, légitime la méthode de réglage à laquelle les horlogers sont parvenus en tâtonnant.

Faisons varier l'azimut ε du chronomètre.

Déterminons celui pour lequel l'avance est maxima.

Si les arcs sont petits, on a : $A(\theta_0) > 0$, $\varepsilon < 0$: le centre de gravité est au-dessous de l'axe de rotation, dans la verticale de celui-ci. Effectivement les horlogers ont reconnu que pour de petits arcs, il faut diminuer de poids le bas du balancier, l'azimut du chronomètre étant tel que l'avance soit maxima.

Si les arcs sont supérieurs à 230° et inférieurs à 360° , ou : $A(\theta_0) < 0$. Quand l'avance est maxima, on a par suite $\varepsilon = 180^\circ$. Pour corriger l'irrégularité il faut diminuer de poids le haut du balancier, l'azimut du chronomètre étant tel que l'avance soit maxima.

Pour déterminer la marche moyenne dans la position verticale ainsi que pour faire la correction qui vient d'être expliquée, les horlogers déterminent la marche en plaçant successivement en haut les chiffres du cadran 12 h., 3 h., 6 h., 9 h.

Ils additionnent les résultats et prennent la moyenne; ce qui est légitime en vertu de l'égalité :

$$\cos \varepsilon + \cos(\varepsilon + 90^\circ) + \cos(\varepsilon + 180^\circ) + \cos(\varepsilon + 270^\circ) = 0.$$

Ils éliminent ainsi le terme qui correspond à l'excentricité du balancier. Il serait aussi légitime de faire n observations avec rotation de l'angle $360 : n$ après chaque observation.

Pour corriger l'excentricité du balancier, on peut imposer à la montre successivement et régulièrement tous les azimuts, en la faisant tourner lentement autour d'un axe horizontal.

Le régulateur à tourbillon de Bréguet procède de la même idée.

C'est beaucoup de complication.

6° — Il suffit de regarder le ressort spiral plat d'une montre pour constater qu'il ne se développe pas concentriquement. Donc à supposer que, dans la forme d'équilibre, le centre d'inertie du spiral soit sur l'axe du balancier, il n'y reste pas pendant la déformation.

D'où une variation heureusement petite de la période, variation qui dépend de l'azimut ϵ .

72. Échappement à tourbillon, à carrousel.

Pour neutraliser les défauts de centrage du balancier, on a eu l'ingénieuse idée de le faire tourner : d'où l'échappement à tourbillon que son prix et ses avantages problématiques ont réduit au rôle de curiosité historique.

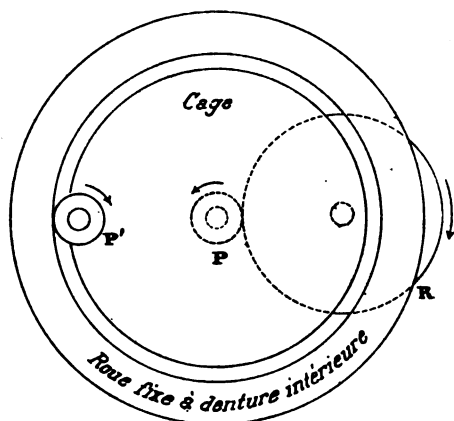


Fig. 82.

L'échappement est monté dans une cage dont l'axe porte un pignon P. La roue R du mouvement tend à faire tourner la cage.

L'axe de la roue d'échappement est monté entre les joues de la cage. Il porte un pignon P' qui engrène avec la denture intérieure d'une roue

fixe. La roue R en tendant à faire tourner la cage, tend donc à faire tourner le pignon P'. La cage ne cède au couple qui est exercé sur elle, qu'autant que tourne le pignon P', c'est-à-dire que fonctionne l'échappement.

Supposons que le balancier fasse 300 battements à la minute et que la roue d'échappement ait 30 dents, cette roue fait donc 5 tours à la minute. Prenons les diamètres du pignon P' et de la denture sur laquelle il engrène, comme 1 et 5 : la cage fait un tour à la minute. Nous pouvons monter sur elle l'aiguille des secondes.

Ceci posé, plaçons le chronomètre immobile dans le plan vertical. Pendant l'intervalle d'une minute, la verticale correspond successivement à tous les diamètres du balancier. Celui-ci peut donc être excentré

sans que la période *moyenne* du chronomètre dépende de son azimut dans le plan vertical. Il avance pendant la moitié de la minute, il retarde d'autant pendant l'autre moitié, et cela d'une quantité qui dépend de son azimut.

L'expérience montre que, somme toute, on ne gagne, à l'emploi de ce système « perfectionné », que des frais considérables d'établissement. C'est ingénieux mais beaucoup trop compliqué.

Au reste il ne présente aucun intérêt pour les chronomètres de bord qu'il suffit de tenir à plat sur un cardan.

Les échappements à *carrousel* sont construits sur les mêmes principes. Mais l'échappement ne fait plus qu'un tour à l'heure; sa cage est montée sur la roue de centre. Est-il besoin de démontrer qu'avec une rotation aussi lente toute compensation est impossible? La marche est livrée au hasard des changements de position dans la poche du porteur.

73. Chronomètres aimantés.

1° — L'expérience montre que les chronomètres aimantés par la mise accidentelle dans un champ intense, s'arrêtent fréquemment.

Le magnétisme peut amener un surcroît de frottement.

Mais on s'efforce de ne pas mettre en contact deux pièces d'acier. Si les pignons sont en acier, les roues sont en laiton. D'autre part les pivots tournent dans du laiton ou dans des rubis. Dans ces conditions il ne semble pas que les arrêts soient dus à l'augmentation de l'adhérence. En tous cas si la montre marche 24 heures, il n'y a pas de raison pour qu'elle ne marche pas indéfiniment, le remontage remplaçant les pièces dans leurs positions relatives initiales.

Plus vraisemblablement les arrêts sont dus à l'attraction des poussières magnétiques qui viennent coïncider les engrenages ou les pièces très mobiles de l'échappement. La preuve en est qu'après un ou deux nettoyages, la montre aimantée ne s'arrête plus, à la condition qu'on la tienne close. Bien nettoyée elle possède une marche diurne aussi constante que le comporte son mécanisme.

2° — La montre aimantée présente des anomalies de marche qui tiennent au champ extérieur. L'expérience montre que la marche d'une montre posée sur un support horizontal et qu'on oriente successivement dans une série d'azimuts ε , possède des marches qui satisfont à la formule :

$$m = m_0 + m_1 \cos(\varepsilon - \varepsilon_0).$$

Ces variations régulières viennent de l'aimantation du spiral et du balancier, et de l'action du champ magnétique terrestre *quasi uniforme et peu intense*.

L'ordre de grandeur du paramètre m_1 peut être de l'ordre de 10 secondes; d'où une variation de marche de 20 secondes dans deux certains azimuts différant de 180°.

L'angle ϵ_0 détermine la direction de l'aimantation.

Si l'on s'arrange de manière à annuler le champ extérieur (par un barreau compensateur ou par une enveloppe de fer d'épaisseur suffisante), la marche redevient indépendante de l'azimut.

Il est naturel de comparer ces effets à ceux d'un décentrement du centre d'inertie du balancier, puisque le champ produit sur un corps aimanté un couple de même forme que la pesanteur sur un corps pesant. La théorie du paragraphe précédent s'applique donc sans y rien changer; en particulier, il faut donner à l'amplitude des oscillations un angle voisin de 230° .

3° — Je trouve d'intéressantes observations à ce sujet dans un mémoire de Fisher (1820).

Il faisait un voyage au Spitzberg. Neuf chronomètres dont les marches avaient été déterminées à terre, avant le départ de Londres, se mirent tous à avancer (marche accrue) quand ils furent sur le navire; autrement dit, leur avance diurne était accrue, leur retard diurne était diminué.

D'où résultait que les terres rencontrées étaient reportées à l'ouest quand on calculait leur longitude avec la marche déterminée à Londres, et d'autant plus que le temps écoulé depuis le départ augmentait.

Par exemple, le 21 juin 1818 un certain lieu paraissait avoir la longitude $10^\circ 35' 27''$ E.; le 31 juillet sa longitude était devenue $10^\circ 45' 37''$ E.; d'où un déplacement fictif du sol de $20'$ vers l'ouest en cinq semaines. Le chronomètre avançant, on se croyait à une heure plus tardive que la réelle: on devait se croire plus à l'ouest, la longitude étant déterminée d'après une heure de Londres fausse par excès.

Une occasion se présenta de descendre les chronomètres à terre: l'accélération fut supprimée. Si alors on utilisait les marches (trop grandes) déterminées en mer, de jour en jour le lieu paraissait rétrograder vers l'orient. La rétrogradation fut de $18' 24''$ en quinze jours.

Le phénomène de l'avance des chronomètres à la mer a été souvent observé. Fisher lui attribue une erreur de $90'$ commise par Phillips sur la longitude de la côte ouest du Groenland: comme on voit, les erreurs ne sont pas méprisables.

Remarque curieuse: le chronomètre descendu à terre prend parfois immédiatement sa marche normale; parfois il ne la reprend qu'au bout de quelques jours. Pour les divers chronomètres de Fisher, la différence des marches *bord-terre* variait de 0 à 10° .

Fisher attribue le phénomène à l'action des fers et aciers du navire, sur l'anneau d'acier du balancier. On exagère le phénomène en plaçant sur une table une montre à plat et un aimant radial dont l'un des pôles est en face des chiffres 3, 6, 9, 12. Si la distance de l'aimant à la montre est petite, la marche diurne peut atteindre une heure. L'expérience très facile est intéressante.

73 bis. Désaimantation.

Pour désaimanter un chronomètre on ne connaît que la méthode suivante. On le place dans un champ au moins aussi fort que celui qui l'a aimanté; on l'éloigne peu à peu jusqu'en un point où le champ est nul, *en le faisant constamment tourner*. Il est donc soumis à un champ décroissant jusqu'à zéro, dont l'azimut relatif varie un grand nombre de fois de 0 à 360. Le chronomètre s'aimante donc successivement dans tous les azimuts, mais l'intensité de cette aimantation décroît jusqu'à zéro.

On construit des appareils dans lesquels un mouvement d'horlogerie fait tourner rapidement un aimant. On place la montre d'abord près de l'aimant qu'on laisse tourner pendant quelques tours; puis on l'éloigne peu à peu jusqu'à une distance telle que le champ de l'aimant y devienne nul. Naturellement l'aimant ne doit cesser de tourner que lorsque la montre est loin de lui.

Au lieu de démagnétiser, on peut éviter de magnétiser. Pour cela on a proposé d'enfermer la montre dans une boîte de fer ou de l'entourer d'un anneau de fer.

Je ne puis insister sur le mécanisme de la désaimantation qui est complexe. Aussi bien la lecture des travaux sur le sujet montre des contradictions. Tant s'en faut qu'on parvienne toujours à désaimanter; il arrive qu'on désaimante la montre en bloc, sans en désaimanter les pièces; ce que prouve le démontage. L'azimut dans lequel il faut placer la montre, n'est pas indifférent. Bref c'est au petit bonheur qu'on opère et ça réussit quand ça veut.

Isochronisme par les courbes terminales.

Le travail de Phillips est capital. Malheureusement la question est ordinairement traitée en dépit du bon sens par des gens qui n'ont pas compris le mémoire original, à supposer qu'ils aient pris la peine de le lire. Elle contient deux problèmes très différents : un problème de géométrie quasi élémentaire, un problème de mécanique assez délicat. Nous allons débayer la question géométrique, après quoi nous expliquerons la question mécanique.

74. Problème sur la déformation des courbes.

1° — On donne une courbe AED (fig. 83). Elle est *encastrée* au point A; c'est dire qu'on fixe le point A et la tangente en ce point.

La courbe étant donnée, on connaît son rayon de courbure ρ_0 en un point E quelconque.

C'est une fonction de l'arc $\overline{AE} = s$, qui définit le point E sur la courbe.

2° — Voici maintenant le point sur lequel j'attire son attention. Appelons Θ_0, Θ_1, X, Y , les caractéristiques de l'élément terminal D. Soit L la longueur de la courbe. Nous avons :

$$L = \rho_0 \Theta_0 = \rho \Theta.$$

$$X = L \frac{1 - \cos \Theta}{\Theta}, \quad Y = L \frac{\sin \Theta}{\Theta}.$$

A toute valeur imposée de ρ , c'est-à-dire à toute valeur imposée de Θ , les coordonnées de tous les points, en particulier du point ter-

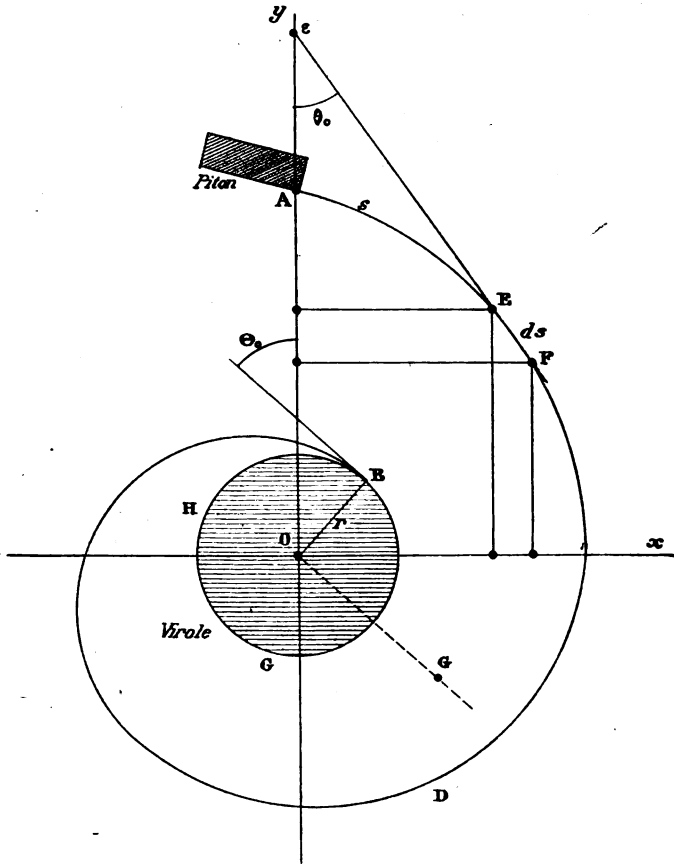


Fig. 84.

minal D, sont complètement déterminées; de sorte que non seulement la position du point D, mais encore la direction de la tangente en ce point sont définies.

Si nous voulons que la condition (1) reste satisfaite, nous ne pouvons donc pas donner à l'avance la trajectoire DD' du point D, encore

moins cette trajectoire DD' et la direction de la tangente $D'\delta'$ pour le point D' de la trajectoire; *au moins nous ne le pouvons pas, quand nous imposons la forme initiale de la courbe AED.*

Mais nous pouvons poser le problème en sens inverse : Est-il possible de choisir la courbe AED de manière que le point terminal ait une trajectoire DD' donnée à l'avance, que simultanément en chaque point D' de la trajectoire la tangente $D'\delta'$ ait une direction imposée, la courbe initiale AED se déformant de manière que la condition :

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = A = \text{Constante}, \quad (1)$$

soit satisfaite?

Les deux problèmes de Phillips sont des cas très particuliers de ce problème général.

La courbe que nous déformons, est encadrée en A (fig. 84).

Elle est encadrée en B sur le cercle de centre O et de rayon r .

Dans le premier problème on suppose r invariable. On fait tourner le rayon OB, ce qui impose au point B une trajectoire circulaire; la tangente à la courbe en ce point est toujours normale à OB.

On demande s'il existe un arc courbe AEDB telle que la condition (1) soit toujours satisfaite pour tous ses points.

La réponse est négative : il n'y a de solution *approchée* que si A est assez petit, si par conséquent la déformation est légère.

Dans le second problème, on suppose que r varie suivant la loi :

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = A.$$

Il n'y a encore de solution que si A est petit.

75. Premier problème de Phillips : ressorts plats.

1° — Au point E de la courbe définie par la variable $\overline{AE} = s$, la direction initiale de la tangente à la courbe est définie par l'angle θ_0 qu'elle fait avec Oy (fig. 84). Dans l'état déformé cet angle devient :

$$\theta = \theta_0 - As. \quad (2)$$

En effet l'angle que font les tangentes aux bouts d'un élément ds quelconque, est φ_0 dans l'état initial; il est φ dans l'état déformé. On a :

$$\varphi_0 \varphi_0 = \varphi \varphi = ds, \quad \varphi - \varphi_0 = \left(\frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi_0} \right) ds = Ads.$$

Mais la tangente au point A étant de direction invariable, l'angle dont tourne la tangente en E est :

$$\int_0^s A ds = As.$$

Le signe — dans l'équation (2) est convenable puisque dans la figure l'angle θ_0 diminue quand la courbure augmente, quand la courbe s'enroule davantage.

Ainsi la condition (1) revient à écrire que pendant la déformation la tangente en un point E de la courbe tourne proportionnellement à sa distance au point A d'encastrement

Soit Θ_0 l'angle que fait avec Oy le dernier élément B de la courbe dans l'état non déformé. Dans l'état déformé cet angle devient :

$$\Theta = \Theta_0 - Al;$$

l est la longueur de la courbe.

De la condition (1) résulte donc immédiatement la condition (2).

Exprimons maintenant les conditions imposées pour l'extrémité B de la courbe. Pour cela, projetons le parcours OBDAO sur les axes. Posons $OA = \delta$. Il vient immédiatement :

$$\begin{aligned} \int_0^l \cos(\theta_0 - As) \cdot ds &= \delta - r \sin(\Theta_0 - Al), \\ \int_0^l \sin(\theta_0 - As) \cdot ds &= r \cos(\Theta_0 - Al). \end{aligned} \quad (3)$$

Le problème posé n'est soluble que si ces relations peuvent être satisfaites *identiquement*, c'est-à-dire quel que soit A.

C'est généralement impossible.

2° — Le problème devient soluble quand A reste petit, quand les rayons de courbure en chaque point varient peu.

Si A reste petit, nous avons :

$$\begin{aligned} \cos(\theta_0 - As) &= \cos \theta_0 + As \sin \theta_0, & \cos(\Theta_0 - Al) &= \cos \Theta_0 + Al \sin \Theta_0, \\ \sin(\theta_0 - As) &= \sin \theta_0 - As \cos \theta_0, & \sin(\Theta_0 - Al) &= \sin \Theta_0 - Al \cos \Theta_0. \end{aligned}$$

L'identification donne :

$$\begin{aligned} \int_0^l \cos \theta_0 \cdot ds &= \delta - r \sin \Theta_0, & \int_0^l \sin \theta_0 \cdot ds &= r \cos \Theta_0; \\ \int_0^l \sin \theta_0 \cdot s ds &= rl \cos \Theta_0, & - \int_0^l \cos \theta_0 \cdot s ds &= rl \sin \Theta_0. \end{aligned}$$

Les deux premières équations sont satisfaites, puisqu'elles expriment les conditions initiales ($A=0$) qui sont réalisées par hypothèse.

Cherchons la signification des deux dernières. On a :

$$\begin{aligned} ds \cdot \cos \theta_0 &= -dy, & ds \cdot \sin \theta_0 &= dx, \\ sdy &= d(sy) - yds, & sdx &= d(sx) - xds, \\ \int_0^l \sin \theta_0 \cdot sds &= [sx]_0^l - \int_0^l xds, & \int_0^l \cos \theta_0 \cdot sds &= -[sy]_0^l + \int_0^l yds, \\ [sx]_0^l &= l \cdot x_0 = lr \cos \Theta_0, & [sy]_0^l &= ly_0 = lr \sin \Theta_0. \end{aligned}$$

D'où enfin :

$$\int_0^l \sin \theta_0 \cdot s ds - lr \cos \Theta_0 = - \int_0^l x ds = - l \xi = 0,$$

$$\int_0^l \cos \theta_0 \cdot s ds + lr \sin \Theta_0 = \int_0^l y ds = l \eta = 0;$$

ξ et η sont les coordonnées du centre d'inertie du spiral.

Les conditions posées signifient que le centre d'inertie de la courbe coïncide avec le point O. Elles ne peuvent être identiquement satisfaites que si la rotation Al du rayon OB est assez petite pour qu'on puisse remplacer son sinus par l'arc, son cosinus par l'unité.

Peu importe alors la forme de la courbe; il suffit que son centre d'inertie soit sur l'axe de rotation.

76. Second problème de Phillips.

Dans le problème précédent nous posons r constant.

Admettons maintenant que r varie suivant la loi :

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0} = A, \quad r = \frac{r_0}{1 + Ar_0} = r_0 - Ar_0^2,$$

dans l'hypothèse que A reste petit.

Les équations de condition sont encore :

$$\int_0^l \cos(\theta_0 - As) ds = \delta - r \sin(\vartheta_0 - Al),$$

$$\int_0^l \sin(\theta_0 - As) ds = r \cos(\vartheta_0 - Al);$$

mais r n'est plus une constante.

Remplaçons r par sa valeur, développons les sinus et cosinus.

Identifions en négligeant les termes en A^2 . Il vient :

$$\int_0^l \cos \theta_0 \cdot ds = \delta - r_0 \sin \Theta_0, \quad \int_0^l \sin \theta_0 \cdot ds = r_0 \cos \Theta_0,$$

$$\int_0^l \sin \theta_0 \cdot s ds = r_0 l \cos \Theta_0 + r_0^2 \sin \vartheta_0,$$

$$- \int_0^l \cos \theta_0 \cdot s ds = r_0 l \sin \Theta_0 - r_0^2 \cos \vartheta_0.$$

Intégrons par partie comme au paragraphe précédent. Soit encore ξ, η , les coordonnées du centre d'inertie de la courbe. Il reste :

$$l \eta = r_0^2 \cos \Theta_0, \quad l \xi = - r_0^2 \sin \Theta_0.$$

D'où :

$$\sqrt{\xi^2 + \eta^2} = D = \frac{r_0^2}{l}, \quad - \frac{\eta}{\xi} = \cotg \Theta_0.$$

Le centre d'inertie G de la courbe est donc sur une droite OG parallèle au premier élément B de la circonférence dans son état initial; autrement dit, sur une perpendiculaire à la droite OB qui joint le point O au point B où la courbe se raccorde au cercle.

La distance $\overline{OG} = D$, satisfait à la relation :

$$Dl = r_0^2.$$

Tels sont les deux problèmes résolus par Phillips. Comme on le voit, j'avais raison de dire qu'il s'agit d'une géométrie très élémentaire.

Les équations de condition se posent immédiatement; leur solution approchée n'exige que les éléments du calcul différentiel.

Le mémoire de Phillips n'en reste pas moins capital. Naturellement ce que je mets en quelques lignes (sans passer aucun intermédiaire), Phillips le délaie de manière à rebuter le lecteur. C'est toujours la même rengaine : conserver d'abord ce qu'on efface en définitive.

Ça fait toujours du papier noirci et ça épate le gogo.

Présentée comme je le fais, cette « haute » analyse perd de son appareil majestueux, sans perdre un iota de son utilité.

77. Ressorts cylindriques.

1° — Le second problème de Phillips permet de constituer la courbe déformée par deux courbes terminales encastrées à l'une de leurs extrémités et satisfaisant aux conditions que nous venons de dire, et par un nombre quelconque (entier ou fractionnaire) de circonférences de rayon initial r_0 .

Par exemple, la courbe complète débute suivant ABCD (courbe terminale); elle se continue par un nombre entier quelconque de circonférences DEFGD, par la fraction de circonférence DFGK, enfin par la seconde courbe terminale KIJ.

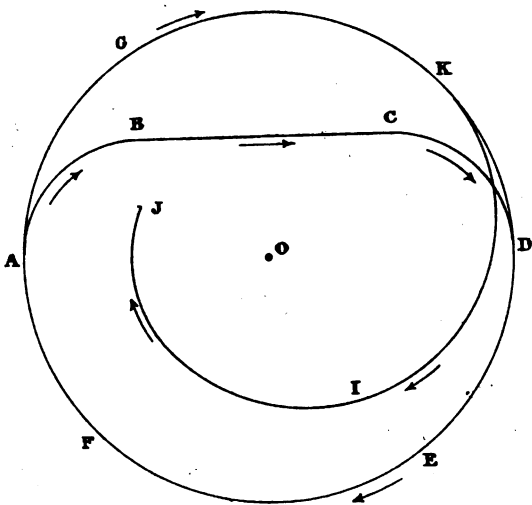


Fig. 85.

Le point J est fixe (piton), le point A est encastré sur un bras qui tourne autour du point O (virole). J'ai figuré le point A à la distance r_0 de l'axe de rotation; rien n'oblige qu'il en soit ainsi.

En réalité pour que les circonférences ne se gênent pas mutuellement, on les place les unes sous les autres; la courbe devient une hélice, d'où le nom de *cylindrique* qu'on donne au système.

Nous imposons maintenant à la courbe tout entière de se déformer suivant la loi :

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = A = \text{Constante.}$$

Une des extrémités est fixe et encastrée. L'autre extrémité est également encastrée, mais pour qu'elle se raccorde avec la partie cylindrique dont l'enroulement varie, nous devons faire tourner son point d'encastrement autour de l'axe O du cylindre. Peu importe évidemment pour le problème géométrique que ce soit le point B de la figure 84 qui tourne d'un certain angle, ou que ce soit le point A qui tourne en sens inverse, du même angle autour du même axe.

La longueur de la courbe complète est égale à la longueur des courbes terminales plus celle de l'hélice *qui peut être aussi longue qu'on veut*; de sorte qu'une déformation petite peut correspondre à un déplacement angulaire énorme de l'extrémité mobile.

2° — POSITION DU CENTRE D'INERTIE DU SPIRAL COMPLET.

Montrons qu'un spiral cylindrique terminé par deux courbes théoriques quelconques, a son centre d'inertie sur l'axe du cylindre, ce que nous savons être la condition pour un spiral sans hélice moyenne (§ 75).

Le spiral complet est formé d'une courbe terminale de longueur l_1 aboutissant en C_1 , de l'arc $C_1 C_2$, d'un nombre entier de spires (dont le centre d'inertie est sur l'axe, que par conséquent nous pouvons négliger dans nos raisonnements); enfin d'une

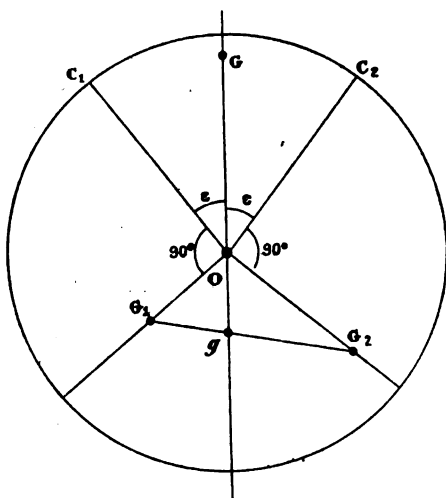


Fig. 86.

courbe terminale de longueur l_2 , issue du point C_2 .

Si les courbes terminales sont théoriques, leurs centres de gravité des courbes sont en G_1 et G_2 .

Les angles $G_1 O C_1$, $G_2 O C_2$, sont droits. On a :

$$\overline{OG_1} \cdot l_1 = \overline{OG_2} \cdot l_2 = r_0^2.$$

Le centre de gravité g du système formé par les courbes terminales est sur la bissectrice des droites OG_1 et OG_2 et à la distance $\overline{Og}$ définie par la condition :

$$\overline{Og}(l_1 + l_2) = \overline{OG_1} \cdot \sin \epsilon \cdot l_1 + \overline{OG_2} \cdot \sin \epsilon \cdot l_2 = 2r_0^2 \cdot \sin \epsilon.$$

D'autre part le centre de gravité G de l'arc C_1C_2 se trouve sur la bissectrice des droites OC_1 et OC_2 .

Il est sur le diamètre Og , à la distance du centre O :

$$\overline{OG} = (r_0 \sin \epsilon) : \epsilon.$$

La longueur de l'arc C_1C_2 est $2\epsilon r_0$.

Le centre de gravité du système entier se trouve donc sur le diamètre gOG , à une distance du centre O proportionnelle à :

$$\overline{OG} \times 2\epsilon r_0 - \overline{Og} (l_1 + l_2) = 2r_0^3 \sin \epsilon - 2r_0^3 \sin \epsilon = 0.$$

Il est donc sur l'axe O .

On démontre aisément qu'il en est encore ainsi après une déformation d'amplitude quelconque satisfaisant à la condition que la variation des courbures est partout la même.

78. Exemples de courbes termina les théoriques.

1° — DROITE.

B étant le point où la droite se raccorde à la partie cylindrique du spiral, nous savons que le centre de gravité doit être en G , sur le rayon OD parallèle à la tangente au point B .

La distance $\overline{OG} = D$, est donnée par la relation :

$$D = \frac{r_0^3}{l} = \frac{r_0^3}{2BG} = \frac{r_0^3}{2\sqrt{r_0^2 + D^2}}.$$

D est ainsi déterminé par l'équation :

$$4D^4 + 4r_0^2 D^2 - r_0^4 = 0.$$

D'où :

$$D = 0,455r_0, \quad \alpha = 24^\circ 28'.$$

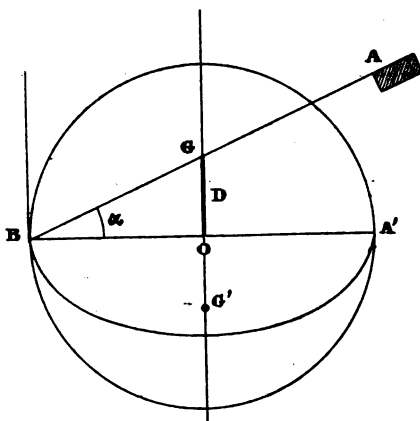


Fig. 87.

Dans cet exemple le piton A se trouve plus éloigné de l'axe de rotation O que la partie cylindrique du spiral.

2° — ELLIPSE.

La figure 87 représente une courbe terminale en demi-ellipse.

Le piton est en A' sur la partie cylindrique du spiral.

Le petit axe de l'ellipse est environ 0,58 du grand axe.

On prouve la possibilité d'une telle solution par le raisonnement suivant. Quand le petit axe de l'ellipse passe de 0 à r_0 , c'est-à-dire quand on passe du diamètre à la demi-circonférence, la longueur l passe de $2r_0$ à πr_0 .

D'après la formule de Phillips, la distance du centre d'inertie $\overline{OG'}$ doit passer de $r_0^3 : l = r_0 : 2$, à $r_0 : \pi$.

Cette distance passe effectivement de 0 à $2r_0 : \pi$.

Portons le petit axe de l'ellipse en abscisse (fig. 88); admettons que les courbes représentatives des distances $\overline{OG'}$ voulues par la formule

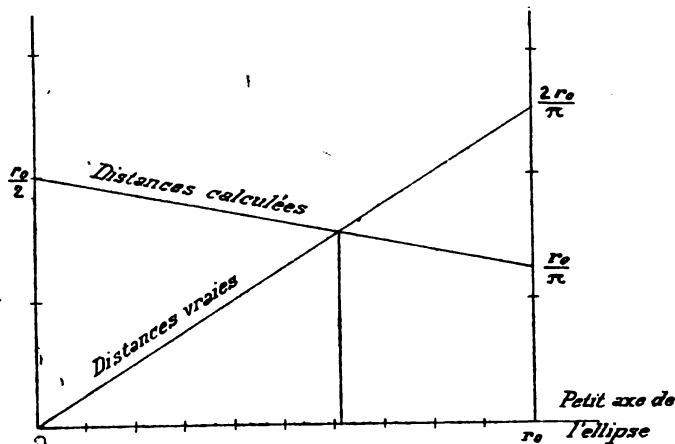


Fig. 88.

de Phillips et des distances réelles, sont des droites. Nous vérifions aisément qu'elles se coupent quand le petit axe vaut $0,62r_0$.

A la vérité ces courbes ne sont pas des droites; mais la solution exacte reste voisine de la solution approchée.

3° — DEUX QUARTS DE CIRCONFÉRENCE RACCORDÉS PAR UNE DROITE.

Les arcs BD ont pour rayon la moitié du rayon r_0 des spires (fig. 89).

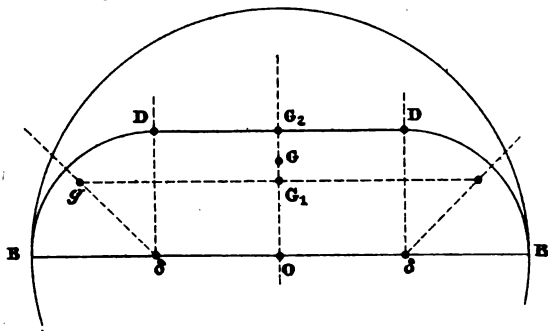


Fig. 89.

Rappelons que le centre d'inertie d'un arc de circonférence dont l'angle B&D vaut 2α , est à la distance $(R \sin \alpha) : \alpha$ du centre δ .

On a donc :

$$\alpha = 45^\circ, \quad \delta g = \frac{r_0}{2} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} = \frac{\sqrt{2} \cdot r_0}{\pi}, \quad \overline{OG_1} = \frac{r_0}{\pi}.$$

D'après la théorie des centres d'inertie, pour déterminer la distance $\overline{OG} = D$, du point O au centre d'inertie G de la courbe BDDB, il faut appliquer au point G₁ la masse r_0 , au point G₂ la masse $\pi r_0 : 2$, enfin au point G la masse totale l de la courbe. Il faut écrire la condition :

$$l \cdot \overline{OG} = lD = \overline{OG}_2 \cdot r_0 + \overline{OG}_1 \frac{\pi r_0}{2}.$$

Substituons à $\overline{OG}_1$ et $\overline{OG}_2$ leurs valeurs. Il vient :

$$ID = \frac{r_0}{2} \cdot r_0 + \frac{r_0}{\pi} \frac{\pi r_0}{2} = r_0^2,$$

ce qui est précisément la condition de Phillips.

4° — UN ARC DE CERCLE.

Le centre de cet arc BDE est en C, à la distance $r_0 - R$ du point O; c'est dire que son rayon est égal à R (fig. 90).

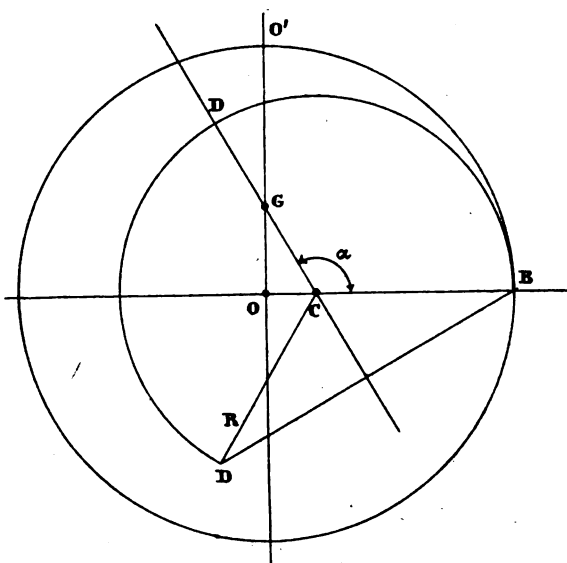


Fig. 90.

R étant donné, cherchons l'angle α tel que le centre d'inertie G soit sur OO' (normale au rayon OB de raccordement menée par l'axe des spires). On doit avoir :

$$\begin{aligned} \overline{CG} &= R \frac{\sin \alpha}{\alpha} = -\frac{\overline{OC}}{\cos \alpha} = -\frac{r_0 - R}{\cos \alpha}, \\ -\frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\alpha} &= \frac{r_0 - R}{R} = \frac{1}{\rho} - 1, \quad \rho = \frac{R}{r_0}. \end{aligned} \quad (1)$$

La condition de Phillips est :

$$\overline{OG} = D = r_0^2 : l.$$

On a :

$$D = \overline{GC} \cdot \sin \alpha = R \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha}, \quad l = 2\alpha R.$$

D'où :

$$\rho = 1 : (\sqrt{2} \cdot \sin \alpha). \quad (2)$$

Éliminons ρ entre (1) et (2) :

$$\sqrt{2} = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\alpha}.$$

On trouve par tâtonnement :

$$\alpha = 121^\circ 13', \quad \sin \alpha = 0,853.$$

D'où :

$$R = 0,827 \cdot r_0.$$

5° — DEUX ARCS DE CERCLE.

Le premier est la demi-circonférence BFD, de centre C, de rayon R

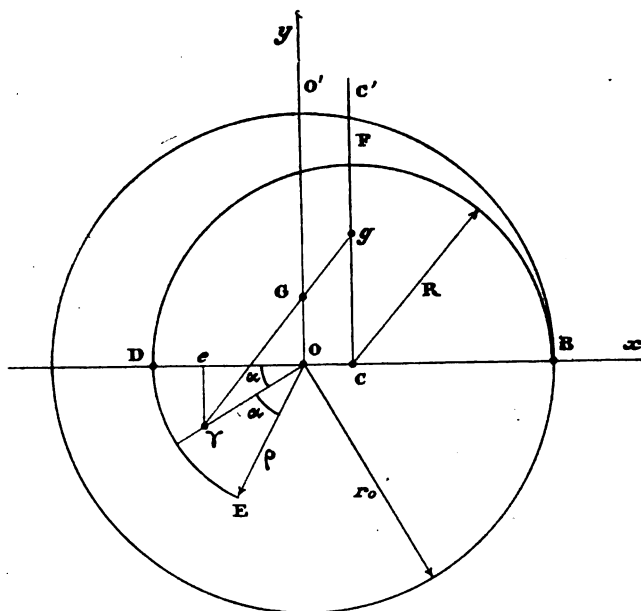


Fig. 91.

fig. 91). Le second est l'arc DE de centre O, d'angle 2α , de rayon :

$$\rho = 2R - r_0.$$

Les coordonnées du point g sont :

$$x_1 = r_0 - R, \quad y_1 = 2R : \pi.$$

Les coordonnées du point γ sont :

$$x_s = -\rho \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\alpha}, \quad y_s = -\rho \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha}.$$

Écrivons que le centre d'inertie G est sur Oy .

$$\begin{aligned} (r_0 - R) \cdot \pi R &= \rho \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\alpha} \cdot 2\alpha\rho, \\ (2R - r_0)^2 \sin 2\alpha &= \pi R(r_0 - R). \end{aligned} \quad (1)$$

Écrivons que la distance $\overline{OG}$ du centre d'inertie à l'axe O des spires satisfait à la condition de Phillips :

$$2R^2 - 2\rho^2 \sin^2 \alpha = r_0^2.$$

Cette équation prend aisément la forme :

$$(2R - r_0)^2 \cos 2\alpha = 2(r_0 - R)^2. \quad (2)$$

Posons $R : r_0 = \beta$. Additionnons membre à membre les équations (1) et (2) élevées au carré :

$$\begin{aligned} (2\beta - 1)^4 &= \pi^2 \beta^2 (1 - \beta)^2 + 4(1 - \beta)^4, \\ (\pi^2 - 12)\beta^4 &+ (16 - 2\pi^2)\beta^3 + \pi^2 \beta^2 - 8\beta + 3 = 0. \end{aligned}$$

Cette équation admet la racine $\beta = 0,832$.

Divisons (1) par (2) membre à membre; substituons la valeur précédente de β :

$$\lg 2\alpha = \frac{\pi\beta}{2(1 - \beta)}, \quad \alpha = 41^\circ 21'.$$

On préconise cette solution comme permettant l'emploi d'une

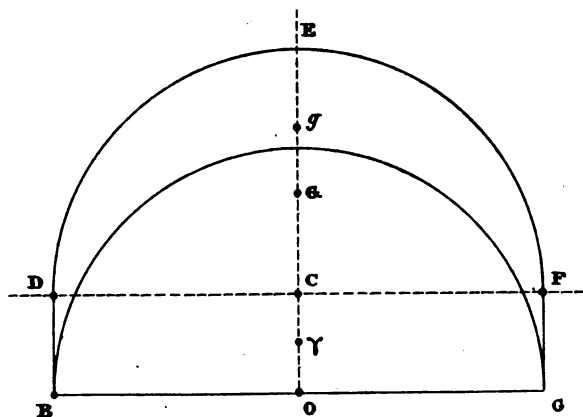


Fig. 92.

raquette; la courbe DE est en effet concentrique au balancier. On oublie que l'emploi de la raquette suppose que la longueur utile de la

courbe varie; mais alors elle cesse d'être théorique, puisque sa forme est liée à sa longueur.

6° — UN ARC DE CERCLE RACCORDÉ PAR DEUX DROITES.

L'arc de cercle est une circonférence de rayon r_0 et de centre C (fig. 92). Posons $\overline{OC} = d$. Au point γ , centre de gravité des deux droites, il faut placer la masse $2d$. Au point g centre de gravité du cercle, il faut placer la masse πr_0 . D'où la condition de Phillips :

$$Dl = \frac{d}{2} 2d + \left(d + \frac{2r_0}{\pi} \right) \pi r_0 = r_0^2,$$

$$d^2 + \pi r_0 d + r_0^2 = 0, \quad d = \frac{r_0}{2} [\sqrt{\pi^2 - 4} - \pi].$$

D'où enfin :

$$d = 0,36 \cdot r_0.$$

Tous les points de la courbe théorique sont hors du cylindre formé par le spiral.

7° — TROIS ARCS DE CERCLE.

Le lecteur cherchera à satisfaire la condition de Phillips par trois arcs de centre se raccordant tangentielllement (fig. 93).

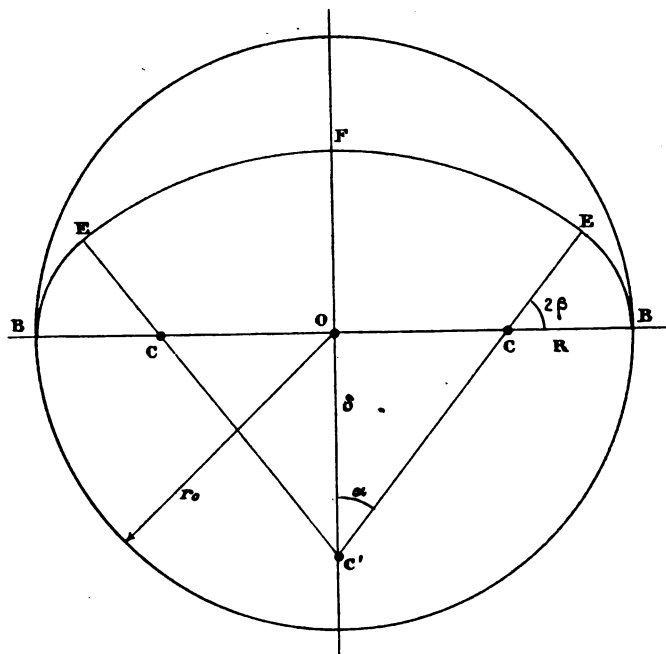


Fig. 93.

Leurs centres sont en C et C'.

Les deux arcs de rayon R se raccordent en B à la circonférence de rayon r_0 ; ils se raccordent en E à la circonférence de centre C'.

Le tracé des trois arcs dépend de deux arbitraires R et 2β . Le problème du 3° est un cas particulier de celui-ci ($R = r_0 : 2$, $2\beta = 90^\circ$).

On peut généralement se donner R ; la condition de Phillips détermine 2β ; la position du centre C' s'ensuit.

On achèvera le problème.

79. Obtention expérimentale d'une courbe théorique.

Soit un disque monté sur pivot (comme un tolon) et aussi bien équilibré que possible. Si l'on pose le pivot sur une crapaudine de manière

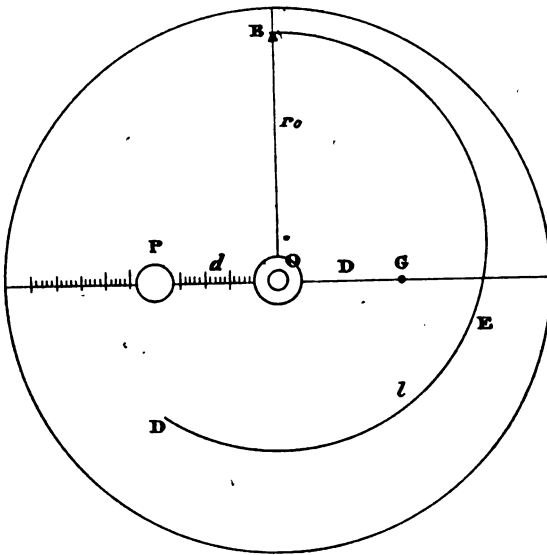


Fig. 94.

que l'axe soit vertical, le système est en équilibre instable. S'il est bien équilibré, il ne tombe cependant que très lentement au début de la chute. La direction de chute indique le sens dans lequel se trouve l'excès de poids. On constitue ainsi une sorte de balance pour des poids placés sur le disque.

Ceci posé, formons une courbe avec du fil flexible (fil fusible de 2 mm. de diamètre). Une pièce B , située à la distance r_0 de l'axe sur le rayon OB , permet d'en fixer une extrémité.

Soit l sa longueur, p son poids.

D'après la règle de Phillips, son centre d'inertie doit être en G , sur le rayon normal à OB et à la distance :

$$\overline{OG} = D = r_0^2 : l.$$

Pour équilibrer le poids p mis en G , il faut placer le poids inva-

riable P sur le même diamètre, à la distance d de l'axe telle qu'on ait :

$$Pd = pD, \quad d = \frac{pD}{P} = \frac{p}{P} \frac{r_0^2}{l}.$$

Disposons donc convenablement ce poids d'après le poids p et la longueur l du fil en expérience.

Il s'agit par tâtonnement de donner au fil une forme telle que l'équilibre ait lieu. Pour cela, on fait une série d'essais, en modifiant la forme du fil entre les essais, jusqu'à ce que le disque, chargé du fil et du poids P et posé bien verticalement, ne semble pas avoir de tendance à tomber plutôt d'un côté que de l'autre.

Étant donné le nombre de courbes théorique actuellement calculées

et répondant à tous les besoins, j'avoue ne pas saisir l'intérêt de cette méthode qui exige en définitive un appareil précis et coûteux.

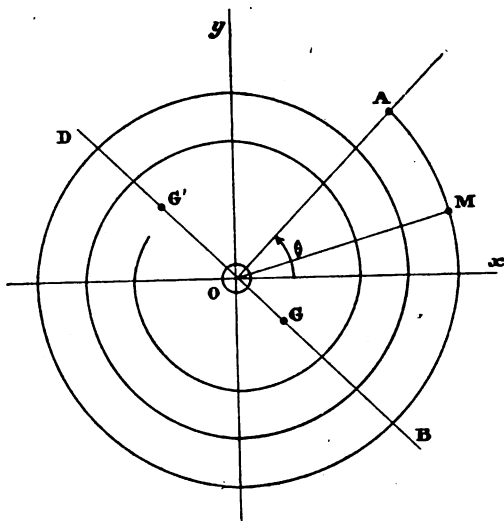


Fig. 95.

80. Ressorts plats cou- dés (ressorts Bréguet).

1° — Nous avons vu que le premier problème de Phillips est résolu au moins approximativement par une courbe ayant son centre d'inertie sur l'axe de rotation.

Cherchons alors qu'elle courbe il faut associer à une spirale d'Archimède

pour que l'ensemble ait son centre d'inertie sur le pôle de cette spirale.

La spirale prolongée jusqu'au pôle a pour équation (fig. 95) :

$$r = a\theta.$$

Les coordonnées d'un point M sont :

$$x = r \cos \theta = a\theta \cos \theta, \quad y = r \sin \theta = a\theta \sin \theta,$$

d'où :

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 = a^2(1 + \theta^2)d\theta.$$

Soit L la longueur de la courbe utilisée.

Les coordonnées du centre d'inertie sont données par les équations :

$$L\bar{x} = \int x ds = a^2 \int \theta^2 \cos \theta \sqrt{1 + \frac{1}{\theta^2}} d\theta,$$

$$L\bar{y} = \int y ds = a^2 \int \theta^2 \sin \theta \sqrt{1 + \frac{1}{\theta^2}} d\theta.$$

Sauf pour les valeurs très petites de θ , le radical est voisin de 1; pour un tour, on a déjà

$$\theta = 3,14, \quad \theta^2 = 9,86.$$

Remplaçons le radical par $1 + \theta^2 : 2$. Il vient après intégration :

$$\begin{aligned} L\xi &= a^2 \left[\theta^2 \sin \theta + 2\theta \cos \theta - \frac{3}{2} \sin \theta \right], \\ L\eta &= a^2 \left[-\theta^2 \cos \theta + 2\theta \sin \theta + \frac{3}{2} \cos \theta \right]. \end{aligned}$$

Il faut prendre les seconds membres entre les valeurs de θ qui correspondent aux bouts de la portion de spirale utilisée.

2° — Posons maintenant que les spires sont nombreuses et serrées : c'est dire que a est petit par rapport au rayon vecteur r qui correspond à l'extrémité extérieure A du spiral.

Dans ces conditions les valeurs des parenthèses pour l'extrémité intérieure sont très petites par rapport à leurs valeurs pour l'extrémité extérieure : nous négligerons celles-là. D'autre part dans les parenthèses conservées, seul n'est pas négligeable le terme en θ^2 .

Bref avec une précision suffisante nous avons :

$$\begin{aligned} L\xi &= r^2 \sin \theta, & L\eta &= -r^2 \cos \theta; \\ LD &= L \sqrt{\xi^2 + \eta^2} = r^2, & \eta : \xi &= -\cotg \theta, \end{aligned} \quad (1)$$

$r = a\theta$ est le rayon vecteur de l'extrémité extérieure A du ressort.

Ces résultats signifient que le centre d'inertie G du spiral se trouve sur la droite OB normale à la droite OA allant du pôle O à l'extrémité A du spiral; il se trouve du côté où est le spiral par rapport au point A.

Le produit de la longueur entière L du spiral par la distance $\overline{OG}$, est égal au carré de la distance $\overline{OA}$ du pôle O à l'extrémité extérieure A.

Au paragraphe 118 du tome I nous avons trouvé pour valeur approchée de la longueur de la spirale :

$$L = a\theta^2 : 2; \quad \text{d'où :} \quad D = 2a.$$

La distance $\overline{OG}$ du centre de gravité de la spirale à son pôle est égale à deux fois le paramètre qui entre dans la formule de définition $r = a\theta$.

L'écartement de deux spires consécutives est :

$$e = \Delta r = 2\pi a.$$

D'où l'expression : $D = e : \pi$.

Peu importe du reste pour ce qui suit.

4° — Nous devons associer à la spirale d'Archimède une courbe ramenant le centre d'inertie au point O. Soit l sa longueur. Son centre d'inertie doit être quelque part en G' de manière qu'on ait :

$$lD' = r^2 = LD, \quad \overline{OG'} = D'.$$

Mais cette condition définit précisément une courbe terminale théorique de Phillips pour un cylindre de rayon r .

La figure 96 représente un spiral plat coudé, dit *ressort Bréquet*. Le piton est en e . On utilise ordinairement la courbe étudiée au para-

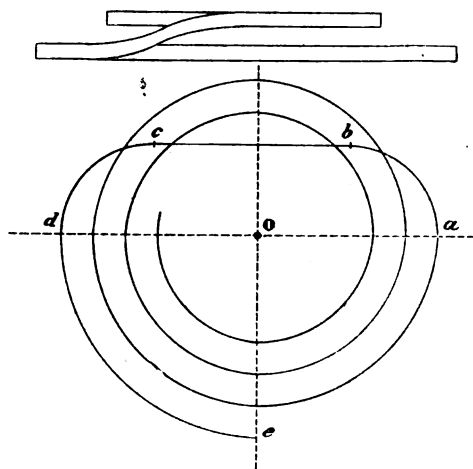


Fig. 96.

graphe 78, 3° : deux quarts de cercle ab , cd , de rayons r : 2, raccordés par une droite bc . Vu de champ le spiral prend l'aspect représenté en haut de la figure 96. Les goupilles de la raquette sont au voisinage du point d .

Naturellement pour qu'on puisse utiliser un ressort coudé, il est nécessaire qu'il y ait la place voulue pour la spire qui doit passer au-dessus des autres.

A la rigueur il faut terminer intérieurement le spiral par une courbe convenable le raccordant à la

virole; c'est beaucoup de peine pour un mince résultat. Quand l'isochronisme est nécessaire, mieux vaut utiliser un spiral cylindrique.

[81. Obtention de l'isochronisme statique.

1° — Voilà donc résolu *in abstracto* un intéressant problème de géométrie pure. Il s'agit de montrer qu'il résout le problème mécanique de l'*isochronisme statique*. Ces mots jurent d'être accouplés; peu importe, puisque leur sens est très clair : à quelle condition le couple produit par un spiral homogène déformé est-il proportionnel à la rotation du balancier?

Il est facile de montrer qu'effectivement le système du paragraphe 77 résout le problème. Mais il est difficile de bien comprendre pourquoi il n'en est pas ainsi avec un spiral quelconque.

Ici encore échelonnons les difficultés.

Pour que les oscillations d'un mobile autour d'un axe (c'est ici le balancier) soient isochrones (indépendantes de l'amplitude), il faut que le couple qui le ramène à la position d'équilibre, soit proportionnel à l'élongation.

Nous admettons que le couple nécessaire pour fléchir un élément de spiral de manière que son rayon ρ_0 devienne ρ , soit proportionnel à :

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = A,$$

ce qui est conforme à la théorie de l'Élasticité. Par hypothèse le spiral est homogène : tout de son long, il a la même section, les propriétés physiques sont identiques.

Si donc il se déforme de manière que pour chaque état déformé on ait :

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = A = \text{Constante},$$

le couple qui fléchit ces divers éléments, est le même d'un bout à l'autre; il est proportionnel à la quantité A .

Mais nous savons que la rotation relative des tangentes aux deux bouts du spiral est AL , où L est la longueur totale. Donc le couple est proportionnel à cette rotation relative : les oscillations sont isochrones.

Ainsi l'isochronisme est obtenu comme conséquence de deux conditions : pour chaque état déformé, le couple est le même tout le long du spiral; il est proportionnel à la variation de l'angle des tangentes aux deux extrémités.

2° — Un spiral cylindrique terminé par deux courbes théoriques se développe concentriquement : autrement dit, sur un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre qu'elles forment, les spires se projettent à chaque instant suivant des circonférences concentriques.

Cela résulte des calculs précédemment faits.

L'expérience confirme la théorie.

Remarquons que si le spiral ne se développe pas concentriquement le centre d'inertie ne restant pas sur l'axe du balancier, la pesanteur peut intervenir sur la durée des oscillations dans les positions 1, 2, 3 de la figure 75. Heureusement qu'à partir de l'état non déformé, les déplacements du centre d'inertie sont à peu près égaux et de sens contraires pour les demi-oscillations successives qui correspondent aux courbures moindres et aux courbures plus grandes que dans l'état non déformé. De sorte qu'il se produit une compensation au moins très approchée entre l'avance pour une demi-oscillation et le retard pour la demi-oscillation suivante.

82. Obtention de l'isochronisme avec un spiral quelconque.

1° — Théoriquement, pour réaliser l'isochronisme avec un spiral de forme quelconque (une spirale d'Archimède par exemple), il suffit que le piton soit libre de se déplacer : il ne doit être fixé qu'en direction.

Expliquons cette proposition fondamentale.

Un ressort de forme quelconque est encastré dans la pièce P (piton) : au point où il est lié au piton, sa tangente conserve donc une position invariable par rapport à celui-ci.

Les actions que le ressort exerce sur le piton, se réduisent à une force et à un couple, il n'est *libre* que si la force et le couple sont nuls; ce qui

exige qu'il soit dans sa forme d'équilibre, c'est-à-dire qu'il ne serve à rien.

Mais on peut se proposer d'annuler la force en ne laissant subsister que le couple. Cela revient à dire que la pièce P est montée sur deux glissières rectangulaires parfaitement polies qui lui laissent toute

liberté de translation parallèlement au plan de flexion du ressort, mais qui empêchent toute rotation.

Le ressort est *libre* au sens restreint que nous précisons, quand la pièce P est assez légère et la glissière assez polie pour que les déplacements de P annulent *instantanément* toute force qui tendrait à naître; le couple subsiste seul.

Dans ces conditions l'isochronisme existe si le ressort est homogène et si la flexion, mesurée par la variation de la courbure, est proportionnelle au couple. En effet les deux conditions précisées sont satisfaites : le couple est le même à chaque instant tout le long du spiral; il est proportionnel à la variation de l'angle des tangentes d'encastrement du spiral dans la virole et dans le piton.

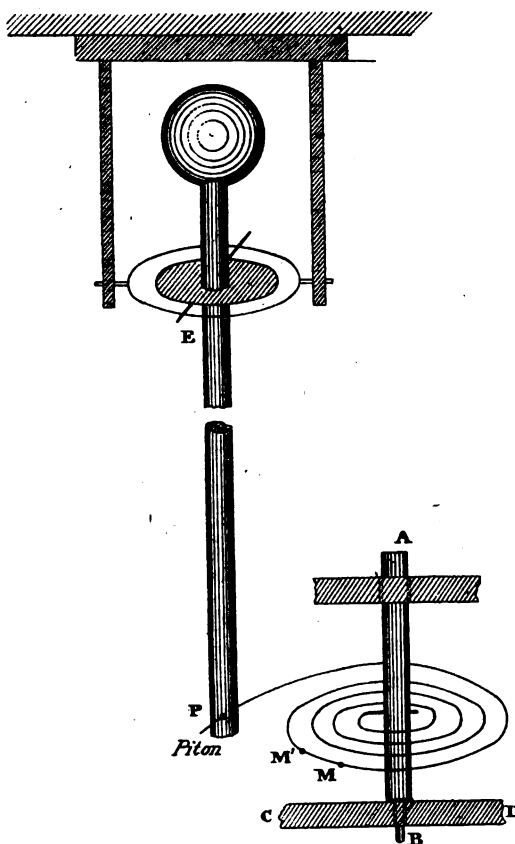


Fig. 97.

2° — Construisons l'appareil schématiquement représenté par la figure 97. Une longue tige verticale EP convenablement équilibrée est montée à la cardan de manière que l'extrémité inférieure se translate quasi librement *sans tourner*. Un ressort spiral est encastré en P.

Son autre extrémité est encastrée dans la tige AB.

Appliquons un couple G à la tige AB : elle tourne. Simultanément l'extrémité P se déplace. Négligeons l'action de la pesanteur et les frottements. L'extrémité P prend une position telle que la force exercée dessus s'annule.

Le système PAB est alors en équilibre sous l'action du couple G

exercé sur AB, et d'un couple $-G$ qui provient de la réaction à la torsion de la tige EP.

Dans ces conditions, le ressort prend de lui-même une figure telle qu'à chaque instant, il fléchit en tous ses points sous l'influence du couple uniforme G . S'il satisfait aux conditions précisées, le couple est proportionnel à la rotation Θ de la tige AB.

Mais supposons le point P fixe. Sur lui s'exerce un couple $-C$ et une force F . Cherchons les conditions d'équilibre d'un morceau PM du ressort. Pour cela coupons le ressort en M; remplaçons les forces élastiques qui s'exerçaient sur la section droite, par les forces capables d'équilibrer le couple $-C$ et la force F .

Il faut exercer sur le point M une force F' égale et opposée à F . Mais

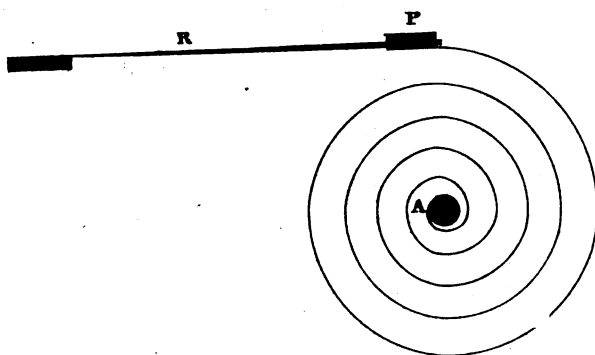


Fig. 98.

les forces F et F' n'ayant pas même directrice, donnent un couple. Le couple G qu'il faut appliquer au point M, n'est donc généralement pas égal au couple C ; il en diffère par le couple FF' . Pour une rotation donnée de l'arbre AB, le couple G varie donc le long du spiral; c'est une fonction des coordonnées du point M. Corrélativement le couple appliqué au balancier n'est plus mesuré par le changement d'azimut relatif des tangentes d'encastrement, ou si l'on veut, par la rotation Θ de l'arbre AB.

Pour réaliser l'isochronisme statique, il faut donc s'arranger de manière que le point P ou la tige AB (les deux conditions n'en font qu'une) soient *libres*, au sens restreint que j'ai précisé.

L'isochronisme et la pression nulle sont deux conditions connexes.

3° — Longtemps avant le mémoire de Phillips, les horlogers cherchaient à supprimer la pression F qui empêche les ressorts de se dérouler concentriquement.

En particulier l'horloger anglais Frodsham a construit d'excellents chronomètres en fixant le piton sur un long ressort droit R très aminci à sa base (fig. 98). Ce procédé ne satisfait qu'en partie aux conditions requises, d'abord parce qu'il ne libère (approximativement) le piton P

qué dans le sens normal au ressort R ; ensuite parce que le ressort R fléchit : la tangente d'encastrement change de direction. Or l'annulation de la réaction sur le piton exige que le piton se translate librement *sans tourner*, ce que nous obtenons, au moins en théorie, avec l'appareil précédemment décrit.

Quoi qu'il en soit, quand le spiral s'enroule, le piton se rapproche de l'axe A du balancier ; quand le spiral s'ouvre, le piton mobile s'en éloigne.

4° — EXPÉRIENCE SUR UN SPIRAL A COURBES THÉORIQUES.

Voici une très intéressante expérience par laquelle Phillips montre la connexion des deux conditions énoncées à la fin du 2°.

L'appareil se compose d'un spiral à courbes théoriques monté sur un balancier à la manière ordinaire. *L'axe du balancier n'est soutenu que par son extrémité inférieure ; l'extrémité supérieure est libre.*

Dans ces conditions un choc latéral minime produit de fortes oscillations de l'axe, de part et d'autre de la verticale, et imprime au balancier des mouvements correspondants.

Quand les courbes terminales sont théoriques, pendant les oscillations du balancier sous l'influence de l'élasticité du spiral, l'axe reste vertical et le balancier horizontal : preuve que la pression sur l'axe est identiquement nulle. Quand, au contraire, les courbes sont quelconques, l'axe oscille fortement de part et d'autre de la verticale dès qu'on met le balancier en oscillation.

83. Expressions analytiques des considérations précédentes.

1° — Le ressort est fixé d'une part au piton (de coordonnées x_0, y_0), de l'autre à la virole V du balancier qui tourne autour d'un axe normal au tableau et passant par l'origine des coordonnées (fig. 99).

La fixité de position et d'orientation du piton équivalent à l'application en cette extrémité du ressort d'un couple C et d'une force F de composantes X, Y.

Coupons le ressort au point M de coordonnées x, y ; écrivons que la portion PM est en équilibre. Il faut appliquer au point M une force et un couple G.

La résultante de toutes les forces devant être nulle, les composantes de la force appliquée en M sont $-X, -Y$.

Écrivons que la somme des couples est nulle. Comptons positivement les couples quand ils tendent à amener Ox sur Oy.

Les forces X, $-X$, produisent un couple positif de moment $X(y - y_0)$.

Les forces Y, $-Y$, produisent un couple positif de moment $Y(x_0 - x)$.

D'où l'équation :

$$G + C + X(y - y_0) - Y(x - x_0) = 0, \quad (1)$$

qui définit le couple G à appliquer au point M.

Posons que le couple G appliqué au point M est mesuré par la variation de la courbure du ressort en ce point. Le couple G positif est dirigé de manière que la courbure décroisse. Nous poserons donc :

$$G = EJ \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right).$$

D'où l'équation fondamentale :

$$EJ \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) + X(y - y_0) - Y(x - x_0) + C = 0. \quad (2)$$

Pour chaque état de déformation du ressort, X , Y , C , sont des constantes. L'équation (2) fournit donc la variation de courbure, à partir de

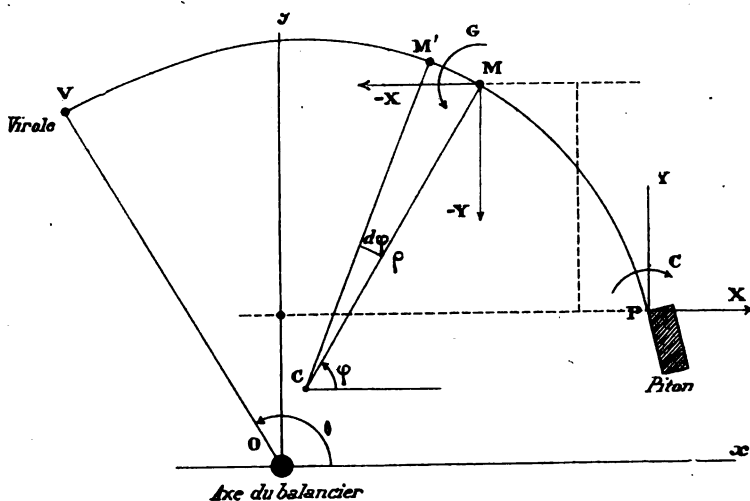


Fig. 99.

l'état non déformé, pour tous les points du ressort, en fonction des coordonnées de ces points.

Nous appliquerons plus loin la formule considérée de ce biais.

2° — Il s'agit de faire apparaître dans l'équation (2) la rotation de la virole.

Soit φ_0 et φ les angles que font avec Ox la normale au point M pour le ressort non déformé et pour le ressort déformé. On a :

$$\frac{ds}{\rho_0} = d\varphi_0, \quad \frac{ds}{\rho} = d\varphi.$$

Soit L la longueur du ressort.

Multiplions tous les termes de (2) par ds ; intégrons entre 0 et L . Appelons ξ et η les coordonnées du centre d'inertie du ressort :

$$L\xi = \int x ds, \quad L\eta = \int y ds.$$

Il vient :

$$\frac{EJ}{L}(\varphi - \varphi_0) + X(\eta - y_0) - Y(\xi - x_0) + C = 0. \quad (3)$$

Pour $\varphi = \varphi_0$ (état initial), on doit avoir $X = Y = C = 0$.

D'après l'équation générale (1) le couple Γ qu'il faut appliquer à l'axe du balancier (coordonnées $x = y = 0$) pour le maintenir en équilibre, est donnée par la relation :

$$\Gamma + C - Xy_0 + Yx_0 = 0.$$

Substituons dans l'équation (3). Posons $\varphi - \varphi_0 = \theta$. Il vient :

$$\frac{EJ}{L}\theta + X\eta - Y\xi = \Gamma - 0. \quad (4)$$

Le couple que le ressort exerce sur le balancier, est égal et de signe contraire à Γ .

L'équation différentielle du mouvement du balancier est par suite :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{EJ\theta}{L} + X\eta - Y\xi = 0.$$

Les oscillations ne sont isochrones que si les deux derniers termes disparaissent, c'est-à-dire si la pression sur le pivot est toujours nulle, ou si le centre d'inertie du spiral coïncide avec l'axe du balancier.

Nous retrouvons les conditions déjà indiquées.

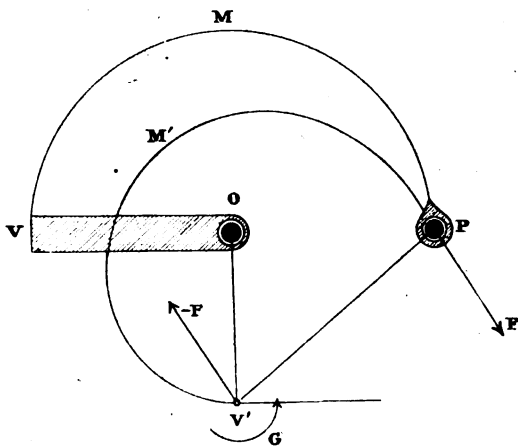


Fig. 100.

84. Cas particuliers.

1° — Comme tout cela est très difficile, essayons de l'éclaircir par des cas particuliers.

Prenons un ressort formant un demi-cercle PMV dans son état non déformé (fig. 100). Il est encastré en V à la virole qui tourne autour de l'axe O.

Il est encastré en P dans le piton qui est monté sur pivot. Sur le piton ne peut donc s'exercer aucun couple puisqu'il l'annulera immédiatement par sa rotation; autrement dit, au voisinage du piton, le ressort conserve sa courbure initiale.

Faisons tourner la virole de V en V' : nous créons un couple qui tend à ramener la virole à sa position première : preuve que le couple est variable le long du ressort, puisqu'il reste nul au piton.

La courbure ne varie pas uniformément en tous les points du ressort. Sa variation est maxima au voisinage de la virole (la courbure croît pour le sens de rotation choisi); elle est nulle au piton.

Corrélativement le couple n'est pas proportionnel à la rotation et la virole.

Quand le ressort est déformé suivant $PM'V'$, il faut exercer sur le piton P la force F pour le maintenir en place. Il faut donc exercer sur V' la force $-F$, et le couple G qui équilibre le couple $F, -F$.

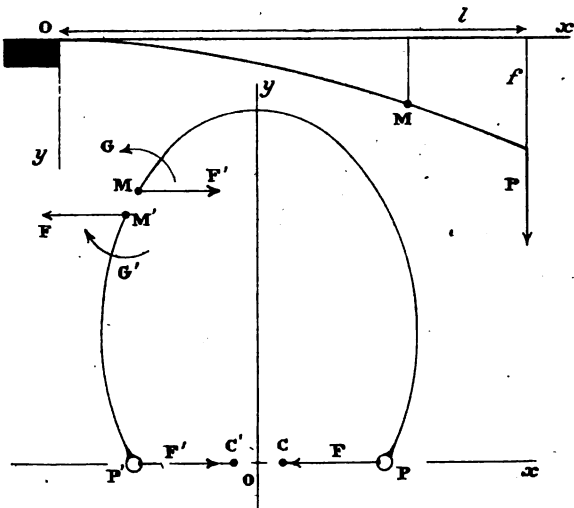


Fig. 101.

Le système $PM'V'$ est en équilibre sous l'action de ces forces et de ce couple.

Pour réaliser l'expérience, on attachera simplement l'extrémité P du ressort à un point fixe par un fil qui donnera à chaque instant la direction de la force. On vérifiera que lorsque la virole passe par sa position d'équilibre, la direction de la force F tourne brusquement de 180° .

Il va de soi que s'il faut exercer le couple G pour amener le ressort de la forme neutre PMV à la forme $PM'V'$, inversement le ressort tend à faire tourner la virole avec le couple $-G$.

2° — Comme autre exemple limite (fig. 101), prenons un fil d'abord circulaire qui est déformé de manière que le couple soit nul aux deux bouts. Ceux-ci, tordus en anneaux, sont attachés par des fils aux clous C et C' . Sur le système PP' s'exercent donc au total les forces F et F' égales et opposées.

Coupons le fil au point MM' ; pour faciliter la compréhension de la figure, séparons les bouts obtenus.

Pour l'équilibre du bout PM , il faut appliquer en M la force F' et un couple G équilibrant le couple FF' .

Pour l'équilibre du bout P'M', il faut appliquer en M' la force F et un couple G' équilibrant le couple FF'.

Les couples G et G' sont égaux et de sens inverses. Si nous réunissons les bouts M et M', les forces et les couples se neutralisent.

Appliquons la formule générale (1) :

$$G + C + X(y - y_0) - Y(x - x_0) = 0.$$

Pour le point P on a $y_0 = 0$. Les liaisons donnent $Y = 0$, $C = 0$.

L'équation devient :

$$G = -Xy.$$

X est négatif, y est positif. Le couple à appliquer en M pour l'équilibre est positif. Pour chaque état déformé, il est proportionnel à la distance du point M considéré à l'axe des x.

Pour le couple G' on trouve de même :

$$G' = -Xy.$$

Mais X représente la force appliquée au point P' qui est positive; G' est donc négatif.

Appliquons la formule (4). On a :

$$r = 0, \quad Y = 0, \quad X\eta = \frac{EJ}{L} \theta.$$

θ est la somme des angles dont ont tourné les tangentes au fil en P et P' à partir de l'état non déformé; elle mesure le produit $X\eta$ de la force X et de l'ordonnée du centre d'inertie de la courbe.

3° — FLEXION PETITE D'UN RESSORT RECTILIGNE HOMOGÈNE.

Comme dernier exemple, déterminons la flèche f d'une lame de longueur l sur laquelle s'exerce la force P (fig. 101, en haut).

Rectiligne à l'état neutre, elle est encastree en O. Nous supposons la déformation petite. Négligeons l'action de la pesanteur.

La courbure au point M est :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2}.$$

Le couple est $P(l - x)$. La courbe satisfait donc à l'équation :

$$EJ \frac{d^2y}{dx^2} = P(l - x).$$

Intégrons :

$$EJy = \frac{lxP^2}{2} - \frac{Px^3}{6} + ax + b;$$

a et b sont les constantes d'intégration. Elles sont nulles, par ce que la condition d'encastrement équivaut aux relations :

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dx} = 0, \quad \text{pour} \quad x = 0.$$

Écrivons que la flèche est $y = f$, pour $x = l$;

$$3EJf = Pl^3.$$

La flèche est proportionnelle à la force appliquée et au cube de la longueur de la lame.

85. Courbes tâtées.

La théorie de Phillips qui date de 1866, jette un jour vif sur les pratiques très antérieures des horlogers.

Ils avaient reconnu pour les chronomètres la nécessité de spiraux cylindriques très longs, ayant par conséquent des tours nombreux et serrés, seule manière d'obtenir que les courbes terminales se déforment peu; ce qui est une des hypothèses de Phillips. La raison qu'ils donnaient, est que les longs spiraux s'ouvrent et se ferment plus concentriquement et ne tendent que faiblement à porter les pivots d'un côté de leurs trous : c'est une manière de dire que la pression sur le pivot s'annule. Ils avaient enfin reconnu la nécessité de ramener chaque extrémité du ressort cylindrique vers le centre par une courbe adoucie obtenue par tâtonnement (*courbe tâtée*) longue d'un demi-tour à trois quarts de tour.

Pour intéressante que soit la théorie de Phillips, n'oublions pas qu'elle suppose le spiral homogène. S'il ne l'est pas, les pressions sur le piton et sur la virole seraient-elles annulées, la variation de courbure pour un couple donné n'est plus uniforme d'un bout à l'autre du ressort : le couple n'est plus mesuré par la rotation θ du balancier, l'isochronisme n'existe plus.

Or pour obtenir les courbes terminales, les horlogers se servent de pinces *chauffées* qu'ils laissent refroidir sur place, afin que la lame conserve sa courbure. On voit d'ici ce que devient l'uniformité du recuit et à quel degré on peut espérer l'homogénéité élastique! L'expérience montre que les horlogers habiles obtiennent l'isochronisme; il est intéressant d'en connaître les conditions théoriques; mais n'exagérons pas l'importance pratique de toutes ces belles choses que les considérations suivantes vont encore diminuer.

Remarque essentielle. Quand on prend la peine de réaliser des courbes terminales, il devient impossible de régler la marche en modifiant la longueur du spiral suivant le procédé du paragraphe 117 du tome I.

Raccourcir ou allonger le spiral, modifierait les courbes terminales. On doit agir sur le moment d'inertie du balancier.

86. Isochronisme du spiral et isochronisme du chronomètre.

Sitôt les courbes théoriques connues, on les appliqua, et l'on constata une avance manifeste aux petits arcs.

Le fait est admis par Phillips lui-même dans une lettre datée de 1864 (*Rev. Chron.*). Sa cause est facile à démêler : « Elle est suivant moi, dit Phillips, dans l'échappement dont l'influence ne pouvait pas être intro-

duite dans mes calculs. » Il rappelle alors qu'il résulte d'un mémoire de Villarceau que l'échappement libre (ordinairement employé dans les chronomètres à cette époque, § 24) produit de l'avance aux petits arcs. Comme l'avance se montre avec toutes les courbes théoriques, sa cause réside en dehors du spiral; il fallait bien le chercher dans l'échappement. Un autre échappement pourrait produire un retard aux petits arcs.

On s'explique donc que, pendant les cent ans qui précèdent le travail de Phillips, les horlogers *par leurs courbes tâtées* aient obtenu un meilleur isochronisme *global* que plus tard en réalisant brutalement les courbes théoriques. *Mais ils opéraient au petit bonheur, sans guide.*

Pour supprimer l'avance aux petits arcs, Phillips conseille de déformer un peu les courbes terminales, au moins l'une d'elles, *en s'écartant le moins possible de la forme théorique d'abord obtenu* : c'est ce qu'on fait aujourd'hui. Il est amusant de constater que par là Phillips n'accorde à sa découverte que le mérite de faciliter les tâtonnements. Ça ne diminue en rien sa valeur, mais ça nous change du dithyrambe habituel aux gens qui ne connaissent pas la question.

En définitive, sur le conseil même de Phillips, on revenait aux *courbes tâtées*, mais en partant d'une forme qui est à *peu près* la solution du problème posé.

Je cite la fin de la lettre, elle en vaut la peine : « Dans les questions de cette nature, c'est à l'expérience de prononcer, et je crois que nous devons accueillir avec déférence ses avis. »

En d'autres termes la Science résout les problèmes *in abstracto*; il ne faut pas s'étonner que ses résultats ne puissent être appliqués brutalement et sans faire intervenir les circonstances négligées.

Isochronisme par la méthode de Leroy.

87. Découverte de Leroy.

En 1770, l'horloger Leroy énonça la proposition suivante : « Il y a dans tout ressort cylindrique d'étendue suffisante une certaine longueur où toutes les vibrations, grandes et petites, sont isochrones. Cette longueur trouvée, si l'on raccourcit le ressort, les grandes vibrations seront plus promptes que les petites; si au contraire vous l'allongez, les petits arcs s'achèveront en moins de temps que les grands. »

Cet énoncé est incomplet. Caspari a montré que si l'arc Θ est assez grand, il existe sur chaque spire deux points diamétralement opposés et situés à angle droit avec le piton, qui procurent l'isochronisme en les choisissant comme points d'attache de la virole.

Je vais traiter le problème parce qu'il est intéressant et qu'on le noie généralement dans des calculs infinis au grand ennui du lecteur. Le travail de Caspari est remarquable; mais je trouve que c'est beaucoup d'algorithmes pour un résultat qui, n'ayant qu'un intérêt histo-

88. Problème de Résal.

assujettie à la virole V du balancier; elle décrit donc une circonférence de centre O. On demande quelle forme prend le spiral quand la virole tourne de l'angle θ .

$$x = \rho_0, \quad y = 0.$$
$$L = (-)c_0.$$
$$x = \varrho_0 \cos(\Theta + \theta), \quad y = \varrho_0 \sin(\Theta + \theta).$$

Voici ce que nous apprend la théorie de l'Elasticité et le paragraphe 83:

Considérons un des états déformés, défini par la valeur θ de la rotation de la virole.

Soit x, y, ρ , les coordonnées d'un point B du spiral déformé et le rayon de courbure en ce point. Entre ces quantités existe la relation :

$$\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \alpha x + \beta y + \gamma. \quad (1)$$

α, β, γ sont des fonctions de θ . Ce sont par conséquent des constantes pour un état déformé défini par une certaine valeur θ , quand on se déplace le long du spiral. Nous sommes donc ramenés au problème de géométrie pure suivant : le rayon de courbure d'une courbe est assujéti à satisfaire l'équation (1); déterminer la forme de cette courbe. Cela revient à calculer α, β, γ , en fonction de θ .

2° — Appelons s la longueur du spiral comptée à partir du piton. Appelons φ l'angle de la normale au point B avec l'axe Ox. On a :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds}, \quad \frac{dx}{ds} = -\sin\varphi, \quad \frac{dy}{ds} = \cos\varphi.$$

Dérivons l'équation (1) par rapport à s :

$$\frac{d^2\varphi}{ds^2} = -\alpha \sin\varphi + \beta \cos\varphi.$$

Multiplions par $d\varphi$ et intégrons :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{ds} \right)^2 = \alpha \cos\varphi + \beta \sin\varphi + \gamma'.$$

Changeons les constantes. Nous obtenons les formules de Résal

$$s = \frac{1}{\sqrt{c}} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 + a \cos\varphi + b \sin\varphi}} = \frac{1}{\sqrt{c}} \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\Phi},$$

$$x - \rho_0 = -\frac{1}{\sqrt{c}} \int_0^\varphi \frac{\sin\varphi \cdot d\varphi}{\Phi}, \quad y = \frac{1}{\sqrt{c}} \int_0^\varphi \frac{\cos\varphi \cdot d\varphi}{\Phi}.$$

3° — Pour intégrer ces expressions, posons que les quantités a et b sont petites.

$$1 : \sqrt{1 + a \cos\varphi + b \sin\varphi} = 1 - \frac{a}{2} \cos\varphi - \frac{b}{2} \sin\varphi.$$

$$s = \frac{1}{\sqrt{c}} \left[\varphi - \frac{a}{2} \sin\varphi - \frac{b}{2} (1 - \cos\varphi) \right] \quad (2)$$

$$x - \rho_0 = -\frac{1}{\sqrt{c}} \left[1 - \cos\varphi - \frac{a}{8} (1 - \cos 2\varphi) - \frac{b}{4} \left(\varphi - \frac{1}{2} \sin 2\varphi \right) \right]$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{c}} \left[\sin\varphi - \frac{a}{4} \left(\varphi + \frac{1}{2} \sin\varphi \right) - \frac{b}{8} (1 - \cos 2\varphi) \right].$$

Ces équations déterminent les paramètres a, b, c , en fonction de l'angle θ . Nous n'avons pour cela qu'à les appliquer à la virole.

En raison de l'encastrement, à la virole correspond l'angle $\varphi = \Theta + \theta$.
Ses coordonnées sont :

$$s = L = \rho_0, \quad x = \rho_0 \cos(\Theta + \theta), \quad y = \rho_0 \sin(\Theta + \theta).$$

Substituons dans les trois équations obtenues; elles ne contiennent plus que les inconnues a, b, c . Elles résolvent donc le problème posé.

Une fois a, b, c , calculés, la première équation (2) donne φ pour chaque point du ressort défini par la variable s ; les deux suivantes déterminent x et y .

Nous connaissons donc complètement la forme du ressort.

Voici la solution des équations (2), qu'on obtient par un calcul laborieux mais sans difficultés spéciales. Posons :

$$\varphi = \Theta + \theta, \quad P = \rho_0(1 - \cos \varphi) - \frac{L}{4}(\varphi + \sin \varphi).$$

On a :

$$Pa = \rho_0 \theta \sin \varphi, \quad Pb = \rho_0 \theta (1 - \cos \varphi) \\ P\sqrt{c} = P\varphi - \rho_0 \theta (1 - \cos \varphi) = \frac{P}{L}(\varphi - b), \quad \sqrt{c} = \frac{\varphi - b}{L}.$$

4° — Allons plus loin dans les approximations.

Supposons θ petit devant Θ ; admettons que le rayon ρ_0 est lui-même petit devant la longueur L du spiral.

Les formules deviennent simplement :

$$\Theta^2 a = 4\theta \sin \varphi, \quad \Theta^2 b = 4\theta (1 - \cos \varphi); \\ \sqrt{c} \cdot L = \varphi - b, \quad cL\rho_0 = (\varphi - b)^2 : \Theta. \quad (3)$$

89. Problème de Caspari.

1° — L'équation (2) du paragraphe 83 que je transcris, définit le ressort déformé :

$$EJ\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right) + X(y - y_0) - Y(x - x_0) + C = 0. \quad (4)$$

Elle est bien de la forme utilisée au paragraphe précédent.

D'autre part nous montrons au paragraphe 83 que, dans l'expression du couple qui s'exerce sur la virole, intervient le terme :

$$X\eta - Y\xi. \quad (5)$$

η et ξ sont les coordonnées du centre d'inertie du spiral.

La comparaison des équations (1) et (4) donne les paramètres X et Y de la quantité (5) qui devient :

$$c(a\xi + b\eta). \quad (6)$$

L'obtention de l'isochronisme dépend de la manière dont elle s'exprime en fonction de θ . Calculons-la en négligeant les termes sans influence pratique sur le résultat.

Dans le calcul des coordonnées ξ et η , nous supposons que le ressort se développe concentriquement; ce qui revient à poser $a = b = 0$. D'où :

$$x = \rho_0 + \frac{\cos \varphi}{\sqrt{c}}, \quad y = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{c}}, \quad ds = \frac{\varphi}{\sqrt{c}}.$$

Appliquons les formules ordinaires donnant le centre d'inertie; il vient :

$$L\xi = L\rho_0 - \frac{1}{c}(\varphi - \sin \varphi),$$

$$L\eta = \frac{1}{c}(1 - \cos \varphi).$$

2° — Formons la quantité :

$$c(a\xi + b\eta),$$

au moyen des ξ et η ci-dessus calculés, et des valeurs précédemment trouvées pour a , b , c . On obtient :

$$\theta \left[-(\varphi - \sin \varphi) \sin \varphi + (1 - \cos \varphi)^2 + \frac{(\varphi - b)^2}{\Theta} \sin \varphi \right].$$

Remplaçons φ par $\Theta + \theta$.

Dans le dernier terme, b est négligeable devant φ . Il reste :

$$\theta[2(1 - \cos \varphi) + \theta \sin \varphi].$$

A la même approximation posons :

$$\sin \varphi = \sin(\theta + \Theta) = \sin \Theta + \theta \cos \Theta,$$

$$\cos \varphi = \cos(\Theta + \theta) = \cos \Theta - \theta \sin \Theta.$$

L'expression ci-dessus s'écrit :

$$2(1 - \cos \Theta)\theta + 3 \sin \Theta \cdot \theta^2 + \cos \Theta \cdot \theta^3.$$

2° — En définitive l'expression du couple surajouté contient en facteur la quantité :

$$2(1 - \cos \Theta) \cdot \theta + 3 \sin \Theta \cdot \theta^2 + \cos \Theta \cdot \theta^3.$$

Mais nous savons (tome I, § 174) que le terme en θ^2 ne perturbe l'isochronisme que de quantités très petites. Seul a de l'influence le terme en θ^3 .

Pour qu'il s'annule il faut poser :

$$\cos \Theta = 0, \quad \Theta = (2k + 1)\pi : 2.$$

D'où l'énoncé du paragraphe 87 : les points où doit s'attacher la virole, sont à angle droit avec le piton; il existe deux points isochrones sur chaque spire. L'isochronisme est modifié en sens inverse si, à partir de l'un de ces points, on prend Θ plus grand ou plus petit (ressort plus

long ou plus court). Contrairement à l'énoncé de Leroy, si l'allongement du ressort modifie l'isochronisme dans un sens pour un point isochrone, il le modifie en sens inverse pour le point diamétralement opposé.

La méthode de Leroy s'explique donc par le fait qu'avec un spiral cylindrique assez long, la correction s'exprime par une série suivant les puissances croissantes de l'élongation θ dont les coefficients sont périodiques par rapport à la grandeur de l'enroulement Θ du spiral (pourvu que Θ soit assez grand devant θ). La correction n'est plus identiquement nulle (indépendante de Θ) comme avec les courbes terminales de Phillips; elle ne s'annule que si une condition supplémentaire est réalisée.

90. Spiral d'Andrade.

Un spiral cylindrique d'environ 20 tours et demi est coupé en deux portions égales; chacune, avec son piton et sa virole propres angulairement distantes de 90° , constitue un spiral de Leroy.

Les viroles sont immédiatement de part et d'autre du balancier, à une distance angulaire quelconque l'une de l'autre. Les pitons sont à 10 tours un quart des points d'attache des ressorts aux viroles.

L'avantage de l'emploi de deux ressorts au lieu d'un, est une plus grande symétrie dans le développement.

Isochronisme Dynamique.

91. Obtention de l'isochronisme dynamique. Force centrifuge.

1° — L'obtention d'un spiral isochrone est un problème, l'obtention d'un système oscillant isochrone en est un autre. Il serait très faux d'identifier les deux questions : l'isochronisme du spiral n'est pas le rêve des horlogers. Précisons ce qui précède sur deux points fournissant des problèmes simples et intéressants.

Nous allons montrer que la force centrifuge et l'inertie du spiral amènent une avance aux petits arcs (un retard aux grands arcs).

Effectivement on constate une avance aux petits arcs avec un spiral isochrone, et indépendamment des effets de l'échappement.

D'autre part l'échappement amène *généralement* un retard aux petits arcs.

Suivant la grandeur relative des effets de l'inertie du spiral, de la force centrifuge et de l'échappement, on conçoit que l'obtention d'un système isochrone puisse nécessiter l'anisochronisme du spiral dans un sens ou dans l'autre.

2° — INFLUENCE DE LA FORCE CENTRIFUGE SUR UN SPIRAL COUPÉ.

Nous avons vu (tome I, § 142) que la compensation pour la température impose l'emploi d'un spiral *coupé*, qui est par conséquent

plus ou moins déformé par la force centrifuge. Le moment d'inertie est variable : il est maximum quand la vitesse angulaire est maxima (passage par la position d'équilibre); il a sa valeur statique aux bouts de l'oscillation (vitesse angulaire nulle).

La force centrifuge étant proportionnelle au carré de la vitesse angulaire, la déformation, quelle qu'elle soit, étant proportionnelle à la force, le rayon de giration et son carré deviennent :

$$\rho_0 + \rho_1 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2, \quad \rho_0^2 + 2\rho_0\rho_1 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2,$$

en ne conservant que les termes principaux.

D'où résulte l'équation du mouvement :

$$I \left[1 + i \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = 0,$$

que nous pouvons écrire à la même approximation :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta \left[1 - i \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right] = 0.$$

Dans le terme correctif, posons :

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t, \quad \text{avec la condition :} \quad I\omega^2 = C.$$

D'où :

$$\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{C\theta_0^2}{I} \cos^2 \omega t = \frac{C\theta_0^2}{2I} + \frac{C\theta_0^2}{2I} \cos 2\omega t$$

L'équation différentielle devient :

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta \left(1 - \frac{iC\theta_0^2}{2I} \right) + \theta \frac{C^2 i \theta_0^2}{2I} \cos 2\omega t = 0.$$

Substituons dans cette équation l'intégrale $\theta = \theta_0 \sin \omega t$, pour avoir une valeur plus approchée de ω .

On trouve immédiatement que la période est allongée dans le rapport :

$$1 + \frac{iC\theta_0^2}{2I} = 1 + \frac{i\theta_0^2}{2\omega^2}.$$

Elle croît proportionnellement au carré de l'amplitude.

Quand le parcours total passe de 430 à 540°, la marche diurne peut varier de 2 secondes, ce qui n'est pas négligeable.

Si le balancier est mince, par conséquent très flexible, la perturbation peut être plus grande.

3° — EXPÉRIENCE DE DÉMONSTRATION.

Montons une expérience où le phénomène soit exagéré.

Le système représenté par la figure 102 oscille sous l'influence de la torsion d'un long fil métallique DE. Des ressorts très flexibles R,R,

sont rivés à plat sur la tige transversale AA. A leurs extrémités sont fixés deux boules B ou deux disques de plomb assez lourds.

Des fils FF, liés à la barre rigide GG, soutiennent les ressorts et les empêchent de gauchir, sans gêner l'action de la force centrifuge qui écarte les boules. On vérifie que la période dépend de l'amplitude.

On montre directement la déformation des lames bimétalliques des balanciers coupés, en disposant un obstacle flexible et léger près du contour du balancier, de manière à ne pas le toucher aux petits arcs, même en tenant compte du jeu des pivots. Quand l'amplitude devient suffisante, l'obstacle est vivement heurté. La valeur du déplacement de l'extrémité des lames coupées est de quelques centièmes de millimètre.

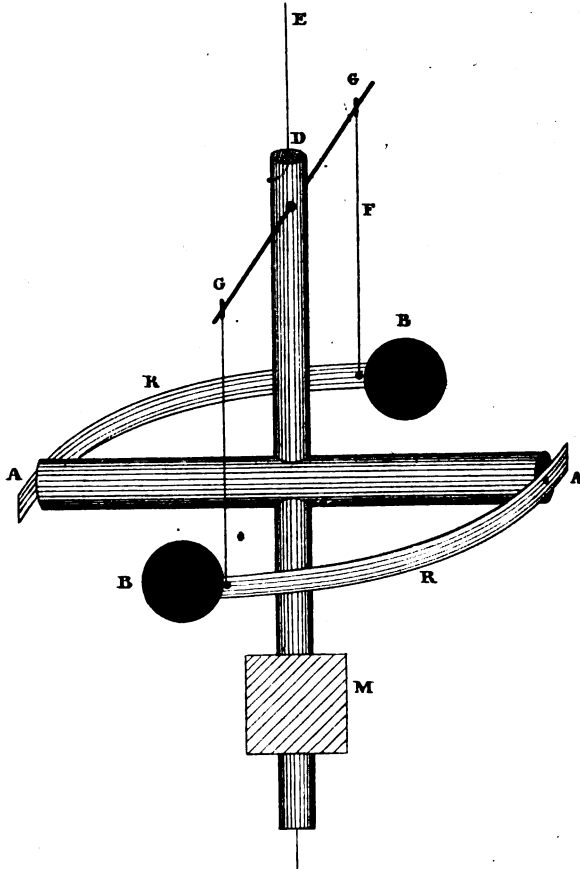


Fig. 102.

92. Influence de l'inertie du spiral.

1° — Soit Θ l'angle dont est enroulé dans sa forme d'équilibre un spiral cylindrique de rayon r_0 qui, par hypothèse, se développe concentriquement, c'est-à-dire reste toujours cylindrique.

Soit r son rayon quand la rotation de la virole est θ .

En appelant L la longueur du spiral, on a :

$$r(\Theta + \theta) = r_0 \Theta = L.$$

Une des extrémités du spiral est fixée au pignon. Pendant l'oscillation les éléments successifs du spiral changent d'azimut suivant la formule :

$$\varphi = \theta(s : L);$$

s est la longueur du spiral à partir du point fixe.

La vitesse d'un point du spiral est :

$$r^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 = \frac{s^2}{L^2} r^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2.$$

Dans l'hypothèse que le développement est concentrique, les quantités variables de cette expression sont les mêmes en tous les points du spiral. Pour connaître la force vive totale, il faut donc multiplier μds : 2 et intégrer par rapport à s . La quantité μ est la masse par unité de longueur; $m = \mu L$ est la masse totale.

D'où pour la force vive du spiral :

$$\frac{m}{2} \left[\frac{r^2}{3} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right].$$

Le premier terme de la parenthèse étant beaucoup plus grand que le second, conservons le seul. Remplaçons r par sa valeur.

Écrivons l'équation des forces vives.

Soit I le moment d'inertie du balancier. On a :

$$\left[I + \frac{mr_0^2}{3} \frac{\Theta^2}{(\Theta + \theta)^2} \right] \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = C(\theta_0^2 - \theta^2).$$

2° — Négligeons d'abord θ devant Θ dans la première parenthèse. Tout se passe comme si le moment d'inertie avait crû de là à $I \pm mr_0^2$: 3.

La période est donc multipliée par

$$1 + \frac{mr_0^2}{6I}.$$

Caspari trouve pour terme correctif $mr_0^2 : 4I$; Andrade trouve $mr_0^2 : 3I$; cela, après des calculs à faire crever d'ennui l'homme le mieux constitué, et dont on reconnaît si peu le sens exact que ces messieurs n'ont pu s'entendre.

Poussons plus loin les approximations :

$$\frac{\Theta^2}{(\Theta + \theta)^2} = 1 - \frac{2\theta}{\Theta} + \frac{3\theta^2}{\Theta^2}.$$

La première parenthèse s'écrit :

$$I \left[1 + \frac{mr_0^2}{3I} - \frac{2mr_0^2}{3I} \frac{\theta}{\Theta} + \frac{mr_0^2}{I} \frac{\theta^2}{\Theta^2} \right]$$

ou encore :

$$I \left[1 + \frac{mr_0^2}{3I} \right] \left[1 - \frac{2mr_0^2}{3I} \frac{\theta}{\Theta} + \frac{mr_0^2}{I} \frac{\theta^2}{\Theta^2} \right],$$

parce que les termes en m^2 sont sûrement négligeables.

D'où pour l'équation différentielle, comme on le vérifie immédiatement :

$$I \left[1 + \frac{mr_0^2}{3I} \right] \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = C(\theta_0^2 - \theta^2) \left[1 + \frac{2mr_0^2}{3I} \frac{\theta}{\Theta} - \frac{mr_0^2}{3I} \frac{\theta^2}{\Theta^2} \right].$$

Le coefficient du terme en $-\theta^2$ passe de C à

$$C \left[1 - \frac{mr_0^2}{3I} \frac{\theta_0^2}{\Theta^2} \right].$$

C'est dire que la période est multipliée par $1 + \frac{mr_0^2}{6I} \frac{\theta_0^2}{\Theta^2}$.

Au coefficient près (qui n'a aucun intérêt, étant donnée l'approximation des hypothèses), c'est le résultat de Caspari et Andrade.

En définitive la période est multipliée par :

$$1 + \alpha \frac{mr_0^2}{I} + \beta \frac{mr_0^2}{I} \frac{\theta_0^2}{\Theta^2},$$

α et β étant deux coefficients numériques sur la valeur desquels je laisse les mathématiciens se chamailler.

Le terme en θ^2 dans l'équation différentielle correspond à la dissymétrie de l'oscillation (tome I, § 110).

3° — La rapport $mr_0^2 : I$ est de l'ordre de quelques centièmes. Prenons-le de 0,02. Avec le coefficient 1 : 6, le retard produit par l'inertie du spiral est donc de l'ordre de 0,003, soit 259 secondes par jour.

A la vérité ce retard n'est pas gênant puisqu'on peut compenser l'inertie du spiral en prenant moindre l'inertie du balancier.

Lorsqu'on agrandit le spiral, la montre retarde : ce qu'il était facile de prévoir.

Le terme qui dépend de l'amplitude, est heureusement très petit.

Supposons en effet :

$$\Theta = 10 \text{ tours} \quad \theta_0 = 1,5; \quad \text{on a :} \quad (\theta_0 : \Theta)^2 = 0,0225.$$

La correction est donc de l'ordre de quelques centièmes de la précédente. Au reste elle n'intervient que par sa variation. Par exemple, quand θ passe de 1 à 1,5, le facteur passe de 0,010 à 0,022; le retard est d'un centième du retard précédemment calculé, de l'ordre de quelques secondes par jour.

93. Des huiles et de leur épaissement.

1° — Pour graisser les pivots, les coussinets et les pièces de certains échappements, les horlogers utilisent de l'huile d'olive ou des huiles animales (huile de pied de bœuf, de pied de mouton...).

Le défaut capital des huiles est de se modifier avec le temps, de ne pas conserver leur fluidité initiale; *elles s'épaississent*. Bien qu'on rencontre des horloges qui marchent 10 à 15 ans sans nettoyage (il est vrai grâce à un excès de force motrice), on considère trois ans comme une moyenne raisonnable pour le temps après lequel un chronomètre doit recevoir de l'huile fraîche. L'épaississement des huiles amène un accroissement des frottements, une diminution de l'amplitude, l'arrêt dans certains cas, des modifications de la marche si l'isochronisme n'est pas obtenu.

Le second défaut des huiles est que leur fluidité varie avec la température. Un froid vif amène la solidification des huiles animales et végétales. Je reviens plus loin sur le parti qu'au XVIII^e siècle on espérait tirer de ce défaut pour la compensation des effets de la température.

Quant au degré absolu de fluidité, il n'a qu'une importance secondaire. Théoriquement on doit choisir une huile d'autant plus épaisse que le pivot considéré supporte une plus grande pression; pratiquement les horlogers utilisent des huiles très fluides.

2° — EFFETS DES FROTTEMENTS SUR LA MARCHE.

C'est un préjugé de croire que les frottements sont *par eux-mêmes* une cause de retard. Nous démontrons au paragraphe 156 du tome I qu'un frottement indépendant de la vitesse produit un décroissement linéaire des amplitudes, au paragraphe 149 qu'un frottement proportionnel à la vitesse produit un décroissement exponentiel des amplitudes; *dans les deux cas la période n'est pas sensiblement altérée.*

Mais nous raisonnons alors dans l'hypothèse que le système est isochrone, à supposer que les frottements disparaissent; autrement dit, que les périodes sont alors indépendantes de l'amplitude.

Si l'isochronisme n'est pas réalisé, le frottement produit *médiatement* une modification de la période, en raison de la modification d'amplitude dont il est cause. L'accroissement du frottement amène donc un retard ou une avance, suivant la nature du système mécanique auquel il s'applique.

Mais nous comprenons sous le nom de frottements des effets extrêmement différents. Si l'épaississement de l'huile crée comme une membrane élastique, rien n'empêche que le « frottement » n'amène une avance aux petits arcs. Il se forme alors aux pivots du balancier comme un spiral supplémentaire. Ce n'est pas là une hypothèse gratuite : l'étude des phénomènes capillaires nous offre des exemples de formation de telles membranes *matérielles*, qui, je m'empresse de l'ajouter, pour ne pas induire des idées fausses, n'ont aucun rapport avec la membrane superficielle *hypothétique* qui sert à expliquer l'ensemble des phénomènes capillaires proprement dits (voir mon Cours sur la *Capillarité*).

94. Dimensions du balancier.

C'est un sujet qui revient à chaque instant dans la *Revue Chronométrique*. Malheureusement il semble que la discussion y manque de bases scientifiques.

1° — Tant au point de vue de la quantité de mouvement que de la force vive, un corps qui tourne autour d'un axe, est complètement défini par son moment d'inertie. Peu important ses dimensions et la répartition des masses; nous posons seulement que l'axe des pivots, passe par le centre de gravité et est principal d'inertie pour éviter l'usure de ceux-ci et les frottements nuisibles.

Soit θ_0 l'amplitude, T la période : la vitesse maxima est $2\pi\theta_0 : T$.
L'énergie cinétique et la quantité de mouvement maxima sont :

$$I \frac{2\pi^2\theta_0^2}{T^2}, \quad I \frac{2\pi\theta_0}{T}.$$

Si donc on donne l'amplitude θ_0 , la période T , le moment d'inertie I , les propriétés mécaniques du système sont complètement définies, en particulier ses qualités régulatrices et les effets de choc qu'il peut produire.

Voilà tout ce que la mécanique rationnelle apprend : que le balancier soit grand ou petit, il n'importe pas, pourvu que son moment d'inertie soit ramené à la même valeur.

2° — Mais alors interviennent des conditions accessoires qui forcent à donner au balancier des dimensions moyennes optima, depuis longtemps déterminées par la pratique et autour desquelles, en raison même de ce qu'elles sont optima, il est possible d'osciller sans gain ni perte : d'où les débats aussi vains que fastidieux des horlogers.

Si le rayon du balancier est très grand, pour un moment d'inertie donné, sa serge doit être très mince. Comme la compensation pour la température exige qu'il soit coupé, la force centrifuge intervient d'une manière fâcheuse.

Si le rayon du balancier est très petit, la compensation pour la température devient difficile.

Ajoutez que le frottement de l'air croît quand les dimensions augmentent, que le frottement sur les pivots croît quand les dimensions diminuent (le moment d'inertie restant le même, le poids croît) : vous trouvez quatre conditions deux à deux contradictoires. Vous serez malin si vous énoncez *a priori* quoi que ce soit de général. On s'explique donc l'incroyable bafouillage des articles sur la question.

95. Remarques sur la compensation.

Voici la définition qu'en donnait Berthoud en 1763 : « J'appelle en général *compensation*... un effet qui est tel que deux vices d'une même machine étant mis en opposition, ils se détruisent mutuellement, en sorte qu'il en résulte la plus grande perfection pour la machine. »

De cette définition suit qu'il est légitime de compenser *tout* effet nuisible par *tout* autre effet nuisible : ce que nous allons montrer mauvais par l'exemple même que Berthoud utilise pour légitimer sa définition.

Par exemple, il est légitime de compenser l'affaiblissement du ressort spiral causé par l'échauffement, au moyen d'une diminution du moment d'inertie produite également par l'échauffement : c'est la théorie du balancier compensateur. *Nous sommes en effet assurés que les deux modifications se produisent toujours simultanément et suivant des lois rigoureusement liées.*

Passons au cas invoqué par Berthoud. « Dans les montres le froid

augmente la force du spiral, ce qui tend à accélérer les oscillations du balancier. La même action agissant sur les huiles du pivot, augmente le frottement, ce qui tend à les retarder. Ces deux vices peuvent donc se détruire. »

Traduisons en style moderne.

Le froid augmente le frottement, par suite diminue l'amplitude. Posons qu'à température constante le système échappement-spiral-balancier soit anisochrone et qu'il y ait retard aux petits arcs (c'est en général ce que produit l'échappement seul). Donc *médiatement* (et non pas *immédiatement* comme le croyait Berthoud), l'épaississement de l'huile peut amener un retard. Le froid agissant sur le même système amène une avance. D'où compensation.

Cette compensation est réelle, au point que Berthoud cherche par tâtonnement quel diamètre il faut donner aux pivots du balancier pour que les variations de température soient sans effet, les variations d'amplitude dues aux variations de frottement compensant les variations de la force du ressort et la dilatation du balancier. On augmente en effet le frottement et ses variations en augmentant le diamètre des pivots.

Ce procédé de compensation est mauvais. On n'est jamais sûr de retrouver la même huile ; l'huile subit une modification lente : *les deux effets qu'on oppose, ne sont pas liés d'une manière définie une fois pour toutes*. La compensation, *possible*, doit être considérée comme *accidentelle*.

Tout au contraire on doit s'efforcer de trouver une huile sur laquelle n'agissent ni les variations de température, ni le temps. Il ne faut pas compter sur les modifications de l'huile, qui sont des vices variables et par là même évitables, pour corriger des vices bien définis et par là même inévitables. La correction doit venir de l'opposition d'autres vices également bien définis et inévitables.

Je ne cite le procédé de compensation préconisé par Berthoud que pour fixer les idées ; ordinairement en effet, à température constante, les chronomètres ont une avance aux petits arcs. Les deux effets de la température s'ajouteraient.

MODIFICATION SÉCULAIRE DU SPIRAL.

Les métaux se modifient spontanément ; ils se modifient plus rapidement s'ils sont soumis à des vibrations ou à des alternatives de chaud et de froid. On ne peut donc s'étonner si la marche d'un chronomètre varie, surtout dans les premières années. Généralement on constate une avance par rapport à la marche initiale, avance qui peut atteindre une quinzaine de secondes par jour.

L'oxydation produit une variation de masse du balancier et du spiral ; elle change également le moment d'élasticité de celui-ci.

96. Expériences d'Harvey sur la pression de l'air.

1° — Je tire les nombres suivants d'un intéressant mémoire d'Harvey

(1824). Il étudiait une série de chronomètres de marine et de poche dont il déterminait les marches *diurnes* sous des pressions variées, la température demeurant constante.

La plupart de ses appareils *avançaient* pour les pressions *décroissantes*; quelques-uns retardaient.

Par exemple son chronomètre D qui avançait régulièrement de 4 secondes par jour sous la pression moyenne (760 mm.), avançait de 22,1 secondes sous la pression de 13 centimètres de mercure; pour le chronomètre C l'avance diurne allait de 2,5 à 18,6 secondes. Mais le chronomètre F qui avançait de 2 secondes sous la pression de 760 millimètres de mercure, retardait de 3,3 secondes pour 380 millimètres. Ainsi d'un chronomètre à l'autre la variation diffère en grandeur et en *signe*.

Il va de soi qu'une *augmentation* de pression produit l'effet contraire d'une diminution. Par exemple un chronomètre qui avançait par jour de 18,6 secondes sous la pression de 13 millimètres, retardait de 9,5 secondes sous la pression de 1905 millimètres : la variation de marche diurne était de 28,1 secondes.

2° — Harvey s'efforce de montrer que la variation de marche produite par une variation de pression est *instantanée*, et que la marche à une pression est une fonction uniforme de cette pression; autrement dit, quand on ramène le chronomètre à une pression déterminée (la pression 760 millimètres par exemple), après passage à travers des pressions plus petites ou plus grandes, la marche (à la même température) reprend sa valeur initiale.

La démonstration de l'instantanéité est rendue difficile d'abord par l'impossibilité pratique de déterminer la marche avec quelque précision pour un intervalle moindre d'une heure, et par le changement de température que produit toute variation brusque de pression.

Harvey trouve que la suppression du boîtier ne modifie pas les phénomènes; en toute rigueur elle doit les modifier, en modifiant les mouvements de l'air autour du balancier.

La conclusion pratique de ce travail est que, même en restant à la même altitude, les variations de marche dues aux variations diurnes de pression peuvent ne pas être négligeables.

96 bis. Action de la pression de l'air et de son humidité.

1° — L'air agit de deux manières très différentes.

Il agit d'abord par la masse entraînée. On le vérifie avec une feuille d'or qu'on approche du balancier : elle en suit les mouvements. De ce chef la masse du balancier croît proportionnellement à l'accroissement de pression. D'où un retard qui, vu sa petitesse, est aussi proportionnel à l'accroissement de pression.

L'air agit encore par son frottement.

Il faut distinguer.

Supposons d'abord que par un procédé quelconque, l'amplitude soit maintenue à la même valeur. Quelle que soit la loi suivant laquelle l'air agit, l'influence est nulle, aux termes en θ^2 près. En effet pendant le premier quart de l'oscillation le frottement produit une avance; mais elle est détruite pendant le second quart. Reste seulement les termes en θ^2 . Dans l'hypothèse d'un frottement proportionnel à la vitesse, le retard résultant est calculé au § 149 du tome I en fonction de l'amortissement. Étant donnée la valeur de cet amortissement, on peut conclure qu'à *amplitude invariable*, le frottement de l'air ne change pas la durée d'oscillation.

Mais en réalité c'est le couple moteur qui reste invariable. Conséquemment quand un chronomètre est placé dans le vide, l'amplitude de l'oscillation du balancier croît, et beaucoup plus qu'on penserait *a priori*. Par exemple elle passe de 250 à 300°.

La variation est à peu près proportionnelle à la variation de pression.

La variation d'amplitude met en évidence le défaut d'isochronisme. Si le chronomètre avance aux grands arcs, les deux effets s'ajoutent. Dans le vide, d'une part la masse mue est plus petite, d'autre part l'amplitude est plus grande.

Comme c'est le cas ordinaire, s'il y a retard aux grands arcs, les effets se retranchent. On ne peut donc prévoir le sens du phénomène.

Effectivement certains chronomètres placés dans le vide avancent; d'autres retardent.

Si leur isochronisme était parfait, ils avanceraient tous dans le vide.

Les retards et avances sont généralement inférieurs à 2 secondes par jour pour une variation de 10 centimètres de mercure.

Quelques horlogers partent de là pour conseiller de donner systématiquement aux chronomètres un retard aux grands arcs et de construire les balanciers en or ou en platine, métaux dont la densité est grande. Mais quand ils recommandent de faire les balanciers de petits diamètres ils confondent la valeur absolue de la perturbation et sa valeur relative qui seule importe. Pour diminuer cette valeur relative, il faut augmenter le moment d'inertie du balancier, par suite augmenter le moment d'élasticité du spiral. On n'oubliera pas que les frottements dépendent de la surface, tandis que les masses dépendent du volume et les moments d'inertie des cinquièmes puissances des dimensions homologues.

2° — On a fait des expériences systématiques à la suite de l'observation que des chronomètres réglés à Neuchâtel (altitude 489 mètres), retardent quand on les transporte à Paris (altitude 67 mètres). Ditisheim trouve que le retard pour la même augmentation de pression croît quand le diamètre du balancier diminue; il tend vers une limite pour un balancier très petit. Ainsi quand on passe d'un chronomètre de marine (diamètre du balancier 37 mm.) à une montre dont le balancier a 9 millimètres de diamètre, le retard diurne, pour une augmentation

de pression de 10 centimètres de mercure, augmente de 1 seconde environ à 2,2 secondes.

Le retard est proportionnel à l'augmentation de pression, l'état hygrométrique et la température demeurant invariables.

3° — L'air peut agir par son humidité; de la vapeur se condense sur le balancier et le spiral; elle augmente l'inertie: d'où un retard.

On attribue à l'humidité un rôle lubrifiant, d'où un accroissement de l'amplitude et la mise en évidence du non isochronisme. On a remarqué que les horloges s'arrêtent dans l'air parfaitement sec, preuve de l'effet lubrifiant sur le rouage. Si l'anisochronisme amène un retard aux grands arcs, ce qui est le cas ordinaire, le second effet de l'humidité de l'air s'ajoute au premier.

Pour maintenir autour d'une horloge une humidité invariable, on utilise le phosphate de soude cristallisé. A chaque température la pression de la vapeur d'eau prend une valeur parfaitement déterminée (tension de dissociation du sel hydraté).

97. Effets des chocs et des mouvements du support.

Au paragraphe 26 j'indique le moyen de lancer un chronomètre arrêté. Il va de soi que si nous pouvons le lancer, nous pouvons l'arrêter par le même moyen. A une différence près cependant: si nous sommes à peu près sûrs de le lancer, l'arrêt exige que certaines conditions soient satisfaites. C'est fort heureux du reste, car autrement les chronomètres à échappement libre et coup perdu passeraient leur temps à s'arrêter et à repartir.

Mais pour petite que soit la probabilité d'arrêt, le phénomène peut se produire: on explique ainsi les sauts extraordinaires constatés avec les échappements à détente (§ 27).

Sans aller jusqu'à l'arrêt, il va de soi qu'une rotation brusque du chronomètre autour d'un axe parallèle à celui de l'échappement, modifie la torsion du ressort et change la période de l'oscillation actuelle. Tout ce qu'on peut dire *a priori* et que, pour brutaux que soient une embardée ou un coup de roulis, ils sont toujours lents par rapport à la durée d'une oscillation et à la vitesse du balancier: il se produit une compensation au moins très approchée. Si en général les marches à la mer sont un peu différentes des marches en rade, la différence est minime et le plus souvent négligeable, au moins à ne considérer que les mouvements du navire. On en est encore à discuter si le roulis a une influence appréciable sur la marche; *a fortiori* pour le tangage dont l'amplitude est toujours extrêmement petite avec les navires actuels dont la longueur dépasse ordinairement 100 mètres.

CHAPITRE VI

DISTRIBUTION DE L'HEURE

98. Position du problème.

Le problème de la distribution de l'heure se présente sous deux aspects.

On peut utiliser des *compteurs* qui, avec ou sans le secours d'une puissance auxiliaire (ressort ou poids), répètent les indications d'une *horloge type ou mère*.

La transmission est obtenue par l'électricité ou l'air comprimé.

On peut utiliser des *horloges à mouvements indépendants* qui sont *remises à l'heure*. Parfois la remise à l'heure s'effectue d'une manière continue ou à de brefs intervalles (seconde ou demi-seconde); on dit que les horloges sont *synchronisées*. Nous avons étudié la synchronisation proprement dite au chapitre x du tome I.

Parfois la remise à l'heure n'a lieu que deux fois par jour, ou plus généralement à des intervalles assez longs.

L'avantage de ce dernier système est que si le mécanisme de remise à l'heure se détraque, l'horloge n'en continue pas moins à fonctionner. Il est vrai que la remise à l'heure implique, comme nous le verrons, une inexactitude systématique consentie; pour que l'avantage signalé soit réel, il faut qu'elle reste inférieure à une certaine limite.

Après l'étude de ces questions, nous disons quelques mots des *horloges électriques*: l'électricité y remplace le poids ou le ressort. A la vérité elles n'ont qu'un intérêt minime. Nous avons vu dans le tome I que le remontage d'un poids peut être obtenu électriquement, ce qui est de beaucoup la manière la plus pratique d'utiliser l'électricité, malgré les mécanismes supplémentaires qui deviennent nécessaires.

Compteurs.

99. Compteurs sans mouvement d'horlogerie.

On se propose de compter les allées et venues d'une pièce qui oscille sous une influence quelconque: pour fixer les idées, posons que c'est l'armature d'un électro.

1° — Le mécanisme le plus simple est schématiquement représenté dans la figure 103.

Une roue à rochet est actionnée par l'armature d'un électro. Quand on rompt le courant, l'armature est rappelée par le ressort R_1 ; le nez N du cliquet d'impulsion (qui est une lame élastique) glisse le long d'une dent de la roue que le cliquet N' empêche de rétrograder.

Quand le courant est fermé, l'électro attire son armature.

Le cliquet N entraîne la roue qui avance d'une dent dans le sens de la flèche; le cliquet N' est soulevé et ne gêne pas le mouvement.

La roue porte un index indiquant les unités sur un cadran divisé en parties égales; par l'intermédiaire d'un pignon, elle actionne un train d'engrenages, dont deux arbres ont des rotations 10 et 100 fois moins rapides, quand il s'agit d'un compteur. Dans le cas d'une horloge secondaire, la roue à rochet fait, par exemple, un tour en 60 secondes (*trotteuse*); deux axes du train ont des rotations 60 fois et 720 fois plus lentes, les aiguilles qu'ils entraînent marquent les minutes et les heures.

Il va de soi que la figure 103 ne respecte pas les proportions relatives; les dents du rochet ont des dimensions exagérées.

2° — Cet appareil très simple présente des inconvénients.

L'action sur la roue à rochet dépend de l'intensité du courant. Si le courant est trop faible, il y a des ratés; s'il est trop fort, plusieurs dents de la roue peuvent passer d'un coup.

On préfère souvent actionner la roue, au moment de la rupture du courant, par la tension du ressort de rappel R_1 ou par le poids de l'armature en partie équilibrée par un contrepoids (fig. 104).

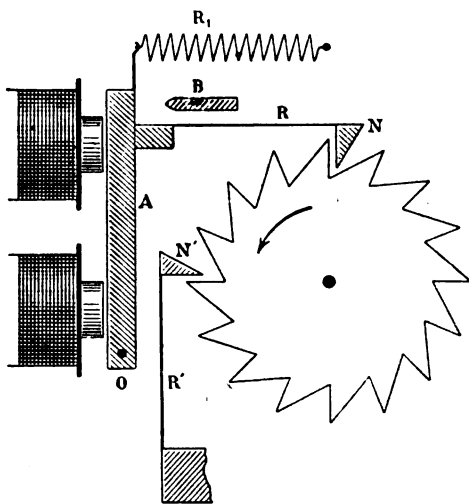


Fig. 103.

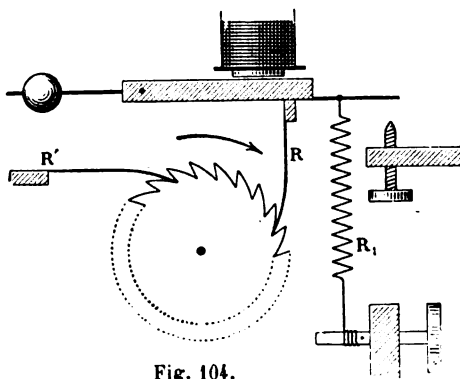


Fig. 104.

Dans ce dernier cas, l'appareil doit avoir une position déterminée par rapport à la verticale.

Le cliquet d'impulsion n'empêche que les rotations rétrogrades. Pour éviter que deux dents ne passent d'un coup, l'armature porte quelquefois un *cliquet d'arrêt*, qui s'engage dans les dents du rochet lorsque le cliquet d'impulsion arrive à fond de course; on crée ainsi un empêchement rigide à la rotation exagérée du rochet.

3° — On peut doubler le nombre des dents qui passent en utilisant les allées et venues de l'armature. Le lecteur trouvera aisément plusieurs dispositifs poussant la roue à la fermeture et à la rupture du courant : cela revient à doubler le cliquet d'impulsion (voir mon Cours sur les *Mécanismes*).

4° — **PODOMÈTRE, PENDULES MYSTÉRIEUSES.**

En définitive pour que le compteur fonctionne, il faut, *par un procédé*

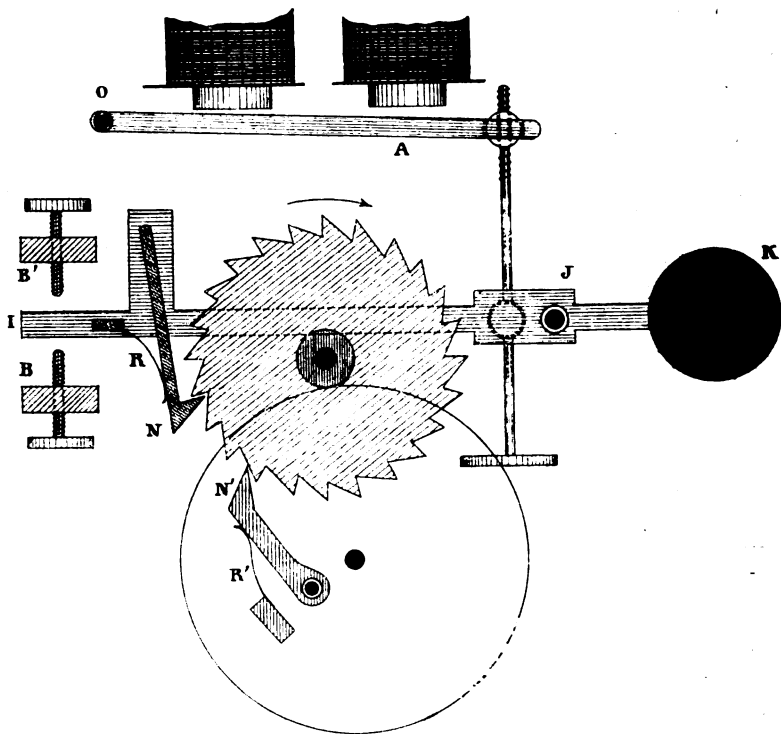


Fig. 103.

quelconque imposer un mouvement alternatif au levier IJK de la figure 103. Dans le *podomètre* c'est le déplacement alternatif de haut en bas du corps qui produit cet effet. Dans certaines pendules *mystérieuses*, un balancier qui oscille, porte une minuterie et un cadran. Chaque oscillation du cadran impose à un levier vertical une oscillation qui fait

avancer d'une dent le rochet d'un compteur. Pour se rendre compte du phénomène, on tournera la figure 103 de 90° dans le sens des aiguilles d'une montre, on supprimera l'électro; on imposera à la figure une oscillation dans un plan vertical (Voir aussi fig. 70).

100. Compteurs à mouvement d'horlogerie.

Il était naturel d'appliquer l'électro à un mouvement d'horlogerie ordinaire pourvu de son échappement : les va-et-vient du pendule sont

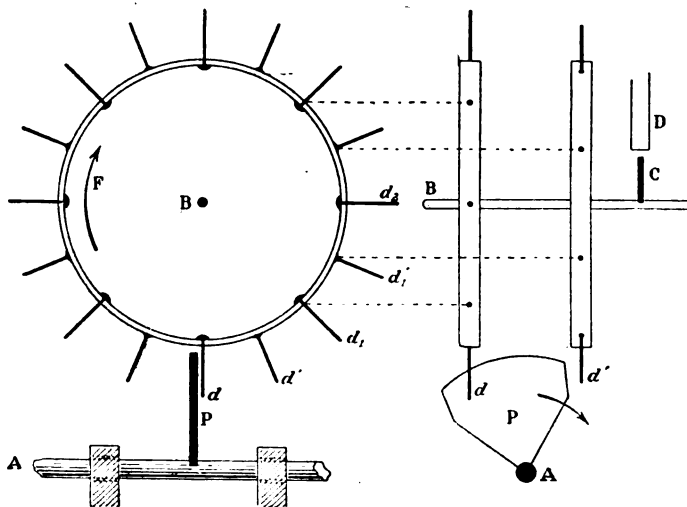


Fig. 106.

remplacés par ceux de l'armature. Chaque *fermeture et rupture* du courant correspond à une période d'oscillation du pendule.

L'échappement peut être un de ceux que nous connaissons; mais il peut être simplifié, puisqu'il n'a plus à entretenir les oscillations du pendule.

Le dispositif que voici est facile de construire dans un laboratoire; il fonctionne, pour grossière qu'en soit la construction.

Deux roues parallèles (fig. 106), solidaires du même axe, portent des chevilles radiales (huit dans la figure), symétriquement disposées, en nombre égal, mais alternant d'une roue à l'autre. Les roues sont de même diamètre; c'est par commodité de représentation que l'une déborde sur l'autre. Le mouvement d'horlogerie tend à donner à l'axe B un mouvement dans le sens de la flèche F.

Les mouvements de l'armature font osciller l'axe A sur lequel est montée la palette P. Actuellement la cheville *d* de la roue avant s'appuie sur la palette; la cheville *d'* la plus proche appartient à la roue arrière. Quand la palette tournera dans le sens de la flèche, la cheville *d'* *échappera*, le système des roues tournera d'un seizième de tour, la cheville *d'*

butera sur la palette, le système s'arrêtera, jusqu'au moment où la palette, dans son parcours inverse, laissera échapper la cheville d' .

Et ainsi de suite.

Un aller et retour de la palette correspond donc à une rotation d'un

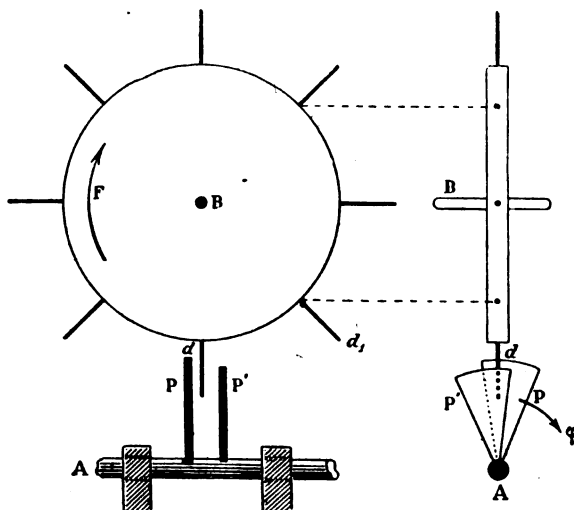


Fig. 107.

huitième de tour. Suivant le calage relatif des roues sur leur axe, il est du reste possible de diviser ce huitième de tour en deux parties inégales et dans un rapport voulu.

La figure 107 représente la disposition réciproque: elle comporte une seule roue et deux palettes. Le lecteur se rendra compte du système à la seule inspection de la figure. Pour n'avoir pas à incliner les palettes

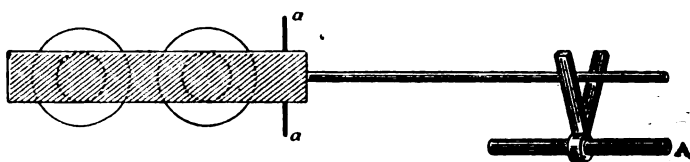


Fig. 108.

sur l'axe A , il faut les mettre assez près l'une de l'autre; par suite, les rotations de la roue sont inégales. Pour qu'elles soient égales, il faut écarter les palettes de la moitié de la distance des chevilles; si les palettes sont normales à l'axe, les chevilles ne s'appliquent pas à plat sur elles, ce qui est mauvais.

Reste à obtenir les mouvements oscillatoires de l'arbre A . La figure 108 représente le dispositif. L'armature tourne autour de l'axe a ; elle est prolongée par une tige qui passe dans une fourche solidaire de l'arbre.

Les allers et retours de l'armature se traduisent donc par des oscillations de l'arbre A.

101. Adjonction à une horloge de pièces pour les contacts électriques.

1° — Nous sommes donc en possession de *compteurs*. Pour les transformer en *horloges secondaires*, reste à faire émettre, par une *horloge type ou mère* des courants brefs et séparés par des intervalles constants.

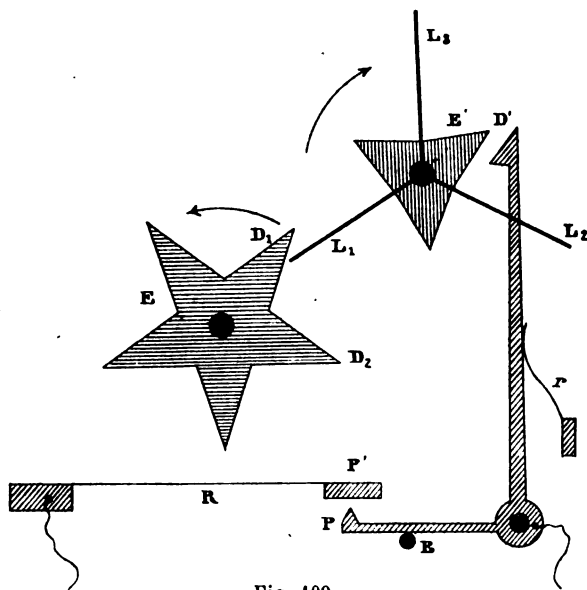


Fig. 109.

La difficulté est si considérable que la transmission de l'heure par l'électricité a toujours fourni du déboire, excepté dans des cas très particuliers où les circuits sont de peu d'étendue et facilement contrôlables.

Il semble d'abord que rien ne soit plus aisé que d'obtenir des courants brefs et régulièrement espacés : sur l'un des axes rapides d'une horloge on dispose symétriquement des nez qui agissent sur des ressorts et produisent les contacts.

L'expérience montre que les contacts sont souvent mauvais.

Garnier, dont les horloges fonctionnent bien, utilise le système suivant (fig. 109). Sur l'axe de la roue d'échappement, il fixe une étoile E, à cinq branches. Elle sert d'arrêt à une étoile E', à trois ailes L, mue par un poids ou un barillet indépendants.

Cinq fois par tour (toutes les 12 secondes si la roue d'échappement fait un tour à la minute), une lame L est débrayée ; l'étoile E' tourne de 120° jusqu'à ce que la lame suivante embraye sur la dent suivante de l'étoile E.

Le mouvement de E' est régularisé par un volant.

La dent D' pousse un levier coudé: le contact se fait entre les platines P, P'. Le ressort R et le butoir B complètent le mécanisme.

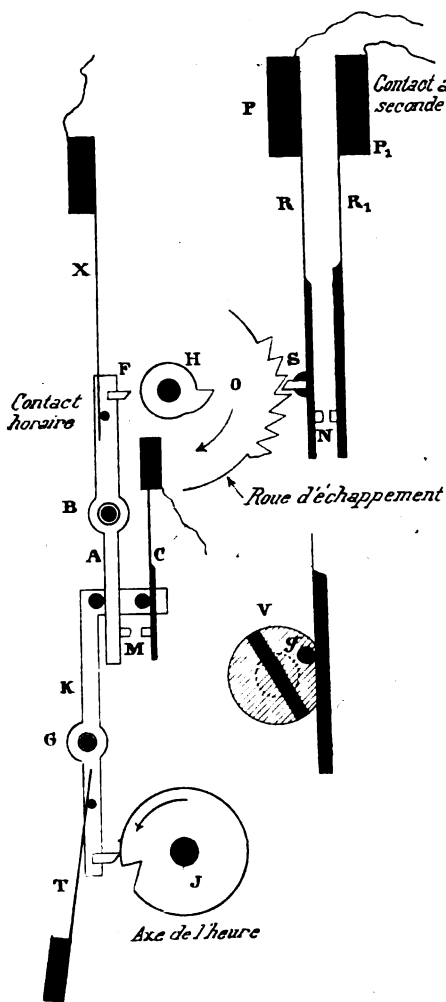


Fig. 110.

l'axe de l'heure; la flèche sur la roue J est tournée à l'envers.

Un peu avant l'heure elle tombe dans une encoche; d'où la rotation du levier K et le transport en bloc (vers la gauche) du système des porte-contacts A et C, poussés par les ressorts X et C.

Le levier AB porte une levée de saphir F qui se trouve alors à bonne distance de la came H montée sur l'axe de la roue d'échappement.

A la seconde 0 de l'heure, la came pousse la levée de saphir F, le levier A tourne et ferme le circuit entre les gouttes de platine M.

2° — SYSTÈMES DE PRÉCISION.

Je décris les systèmes suivants d'après le Bulletin de l'Observatoire de Besançon (fig. 110).

CONTACT A SECONDE.

Il se compose de deux ressorts R, R₁, portés par les pièces P, P₁.

Le ressort R est muni d'une levée de saphir S qui s'engage dans les dents d'une roue à rochet O montée sur l'axe de la roue d'échappement. Le réglage de chaque ressort se fait avec une vis V munie d'une goupille g excentrée (représentée à part).

Le contact entre les gouttes de platine N a lieu quand la levée S se trouve sur le sommet des dents.

CONTACT HORAIRE.

Il est nécessaire que le contact soit porté par un axe rapide (celui de la roue d'échappement) et d'autre part qu'il n'agisse qu'une fois par heure; d'où la nécessité d'un mécanisme de préparation qui, peu avant l'heure, amène les pièces dans la position où le mécanisme de contact peut agir.

Le mécanisme de préparation est constitué par le levier GK dont la levée de saphir glisse sur une roue J solidaire de

102. Armature polarisée. Courants inversés.

1° — Un des progrès les plus marqués dans la question qui nous occupe, consiste dans l'emploi d'une armature polarisée et de courants inversés (fig. 111).

Un aimant en fer à cheval NS aimante d'une manière permanente deux pièces de fer doux sn , $n's'$, montées sur un axe de laiton OO et servant d'armature commune à deux électros droits $S'N'$, $S''N''$. Si le courant passe dans ces électros de manière à créer les pôles marqués, les armatures se collent contre l'électro de gauche; elles y restent collées si le courant est un nombre quelconque de fois rompu puis

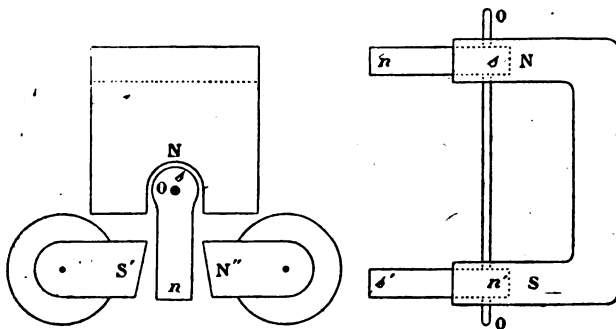


Fig. 111.

fermé, à la seule condition qu'il ne change pas de sens. Si le courant de sens inverse est envoyé, la polarité des électros est inversée : l'armature est brusquement repoussée par l'électro qui l'attirait, et attirée par l'autre qui la repoussait. Quand aucun courant ne passe, l'armature reste collée indifféremment contre l'électro sur lequel elle se trouve.

On obtient donc un mouvement alternatif comme avec une armature non polarisée, mais dans des conditions très différentes.

Supposons le contact PP' mauvais (fig. 109). Au lieu d'une émission unique de courant, nous avons un nombre plus ou moins grand d'émissions; plus généralement le courant est d'intensité variable. Chaque émission agit sur le compteur : d'où des mécomptes.

Mais supposons l'armature polarisée et des courants inversés; seule la première émission après l'inversion produit un mouvement de l'armature. Les autres ne changent pas la polarité, par conséquent laissent l'armature en place. Le contact peut être mauvais, en ce sens qu'au lieu d'un courant croissant puis décroissant régulièrement, il donne un courant d'intensité variable; peu importe, pourvu que l'intensité de sens invariable, atteigne une fois la valeur nécessaire au changement de position de l'armature : le compteur ne fonctionnera qu'une fois.

2° — PRODUCTION DES COURANTS INVERSÉS.

Avec les courants inversés, le fonctionnement des compteurs (horloges secondaires) devient si sûr qu'on peut charger le pendule de l'horloge

mère de les produire. C'est au moins ainsi qu'on procède dans les laboratoires pour les inscriptions chronographiques.

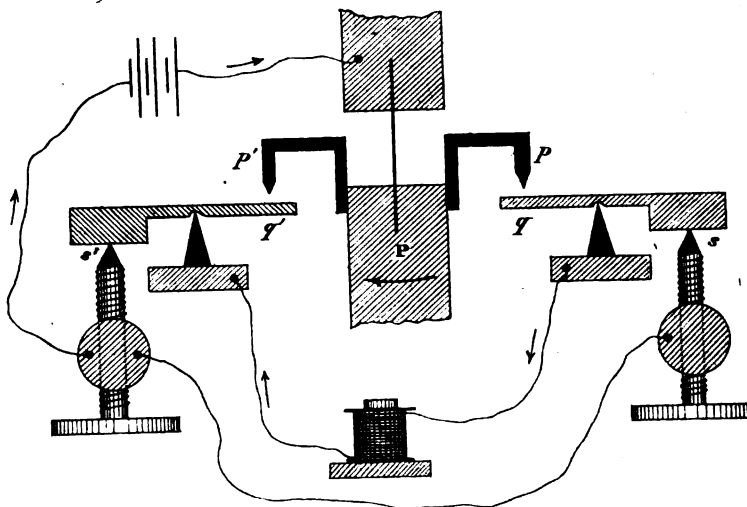


Fig. 112.

On utilise pour cela des dispositifs équivalents à *fléaux* ou à *ressorts* représentés dans les figures 112 et 113.

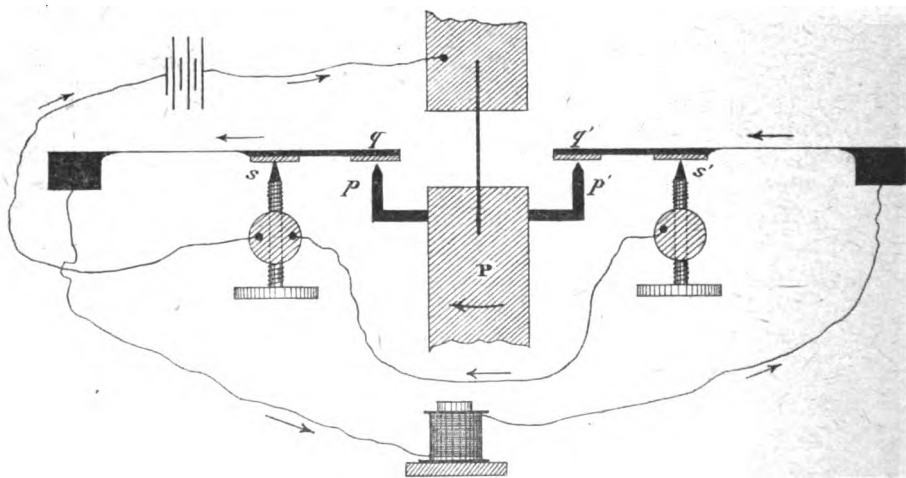


Fig. 113.

Un peu au-dessous de ses ressorts de suspension, le pendule P porte des pointes p, p' . Dans la position d'équilibre elles sont très voisines des pièces en regard, mais ne les touchent pas.

Les connexions sont établies comme l'indiquent les figures ; dans la position d'équilibre du pendule, aucun courant ne passe.

Écartons le pendule dans le sens de la flèche.

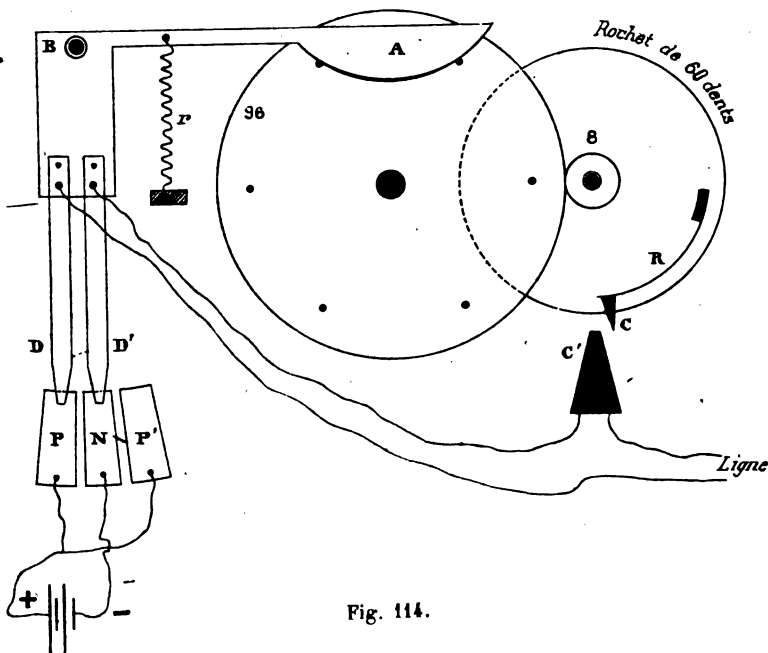
La pointe p établit le contact en q et le rompt en s ; la pointe p' ne joue aucun rôle. On vérifiera qu'un courant passe dans l'électro dans le sens des flèches. Il est inversé quand la pointe p' vient en contact, c'est-à-dire quand après une demi-oscillation, le pendule a traversé sa position d'équilibre.

A la vérité pendant un instant très court, un courant s'établit aussi directement à travers pqs . Mais si l'appareil est bien réglé, quand la pression au contact pq est devenue suffisante pour que la résistance électrique y soit faible, la résistance en s est devenue considérable. Ce courant n'a d'autre inconvénient que d'user inutilement la pile; quand la résistance de celle-ci est très faible, pour éviter les courts-circuits, on met une résistance sur le circuit, près de la pile.

On recouvre de lamelles de platine les parties des ressorts et des fléaux entre lesquels ont lieu les contacts, ainsi que les pointes p du pendule et les pointes s des vis. On évite par ce moyen l'oxydation par les inévitables étincelles de rupture.

103. Émission de courants inversés toutes les minutes.

Un pendule battant la demi-seconde (§ 114) fait avancer d'une



dent par oscillation une roue à rochet de 60 dents. Par l'intermédiaire d'un ressort R , celle-ci porte un doigt C ; lorsque le doigt frotte sur les

pièces C' isolées (elles se projettent l'une sur l'autre), il les met en communication métallique et ferme le circuit d'une pile.

La roue à rochet est solidaire d'un pignon de 8 aîles qui engrène avec une roue de 96 dents; celle-ci fait donc un tour en 12 minutes. Six goupilles, plantées normalement à son plan, agissent sur le levier AB auquel sont fixés les ressorts de contact isolés D, D'.

Poussé par les goupilles et tiré par le ressort *r*, le levier fait une oscillation en 2 minutes.

Aux bouts de leur oscillation, les ressorts de contact D, D', reposent alternativement sur les plots P, N, et N, P', reliés aux pôles + et - de la pile (mécanisme de préparation).

Ainsi toutes les minutes, au moment où le doigt C ferme le circuit, les connexions sont interverties.

104. Appareils portatifs pour émission de courants.

Il est commode de pouvoir transporter l'appareil chargé d'émettre les courants.

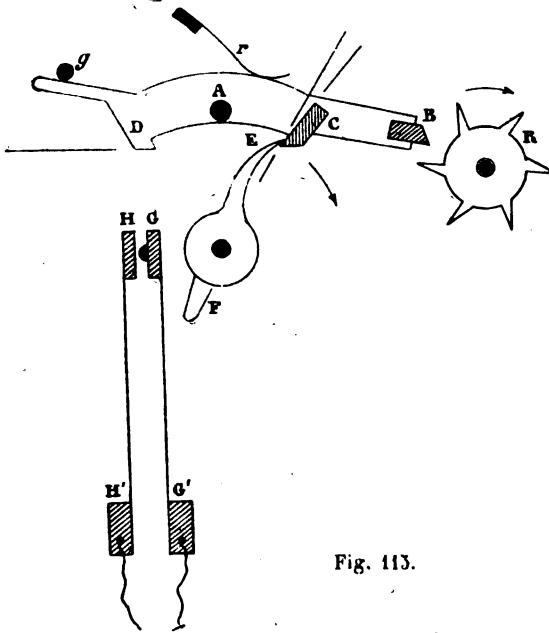


Fig. 113.

Hipp construit une sorte de chronomètre robuste qui remplit ce rôle.

Il est à *échappement libre à ancre*.

Le balancier est de dimensions et de poids relativement énormes (3,5 cm. de diamètre). La durée d'oscillation est d'une seconde (il y a deux battements par seconde).

Quand l'ancre arrive à l'un de ses repos, elle appuie sur un ressort très léger et ferme le courant. Il faut naturellement donner du *tirage supplémentaire*

pour que l'ancre ne sorte pas du repos, malgré l'action du ressort de contact électrique.

Que vaut l'isochronisme? Il ne doit pas être fameux. Le spiral est plat sans courbes terminales, il se développe très excentriquement.

L'amplitude varie considérablement suivant que le ressort est complètement bandé ou à fin de course. Tel quel, l'appareil est commode pour des expériences de précision ordinaire.

105. Chronomètre de marine à contacts.

Le système a beaucoup de rapport avec une montre à seconde indépendante (tome I, § 245).

L'axe de l'échappement du chronomètre porte la roue de décrochement R qui avance d'une dent par seconde. Elle soulève l'ancre A, contre le bec C de laquelle bute le nez E d'un volant EF mû par un rouage indépendant.

Le volant dégagé fait un tour et revient buter contre le bec C de l'ancre A ramenée par le ressort r.

Pour être sûr que le volant ne fait pas deux tours, le nez E appuie au besoin sur l'incliné D et ramène l'ancre.

Pendant que le volant fait son tour, le nez F (dont le plan diffère de celui du nez E) ferme le courant en fléchissant le ressort GG' qui appuie sur le ressort HH'.

Évidemment le dégagement de l'ancre A exige un certain effort, mais assez petit pour que l'arc décrit par le balancier du chronomètre diminue seulement de 540 à 530° quand le système auxiliaire des contacts est mis en marche.

106. Système pneumatique.

1° — Malgré ce que pense le gogo, l'électricité s'est montrée si par-

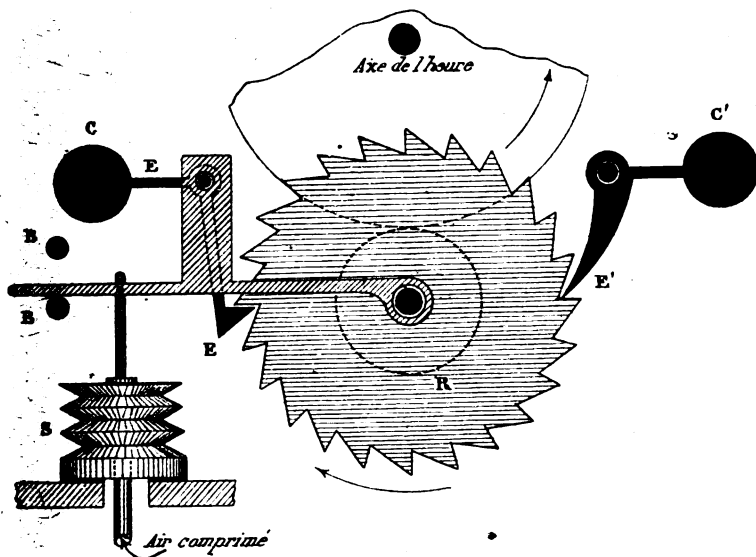


Fig. 116.

faitement incapable d'un service urbain de distribution de l'heure qu'on a dû recourir à l'air comprimé : le système pneumatique fonctionne régulièrement à Paris. Les compteurs sont les mêmes que pour l'électricité ; mais le mouvement de va-et-vient du crochet d'encliquetage EE

est obtenu au moyen d'un soufflet S qui se gonfle toutes les minutes. La figure 116 représente le dispositif qui est d'une extrême simplicité.

A l'usine l'air est contenu dans un réservoir où la pression est maintenue voisine de 2 atmosphères. Toutes les minutes il est envoyé pendant 20 secondes dans les tuyaux distributeurs qui aboutissent aux soufflets. La pression croît dans les soufflets; le rochet fonctionne. Puis la canalisation est remise en communication avec l'atmosphère : les soufflets se dégonflent. La roue R avance d'une dent toutes les minutes. Ainsi d'une manière continue et sans à-coup la pression dans

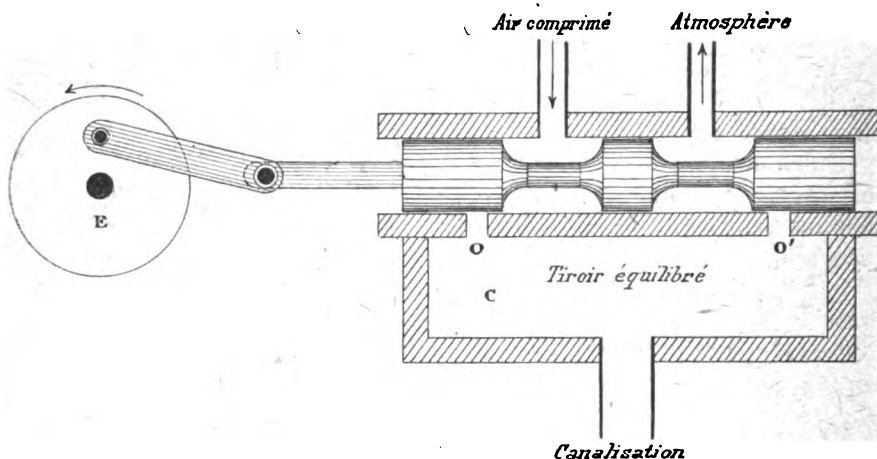


Fig. 117.

la canalisation varie d'une à deux atmosphères et retombe à une atmosphère; la période est d'une minute.

La canalisation est formée de tuyaux principaux en fer de 27 mm. de diamètre; le diamètre des tuyaux secondaires varie de 6 à 20 mm.

A Paris le nombre des abonnés est de plusieurs milliers.

Les fuites ont une importance faible; à moins qu'elles ne soient énormes et logées sur la canalisation secondaire tout près de l'horloge, elles sont compensées par un envoi d'air plus grand.

Je suppose 24 dents à la roue R. Elle fait un tour en 24 minutes. L'aiguille des minutes lui doit être reliée par un train démultiplicateur de rapport 2,5. Avec les sens de rotation marqués, on est donc censément derrière le cadran.

2° — HORLOGE MÈRE.

Par un procédé analogue à celui qui déclenche une sonnerie, toutes les minutes, l'horloge mère déclenche un rouage auxiliaire qui actionne une roue E (fig. 117) et lui impose un tour. Après quoi elle s'arrête.

Le mouvement est régularisé par un volant.

La roue E porte l'axe d'un excentrique lié par une bielle à un tiroir uilibré cylindrique.

Partons de la position figurée, la roue tournant dans le sens de la flèche. Successivement l'orifice O est découvert; la capacité C est mise en communication avec le réservoir à air comprimé; puis l'orifice O se referme. C'est au tour de l'orifice O' à s'ouvrir; la capacité C est mise en communication avec l'atmosphère.

Enfin, après un tour de la roue E, tout revient à l'état initial.

Remise à l'heure.

107. Remise à l'heure à intervalles éloignés (remise directe).

Une série d'appareils remettent *directement* à l'heure l'aiguille des minutes, comme on fait avec le doigt. Ils profitent de ce que la minuterie est montée à *frottement* sur l'axe de l'heure, pour ramener l'aiguille sur la verticale, quand l'horloge mère marque midi ou minuit.

Les dispositifs sont nombreux; en voici quelques-uns que je décris pour leur ingéniosité.

1° — SYSTÈME BRÉGUET (fig. 118).

Un rouage spécial entraîne les trois roues dentées égales r , R' , R ; leur rotation est assurée par un volant léger, comme dans une sonnerie.

Le système est arrêté par la goupille γ qui bute sur un nez solidaire de l'armature de l'électro E.

L'aiguille des minutes porte un bras B. Dans la disposition de la figure, il est à angle droit de l'aiguille. Enfin sur les roues R et R' sont implantées les goupilles g et g' : lorsqu'elles sont le plus près possible l'une de l'autre, à 180° des positions figurées, elles laissent juste la place du bras B.

Supposons qu'à midi l'horloge mère envoie un courant dans l'électro: il attire son armature et libère le rouage. Les roues R et R' tournent en sens inverse. Suivant que l'horloge à régler est en avance ou en retard (la figure suppose l'avance), la goupille g ou la goupille g' agissent sur le bras, mais toujours de manière à ramener l'aiguille des minutes exactement sur midi.

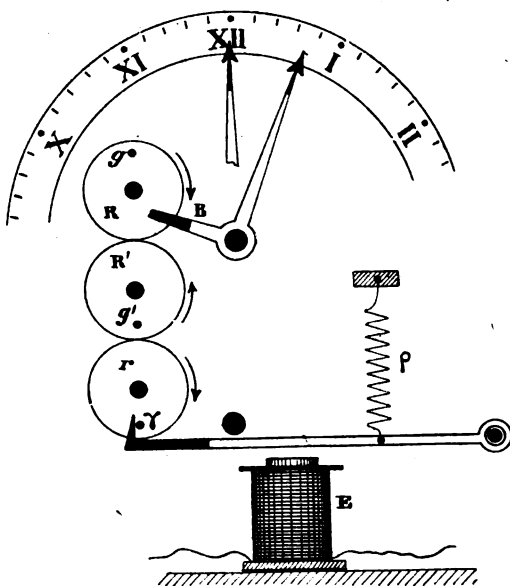


Fig. 118.

Après un tour, le courant dans l'électro ayant cessé, la goupille γ est de nouveau arrêtée.

La remise à l'heure suppose un retard ou une avance inférieure à une certaine limite; il faut que l'une des goupilles atteigne le bras. Cette limite est d'environ 12 minutes. Mais il faut une horloge bien mauvaise ou bien mal réglée pour que le retard atteigne 12 minutes par jour; on peut considérer qu'une variation inférieure à 30 secondes est facilement obtenue. Si la remise à l'heure se fait deux fois par jour le déplacement

de l'aiguille est toujours très petit.

Il ne faut pas oublier que la remise à l'heure a pour but, non pas d'éliminer des erreurs de quelques secondes qui sont sans aucune importance pratique, mais d'éviter l'accumulation de ces erreurs qui est automatique.

On reproche au système de Bréguet sa complication. Il possède, en commun avec tous les systèmes de remise directe, l'inconvénient qu'à

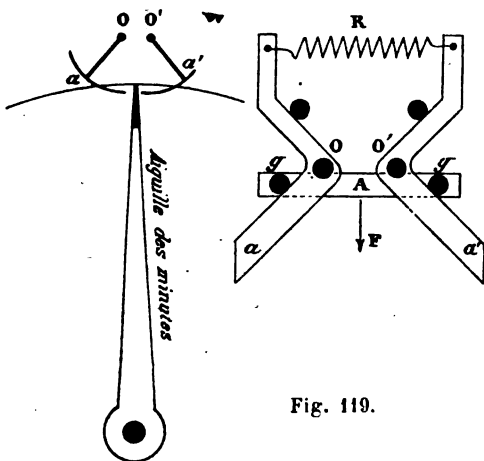


Fig. 119.

force de tourner sur l'axe qui la relie au rouage, la minuterie peut ne plus être entraînée, le frottement dur devenant trop doux.

2° — AUTRE SYSTÈME.

On conçoit que le nombre des systèmes soit infini. En voici un autre (fig. 119). Imaginons deux leviers Oa , $O'a'$, tournant autour des axes O et O' . A midi rapprochons-les brusquement et symétriquement l'un de l'autre : ils forceront l'aiguille des minutes à prendre un certain azimut qui peut correspondre à midi.

La figure 119 à droite montre comment l'armature A d'un électro (non représenté), brusquement tirée dans le sens de la flèche par l'attraction magnétique, force les leviers à se rapprocher sous la pression des goupilles g .

Le travail nécessaire à la remise à l'heure est emprunté au courant, et non plus à un rouage spécial comme dans le système précédent. De ce seul fait le second système est inférieur au premier. On n'est jamais sûr de l'intensité d'un courant fourni par des piles et du réglage d'un électro; il ne faut demander aux électros qu'un déclenchement.

108. Remise à l'heure par action sur le rouage.

1° — Voici d'abord un dispositif général.

Sur l'axe des minutes des horloges *mère* et à *réglage* sont montées

des cames C, C' (fig. 120). Sur leur pourtour reposent des leviers L, L'. Des ressorts R et R' sont disposés de manière que le circuit d'une pile P soit fermé seulement dans l'intervalle de temps compris entre la retombée du levier L' et celle du levier L.

Nous supposons l'horloge à régler systématiquement en avance sur l'horloge mère, d'une quantité comprise (pour préciser) entre 0 et 20 secondes par jour. Elle arrive donc à midi avant l'horloge mère : le

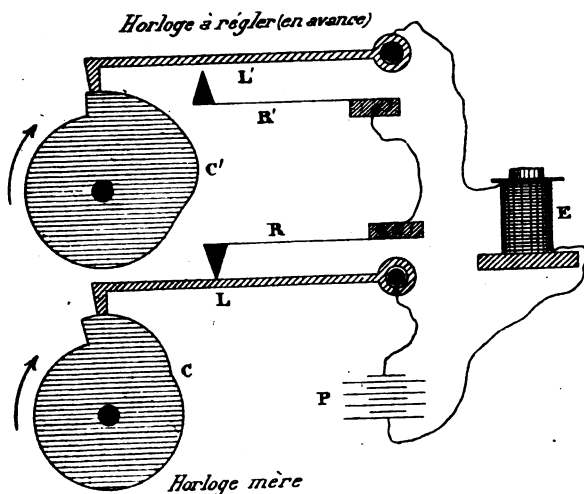


Fig. 120.

levier L' tombe, le courant passe. Il faut obtenir qu'il agisse sur le rouage de manière à arrêter la marche des aiguilles.

Quand l'horloge mère arrive à midi, le levier L tombe : le circuit est rompu, les aiguilles se remettent à marcher.

Naturellement les cames sont tracées de manière que sûrement L' soit ensuite relevé avant L; autrement le circuit se trouverait fermé à d'autres instants que ceux définis. Il suffit pour cela de prendre la came C' notablement plus longue que la came C.

Reste à trouver des dispositifs qui arrêtent la marche des aiguilles.

2° — SYSTÈME COLLIN WAGNER.

Sur l'axe de la roue d'échappement est fixée une roue à rochet.

Le crochet d'encliquetage est lié à l'armature de l'électro E.

Quand le courant passe, la roue d'échappement est arrêtée et de manière à laisser le pendule régulateur continuer librement ses oscillations.

Le rouage ne fonctionne plus.

A la vérité le pendule n'est plus entretenu. Mais si l'avance à corriger est seulement de quelques secondes, la perte d'amplitude est assez faible pour que l'horloge reprenne sa marche normale quand le cou-

rant est rompu et la roue d'échappement libérée. Si l'avance était trop forte, au moment de la rupture du courant, l'amplitude du pendule serait devenue trop faible pour que l'échappement fonctionnât.

Il est vrai que rien n'empêche de mettre les cames sur un axe plus rapide que celui de l'heure et d'obtenir une remise à l'heure, par exemple, toutes les deux heures.

3° — Le système précédent est dangereux ; il est mauvais d'agir sur une pièce aussi délicate que l'échappement, surtout lorsque rien

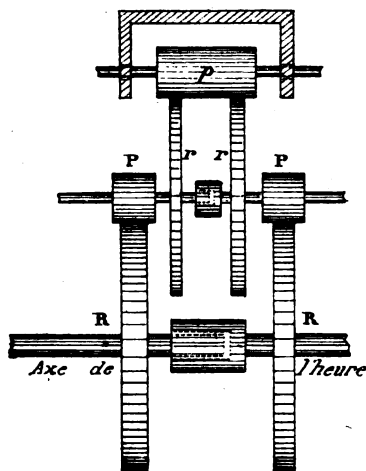


Fig. 121.

n'empêche de désembrayer la minuterie. Coupons l'axe de l'heure, fixons normalement sur chaque bout une roue dentée ; l'une d'elles peut glisser sur son arbre et former embrayage avec l'autre. Le glissement est obtenu au moyen de l'armature de l'électro qui agit sur un levier convenable (le lecteur se reportera à mon Cours sur les *Mécanismes*).

L'inconvénient du procédé est dans le nombre de dents dont il faut garnir les roues. L'axe faisant un tour à l'heure, la remise à l'heure à 20 secondes près, exige 180 dents. D'où une difficulté technique.

Mais rien n'empêche d'embrayer et de désembrayer sur un rouage plus rapide (fig. 121). Supposons que sur l'axe de l'heure coupé soient fixées deux roues R de 72 dents ; elles engrènent sur des pignons P de 6 ailes solidaires de deux roues r de 72 dents. Enfin l'embrayage se fait au moyen d'un pignon p d'un nombre quelconque de dents que l'armature de l'électro approche ou éloigne. Les roues r défilent $42 \times 72 = 864$ dents à l'heure. Chaque dent correspond à un peu moins de 4 secondes. La remise à l'heure peut avoir lieu à 4 secondes près, avec des roues ordinaires et avec un nombre de dents sur les roues très acceptable.

Horlogerie électrique proprement dite.

On ne saurait croire l'ingéniosité dépensée et le nombre de brevets pris pour le seul but d'éviter que nous ayons à remonter nos pendules ; il est vrai qu'on nous force à entretenir des piles et à compliquer le mécanisme. C'est une très curieuse aberration économique dont je laisserais les résultats dans l'oubli, si les éléments de ces machines n'avaient pas un intérêt propre.

De plus il faut éviter qu'on les réinvente.

109. Horloges à remontage électrique (horloges à remontoir).

1° — Au § 48 je décris une horloge à remontage électrique.

Pour les grosses pendules monumentales, un tel mécanisme se justifie : ce n'est pas une petite affaire que de les remonter. Pour les horloges ordinaires, c'est un luxe fort inutile. Quand nos pendules s'arrêtent, nous en sommes quittes pour les remettre à l'heure. Dans les grandes administrations, on peut exiger qu'un employé fasse ce travail à dates fixes : il n'a pas plus de raison de l'oublier que d'oublier de toucher son traitement.

Quoi qu'il en soit, les systèmes de remontage sont légion.

En voici le principe (relire le § 48).

La roue d'échappement du pendule est reliée par le ressort spiral moteur à une roue à rochet, montée folle sur le même axe et dont le cliquet est mû par un électro ; le lecteur se reportera à la figure type 105.

A chaque oscillation du pendule passe une dent de la roue d'échappement (qui en a 30 pour préciser). Pour que le couple qui meut cette roue, demeure invariable, il faut que le ressort reste toujours bandé de la même manière ; il faut donc que la roue à rochet (qui a également 30 dents) tourne d'une dent. Pour cela, à chaque oscillation, le pendule ferme sur une pile le circuit de l'électro.

En somme le système consiste à remonter l'horloge de très peu à chaque oscillation du pendule.

Du rouage ne subsiste que les mobiles nécessaires pour passer de l'axe de la minute à l'axe de l'heure, ainsi que la minuterie ordinaire.

Le ressort moteur est très faible n'ayant à produire qu'un couple minime. *En théorie* le couple agissant sur la roue d'échappement est constant.

2° — Malheureusement nous supposons l'absence des ratés. A chaque raté la roue d'échappement tourne d'une dent, le rochet conserve son azimut : la tension du ressort moteur diminue.

D'où une complication nécessaire du mécanisme, intéressante en soi, mais qui enlève au système d'entretien toute son élégance.

Puisque nous devons prévoir des ratés, donnons à la roue à rochet moins de dents qu'à la roue d'échappement, 29 par exemple. Si tous les 30 contacts, il y a un raté, la tension du ressort reste constante *en moyenne*. Mais vraisemblablement le nombre des ratés sera moindre ; donc la tension du ressort croît peu à peu. D'où la nécessité d'un mécanisme qui rompe le courant quand elle atteint la limite choisie.

Pour cela remarquons qu'à une certaine tension du ressort spiral correspond un certain décalage azimutal entre la roue d'échappement et la roue à rochet.

Imaginons que l'une porte une goupille qui, pour un certain azimut relatif, appuie sur un ressort de contact électrique porté par l'autre.

Tant que le ressort n'est pas bandé à sa limite, l'électro fonctionne, le ressort se bande à chaque oscillation par la rotation de la roue à

rochet, un peu plus qu'il ne se débande par la rotation de la roue d'échappement. Quand la tension atteint la limite choisie, la goupille appuie sur le ressort de contact : le courant de l'électro est coupé, la roue à rochet ne fonctionne pas; le ressort se débande, jusqu'à ce que la goupille cesse d'appuyer sur le ressort de contact.

110. Remontoir Schweizer.

La roue dentée M est une des roues de rouage dont le mouvement est à entretenir (fig. 122). La roue à rochet R est montée folle sur le même

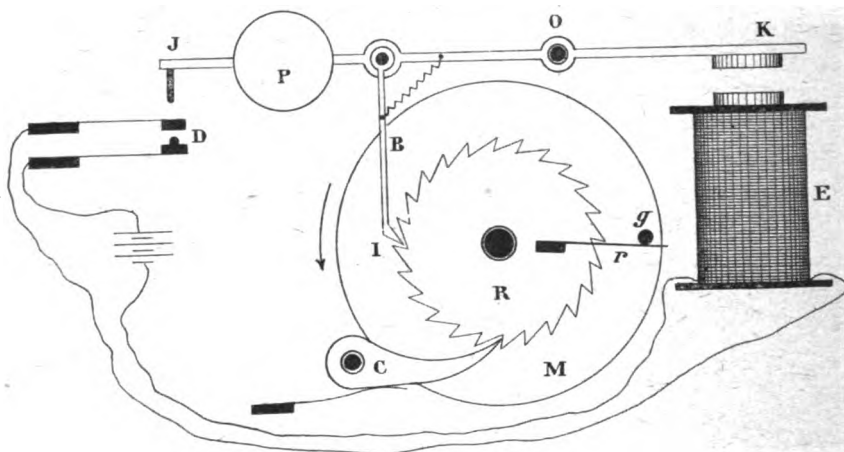


Fig. 122.

axe. Elle agit par le ressort r sur la goupille g fixée sur M; par commodité je représente un ressort droit; on utilise en réalité un spiral.

Il s'agit d'obtenir que la tension du ressort soit moyennement constante.

Pour cela le poids P, fixé sur un levier moyennement horizontal, agit sur le rochet R par l'intermédiaire du bras B. Il produit un couple à peu près constant, par suite il bande le ressort d'une manière à peu près invariable.

Le cliquet C empêche la roue R de rétrograder pendant le remontage.

Quand le poids P arrive à un certain niveau, la pointe J ferme le courant d'une pile. L'électro E fonctionne, fait tourner le levier KOJ pivoté en O, et remonte le poids : le courant est rompu. Pendant la remontée, la dent I glisse sur les dents de la roue R, s'arrête contre l'une d'elles : quand le courant cesse, le poids recommence à pousser la roue R.

Le ressort r assure la continuité du couple moteur pendant le remontage : c'est le système du paragraphe 218, tome I.

Une série de vis, non représentées mais faciles à imaginer, règlent

la course du poids. Les dents du rochet sont très fines : j'en ai représenté 24, il y en a 120.

Il est évident que le couple n'est pas constant, ne serait-ce qu'en raison de la force nécessaire pour fléchir le ressort du contact électrique. Mais il est *périodiquement* variable, ce qui suffit pour réaliser une période constante *en moyenne*.

111. Entretien par différence des actions d'un poids.

C'est l'échappement du paragraphe 34, où intervient l'électricité avec

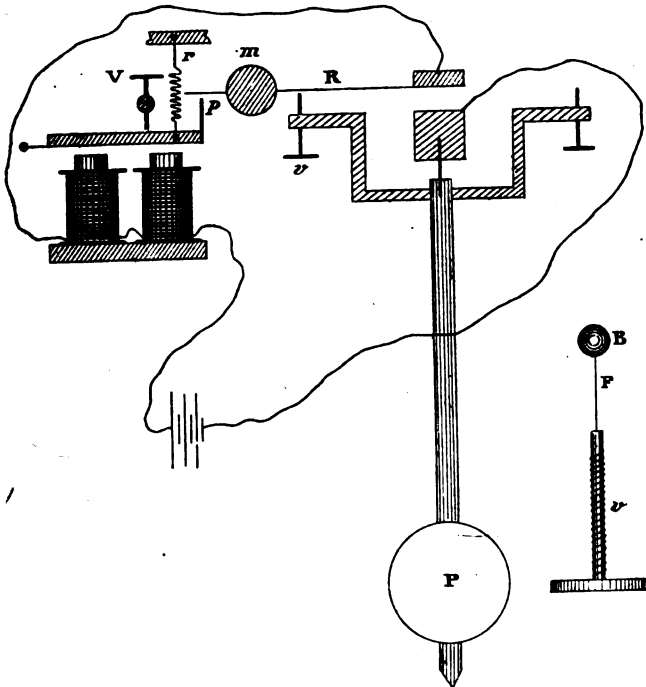


Fig. 123.

toute l'irrégularité de son emploi; elle transforme un système excellent en un système plus que médiocre.

Quand le pendule P va vers la gauche, la pointe de la vis v rencontre le ressort R et ferme le circuit d'une pile à travers un électro.

Celui-ci attire son armature : la pointe p descend d'une hauteur h .

Le pendule soulève la masse m et fléchit le ressort R sur la hauteur H à l'aller : d'où un travail résistant $f(H)$. Au retour il récupère un travail moteur $f(H+h)$, plus grand, puisque la pointe de la vis v ne quitte le ressort R et n'ouvre le circuit de la pile que quand le ressort est venu buter sur la pointe p . L'armature est alors ramenée par le ressort r ; les pièces reprennent leurs positions initiales.

Malgré sa correction apparente, ce système donne de très mauvais résultats qu'on attribue aux frottements variables de la vis v sur le ressort R .

D'autre part la *marche* d'un pendule est modifiée par la présence du système mR et d'une manière qui dépend du réglage de la vis v de butée.

On améliore le dispositif sans le rendre fameux, en substituant à la vis v une vis portant une boule d'or B au bout d'un fil fin F : les contacts sont plus réguliers.

112. Entretien Baumann.

C'est l'électricité appliquée au système Strasser (§ 38). Le ressort d'entretien est fixé à une armature A , polarisée par un double aimant permanent qui polarise également deux électros.

L'armature est en état d'équilibre instable. La figure 124 ne représente pas le système de suspension du pendule (voir fig. 53).

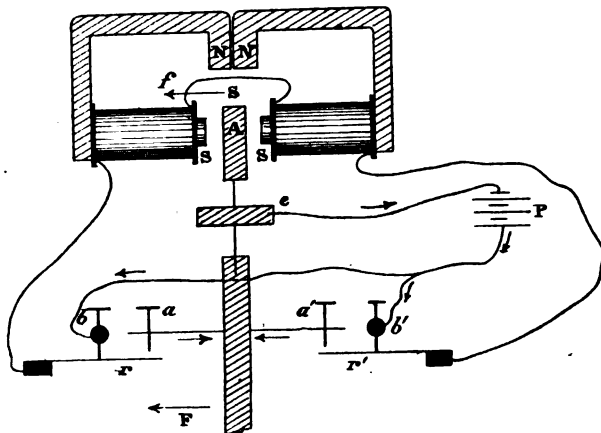


Fig. 124.

Faisons passer un courant dans les électros convenablement connectés; l'armature toujours repoussée par l'un, est attirée par l'autre. Intervertissons le courant à intervalles convenables; l'armature saute d'un électro à l'autre en ployant le ressort d'entretien dont elle est solidaire.

Le pendule est chargé d'établir les connexions.

Dans la position représentée aucun courant ne passe.

L'armature est collée au hasard sur l'un ou l'autre des électros.

Lançons le pendule dans le sens F . La pointe a touche le ressort r' et le sépare de b' . Le courant de la pile va de b en r , passe dans les électros, revient suivant $r'a'e'$. Il traverse les électros dans un sens tel que l'armature se colle sur l'électro de gauche (si elle n'y est pas déjà).

Le pendule revient; le courant est interrompu, mais l'armature n'a pas de raison pour quitter l'électro de gauche.

C'est maintenant la pointe a qui touche le ressort r et le sépare de b .

Le courant passe dans le sens $b'r'$, électros, rae .

L'armature A est projetée sur l'électro de droite.

Le ressort d'entretien est toujours fléchi; mais sa flexion change de

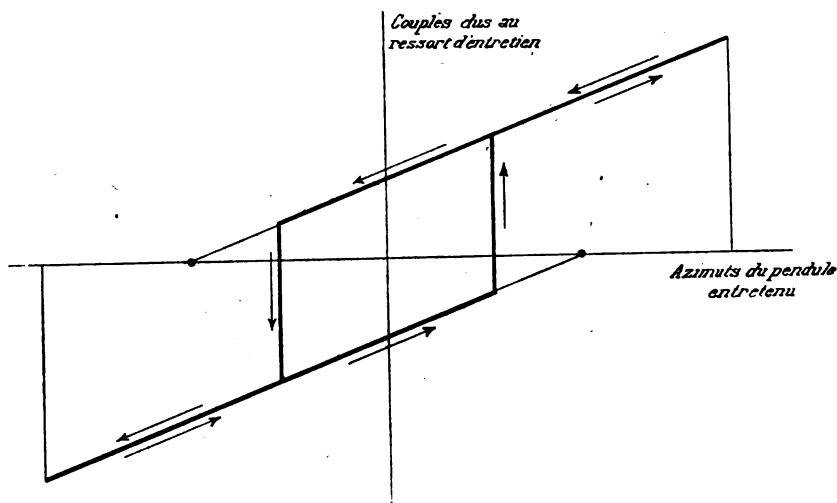


Fig. 125.

sens un peu après que le pendule a passé par la position d'équilibre. C'est dans ce retard que réside la cause de l'entretien (tome I, § 176).

113. Pendule de Hipp-Favarger.

1° — La pendule électrique de Hipp ne contient aucun rouage. Le mécanisme se réduit à un ressort léger qr , à une palette d'acier p très mobile autour de l'axe O , enfin à un petit pilier m porté par le pendule et creusé d'une coche à sa partie supérieure (fig. 126 et 127).

Si les oscillations du pendule ont une amplitude suffisante, la palette passe librement d'un côté à l'autre du pilier m . Mais si l'amplitude diminue par trop, un coincement se produit, dont la figure 127 montre le mécanisme. Le pendule est censé au bout droit de sa course; il revient vers la gauche.

La palette, qui n'a pas pu échapper, est prise dans la coche. Elle est soulevée, le ressort monte de OO' ; un contact s'établit entre r et s .

Le circuit de l'électro E est fermé; il attire l'armature A .

Il suffit d'admettre que l'électro est non pas exactement dans la verticale d'équilibre, mais un peu à gauche, pour que son attraction crée un couple par rapport à l'axe du pendule, par conséquent produise un lancement vers la gauche.

L'impulsion n'est donnée que toutes les quinze ou vingt oscillations complètes; l'appareil est donc essentiellement à amplitude variable. Mais il est très simple et quasiment indéréglable : il bat généralement la demi-seconde.

Il sert à envoyer, toutes les demi-secondes, des courants de faible durée. Pour cela il porte une pièce horizontale terminée par deux nez *aa*. Quand le pendule est dans la verticale, le circuit *cbaabc* est fermé. Dès que le pendule sort de la verticale, il coupe ce circuit à droite ou à gauche.

D'où un courant de durée faible et facilement réglable.

On utilise ces émissions pour synchroniser d'autres pendules, pour actionner des compteurs, pour marquer les demi-secondes sur les appareils enregistreurs,...

2° — MINUTERIE.

Nous sommes donc en possession

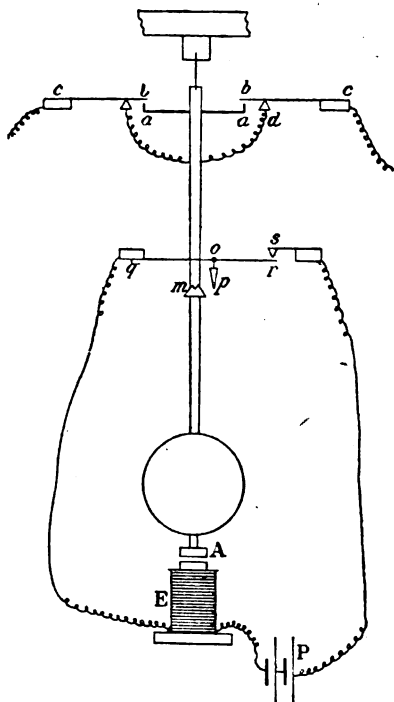


Fig. 126.

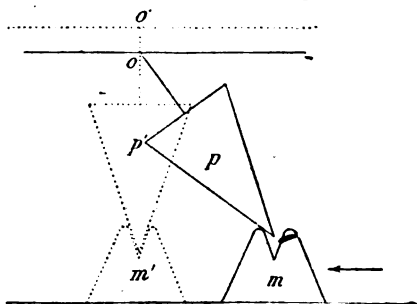


Fig. 127.

d'un pendule battant la demi-seconde; il peut actionner une minuterie.

Pour cela il agit sur une roue à rochet de 60 dents qu'il fait avancer d'une dent pour chaque oscillation, c'est-à-dire chaque seconde.

L'axe de la roue à rochet, qui est celui de la minute, porte un pignon de 8 ailes qui engrène avec une roue de 96 dents; l'axe de cette roue fait un tour en 12 minutes.

Il porte un pignon de 48 dents qui engrène avec la roue de l'heure (90 dents).

A partir de cette roue on utilise une minuterie ordinaire à canon.

3° — La figure 128 montre le dispositif qui raccorde le pendule au rouage.

Le *pendillon* OT (voir § 18) tourne autour de l'axe O. Il porte normalement une tige T qui appuie (à droite) sur la tige du pendule. Le

ressort R est le cliquet d'impulsion; A est le cliquet d'arrêt qui empêche la roue à rochet de rétrograder. Enfin le doigt D porté par la pièce TOB empêche la roue à rochet d'avancer de plus d'une dent.

Dans la partie gauche de son oscillation, le pendule entraîne la tige T, par suite force la pièce TOB à osciller.

Pour certaines expériences il est commode de fixer au pendillon OT

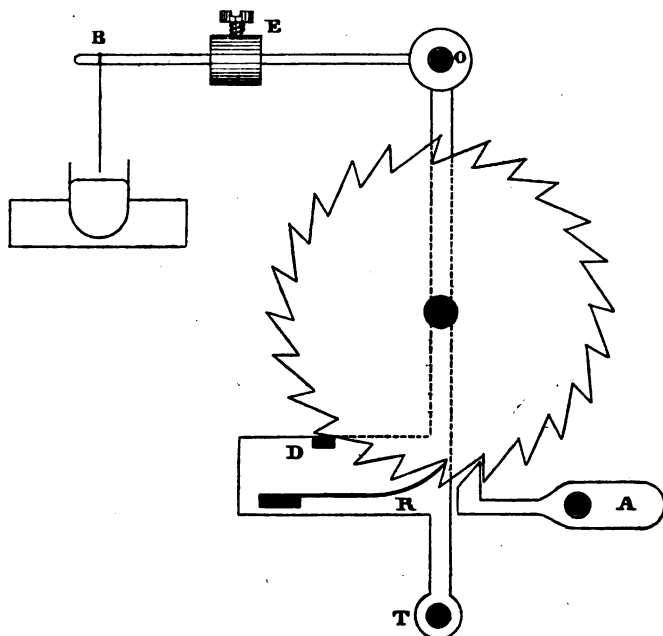


Fig. 128.

la tige OB sur laquelle se déplace le contrepoids E et qui porte à son extrémité un pont de platine. A chaque oscillation le pont ferme un courant en plongeant dans deux dés pleins de mercure (ils se projettent l'un sur l'autre). Le contrepoids E règle la pression du pendillon contre le pendule.

Cette pendule est généralement construite pour envoyer des courants inversés toutes les minutes.

Le mécanisme correspondant est décrit au paragraphe 103.

114. Entretien d'une pendule par la décharge d'un condensateur.

1° — Je parle de ce système pour rectifier les idées sur les propriétés des impulsions. On imagine trop aisément qu'une fois donnée l'intégrale :

$$\mathfrak{J} = \int_0^t \Gamma dt,$$

d'un couple par rapport au temps, les phénomènes sont définis indépendamment du temps t ou plus généralement de la loi $\Gamma = f(t)$; ce qui est entièrement faux.

Voici le mode d'entretien proposé par Grégory en 1889.

Un pendule supporte un aimant AA qui oscille dans des solénoïdes S

agissant dans le même sens. Un condensateur et une pile sont placés dans un circuit disposé comme l'indique la figure 129.

Un fil fin f attaché au pendule touche l'une des pièces métalliques a et b dès que le pendule sort de la verticale.

Si le pendule va dans le sens de la flèche F , le fil f touche le contact b ; le courant de charge du condensateur va dans le sens des flèches φ ; on supposera les connexions installées de manière qu'il donne une petite impulsion dans le sens F .

Le pendule fait une demi-oscillation, repasse par la verticale. Le fil f touche le contact a ; le condensateur se décharge en donnant un courant en sens inverse des

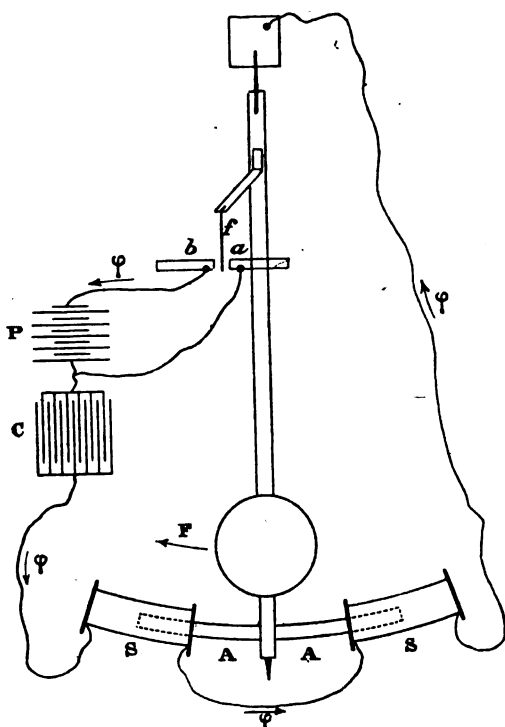


Fig. 129.

flèches φ et une impulsion en sens inverse de la flèche F , c'est-à-dire encore dans le sens conforme à l'entretien.

Le pendule atteindra donc une amplitude constante, fonction des frottements, de la capacité du condensateur et de la force électromotrice de la pile P .

2° — La grandeur de l'impulsion, dit Lippmann, ne dépend que de la quantité d'électricité mise en jeu; la qualité des contacts, la résistance des circuits n'interviennent pas: c'est exact. Mais il n'est pas exact de croire que les effets mécaniques de cette impulsion ne dépendent que de sa grandeur, et non de la loi suivant laquelle elle s'effectue. C'est supposer gratuitement que la durée de l'impulsion est infiniment courte.

Si les contacts sont mauvais, l'hypothèse est erronée.

Sans parler de toutes les difficultés inhérentes à l'emploi des conden-

sateurs, en particulier de la nécessité d'un galvanomètre balistique pour savoir ce qu'on fait.

115. Échappement libre pour horloge électrique (Féry).

Le pendule porte un crochet qui entraîne une roue à rochet R au passage par la position d'équilibre *de droite à gauche*; il n'agit pas au passage *de gauche à droite*, le crochet se soulevant et glissant alors sur la dent.

A chaque mouvement, la roue à rochet ferme un instant le circuit d'une bobine agissant sur un aimant porté par le pendule : d'où l'entretien du mouvement.

On peut comparer ce mécanisme à un *échappement libre*.

Le pendule est libre, sauf pendant que son crochet entraîne la roue.

Si l'on veut que l'impulsion due au courant ait lieu lors du passage par la position d'équilibre, il faut que l'entraînement de la roue se fasse un peu en avant : ce qui produit un léger accroissement de la période. Comme cet effet acquiert une importance croissante à mesure que l'amplitude diminue, l'horloge ainsi entretenue doit retarder aux petits arcs, c'est-à-dire pour de faibles courants d'entretien.

Quand on augmente l'intensité du courant, l'horloge doit d'abord avancer, jusqu'à ce que le défaut d'isochronisme du pendule (retard aux grands arcs) se fasse sentir. Quand donc le courant croît, la période doit passer par un minimum; ce que l'expérience confirme.

Le raisonnement est analogue à celui du paragraphe 6, à la différence que l'entretien, se faisant par impulsion au passage par la position d'équilibre, ne change pas la période : c'est l'entraînement de la roue (*absorption d'énergie*) qui la modifie.

Comme il a lieu avant le passage par la position d'équilibre, il produit un retard.

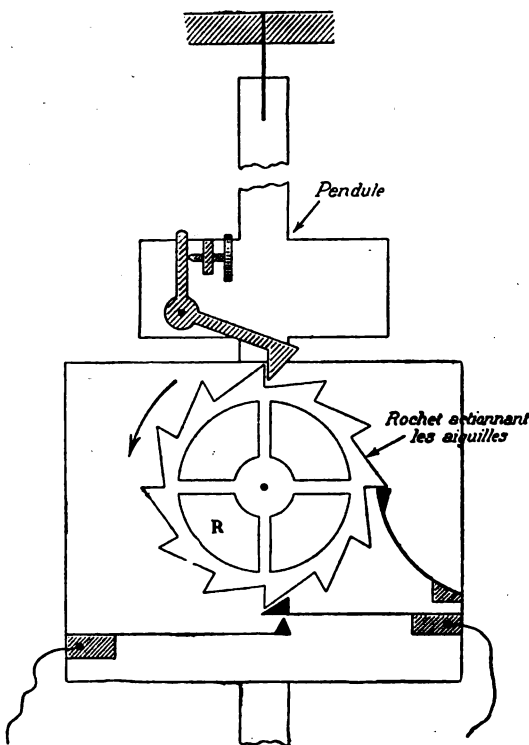


Fig. 130.

116. Pendules sans contacts matériels.

Sous le nom de *pendule sans lien matériel* on a proposé un système d'entretien très séduisant mais théoriquement indéfendable. Au lieu de

faire porter les contacts par le pendule à entretenir, on les met sur un pendule auxiliaire qu'aucun lien matériel ne relie au premier. D'où tendance à conclure qu'on a éliminé les causes d'erreur tenant aux contacts. On a simplement constitué un double pendule de marche *a priori* plus irrégulière que la marche du pendule unique portant les contacts. La matérialité du lien ne fait rien à l'affaire, toute irrégularité du pendule auxiliaire se reportant sur le principal, par le lien matériel ou non.

La figure 131 montre le dispositif.

Le pendule principal P porte un aimant en fer à cheval AA dont une des branches oscille dans un tube de cuivre rouge C formant la masse du pendule auxiliaire p à qui l'on donne par tâtonnement la période du principal. Grâce aux courants de Foucault le petit pendule est entraîné par le grand, avec un retard d'un quart de période.

C'est le pendule auxiliaire qui ferme le contact envoyant dans la bobine B le courant d'entretien.

117. Battements d'une horloge enregistrés au moyen d'un microphone vissé sur la cage.

1° — Utilisons le microphone le plus simple : une baguette B de charbon de cornue, terminée par des cônes, se loge dans des cavités coniques ménagées dans des prismes P de charbon.

On laisse à la baguette un peu de jeu.

En inclinant plus ou moins l'appareil autour de l'axe AA, on obtient que l'ébranlement dû au battement de l'horloge augmente considérablement la résistance du circuit de la pile E : le courant de la pile diminue brusquement à chaque battement. Un relais R introduit dans

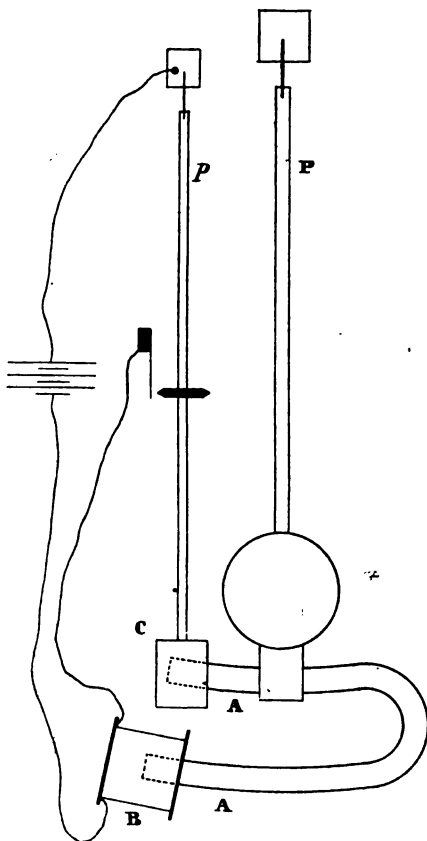


Fig. 131.

le circuit et convenablement réglé, lâche son armature à chaque battement : d'où fermeture du circuit de l'un des électros d'un chronographe enregistreur.

On peut supprimer le relais et actionner directement l'électro de l'enregistreur; mais le réglage est plus difficile et moins stable.

On peut mettre en circuit sur le microphone le primaire d'un trans-

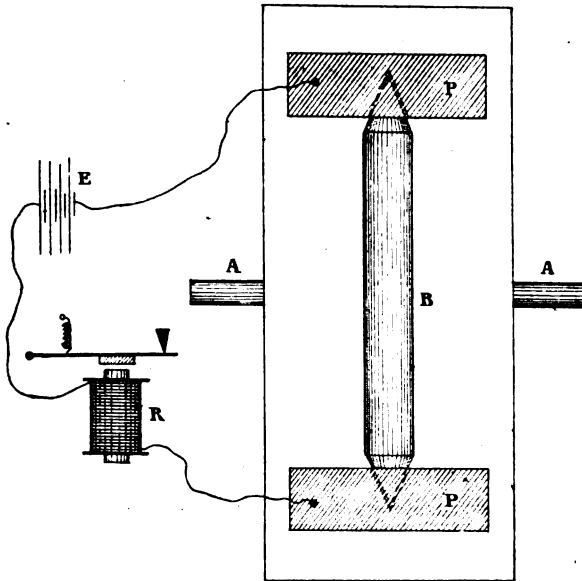


Fig. 132.

formateur; le secondaire est en circuit avec l'appareil enregistreur.

Pour celui-ci on peut utiliser un galvanomètre à cadre mobile ou un oscillographe (analogue au *siphon recorder* de Lord Kelvin).

Il est avantageux d'employer un microphone réglable, par exemple constitué par une plaque de charbon suspendue par deux lames très minces et très flexibles de métal. Sur la plaque appuie une pointe de charbon que fait avancer ou reculer une vis, de manière à modifier la pression.

2° — Pour que l'ébranlement soit suffisant, le microphone est fixé sur la cage de l'horloge. On le règle au moyen d'une petite boussole qui montre comment le courant varie sous l'influence de l'ébranlement.

Ce n'est pas à proprement parler le son qui agit; c'est le choc.

Corrélativement des pendules qui, pour des raisons quelconques, battent plus ou moins fort, peuvent agir de même sur le microphone.

Le choix de la place où le microphone est fixé sur la caisse de l'horloge, est loin d'être indifférent; mais il ne peut être déterminé que par tâtonnement.

CHAPITRE VII

DISTRIBUTION DE L'HEURE PAR TÉLÉGRAPHIE SANS FIL

Je ne décrirai ici que les dispositifs d'émission et de réception les plus simples, laissant de côté la théorie que le lecteur trouvera dans mon cours sur les Ondes Hertziennes.

118. Émission.

1° — Je rappelle que lorsqu'un condensateur C se décharge par une étincelle entre les boules d'un éclateur, il se produit dans le circuit un courant oscillant, de très haute fréquence, produisant dans l'air une perturbation électromagnétique qui se propage avec la vitesse

$$V = 300\,000 \text{ kilomètres à la seconde.}$$

Pour que l'énergie transmise à l'air soit suffisante, il faut relier le système oscillant à un ou plusieurs longs fils isolés qui constituent l'*antenne d'émission*. Pour la Tour Eiffel l'antenne est constituée par 6 fils de 500 mètres qui partent du sommet de la tour et sont attachés à des points du sol assez distants, par l'intermédiaire de corps isolants.

Le réglage de la période T de l'oscillation se fait au moyen d'une self-induction S.

La longueur d'onde $\lambda = VT$, est de 2 200 mètres pour la Tour Eiffel. Ce qui donne la fréquence 136 400 environ à la seconde.

2° — Pour obtenir les étincelles, on peut utiliser une bobine d'induction. Il est plus commode d'employer un transformateur ordinaire dont le primaire est alimenté par du courant alternatif à bas voltage (par exemple, 110 volts, 40 périodes). Le rapport du nombre des spires des deux enroulements peut être choisi tel qu'on obtienne jusqu'à 90 000 volts aux bornes du secondaire, sans autre précaution à prendre qu'un isolement parfait. Il suffit de noyer les enroulements dans la paraffine liquide à chaud et qu'on laisse se solidifier.

L'emploi d'un transformateur présente un inconvénient.

A chaque étincelle le secondaire du transformateur est fermé sur lui-même; *il se forme un arc qui laisse passer le courant de haute fréquence, mais aussi le courant induit de basse fréquence*. Il faut donc

supprimer l'arc après un temps *très court* par rapport à la fréquence du courant alternatif employé, mais qui n'en est pas moins *très long* par rapport à la fréquence des oscillations. Sinon, la première décharge est seule oscillante; l'arc une fois établi, la différence de potentiel entre les boules de l'excitateur reste toujours faible; les conditions d'une décharge oscillante ne sont plus réalisées. De plus les boules se détériorent rapidement, et le secondaire du transformateur risque d'être brûlé.

Pour *souffler* l'étincelle, c'est-à-dire la fractionner et la rendre oscillante, divers procédés sont employés.

a) On envoie sur l'étincelle un violent courant d'air provenant d'une soufflerie.

b) On déplace rapidement dans l'air le système des deux boules, *ce qui revient à créer un vent relatif*. Pour cela, elles sont montées sur un axe qui est entraîné par une dynamo; elles sont soigneusement isolées l'une de l'autre. Comme les décharges sont séparées par le vent et éclatent en des points différents de la circonférence décrite par les boules, on aperçoit pendant la rotation un chapelet d'étincelles. Chacune d'elles correspond à une alternance du courant de basse fréquence; elles sont elles-mêmes fractionnées en étincelles fines et très rapprochées qui correspondent au phénomène oscillatoire. On obtient naturellement les mêmes apparences avec un miroir tournant.

c) On produit un champ magnétique intense dont les lignes de force sont à angle droit du trajet de l'étincelle : on emploie pour ce but un électro alimenté par un courant continu.

Quel que soit le procédé de soufflage, chaque étincelle vue au miroir tournant forme un paquet de traits lumineux. Le nombre de ces traits, c'est-à-dire le nombre des oscillations de haute fréquence, dépend de l'état de la surface des boules; il semble proportionnel à l'intensité du courant alternatif qui traverse le primaire du transformateur.

3° — En définitive à chaque étincelle, le système émet un train d'ondes. En raison de son amortissement, ce train ne dure qu'une très petite fraction du temps qui sépare deux étincelles consécutives.

En d'autres termes les trains d'ondes sont séparés par un espace considérable par rapport à la longueur qu'ils occupent.

Par exemple, la fréquence du courant alternatif que le secteur rive gauche fournit à la Tour Eiffel (puissance absorbée, 35 kilowatts) est de 42. Si les étincelles correspondaient à tous les maximums de potentiel, il y aurait donc 84 étincelles par seconde, 84 trains d'ondes. En fait par suite de phénomènes de résonance que nous ne pouvons étudier ici, le nombre d'étincelles par seconde n'est que le tiers environ, soit 28. Dans ce 28^e de seconde, la perturbation parcourt 12 000 kilomètres.

La longueur d'une onde étant 2,2 kilomètres, pour que l'espace fût plein d'ondes, il faudrait que le train se composât de 5 436 oscillations.

Comme en réalité il est complètement amorti après deux douzaines, l'espace occupé par les ondes est donc une infime partie de l'espace qui est à chaque instant non perturbé.

Nous verrons plus loin que les appareils de réception n'enregistrent que les trains d'onde; à chaque train le téléphone donne un coup sec. Si l'on produit une série de trains pendant une seconde (25 trains dans l'hypothèse de la Tour Eiffel), le téléphone donne un roulement de 25 coups. Les points et les traits des signaux Morse correspondent à des roulements plus ou moins longs.

119. Production des signaux par l'Observatoire de Paris.

1° — SIGNAUX DE NUIT.

L'heure est transmise chaque nuit à 23^h 45^m, 23^h 47^m, 23^h 49^m (temps moyen légal ou de Greenwich).

Quelques minutes avant 23^h 45^m, la Tour Eiffel est mise en commu-

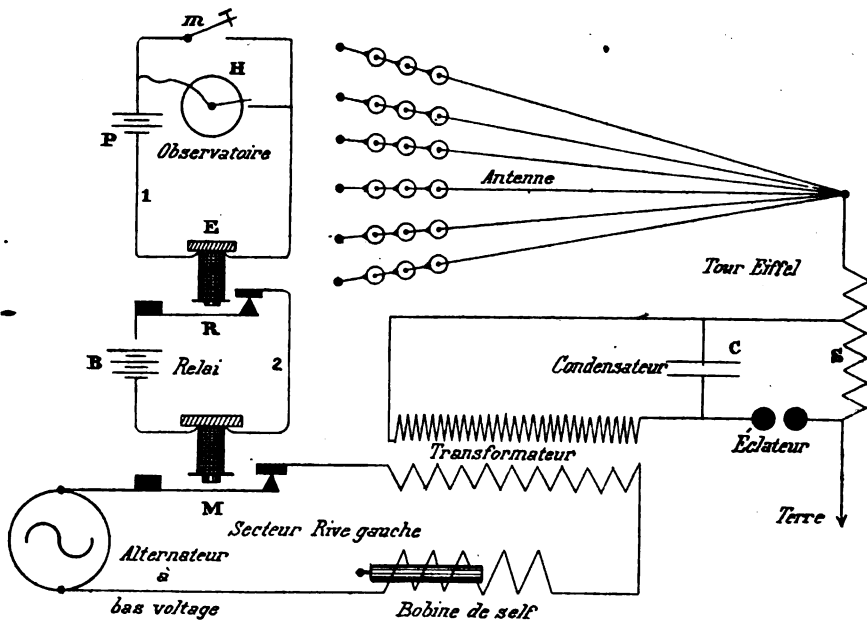


Fig. 133.

nication avec l'Observatoire de manière que les appareils d'émission radio-télégraphique puissent être actionnés par l'Observatoire, avec l'intermédiaire d'un relai situé à la Tour (fig. 133).

α) A 23^h 44^m environ, l'astronome de service transmet une série de signaux d'avertissement (traits — — — —) qui prend fin à 23^h 44^m 55^s environ. L'astronome se sert du manipulateur *m* qui ferme le circuit 1

(ligne souterraine allant de l'Observatoire à la Tour) sur lequel se trouvent la pile P et l'électro E d'un relai R situé à la Tour.

Après un silence de 5 secondes environ, à 23^h 45^m 0^s *exactement* (voir plus loin), la pendule H de l'Observatoire ferme le circuit 1 pendant 1/4 de seconde : *c'est le premier signal.*

Le relai R ferme le circuit d'une batterie B qui actionne le manipulateur M d'émission.

b) A 23^h 46^m environ, l'astronome envoie une nouvelle série de signaux (— .. — .. — .. — ..) qui prend fin à 23^h 46^m 55^s environ.

Après un silence de 5 secondes environ, à 23^h 47^m 0^s *exactement*, la pendule envoie le *second signal.*

c) A 23^h 48^m environ, l'astronome envoie une troisième série de signaux (— — — —) qui prend fin à 23^h 48^m 55^s environ.

Après un silence de 5 secondes environ, la pendule envoie le *troisième signal.*

2° — SIGNAUX DE JOUR.

Les signaux sont envoyés tous les matins à

10^h 45^m, 10^h 47^m, 10^h 49^m.

Les signaux d'avertissement sont les mêmes.

3° — ERREURS DANS LES TEMPS D'ÉMISSION.

Je reviendrai tout à l'heure sur l'exactitude des temps donnés par la pendule. Un premier problème se pose : quel est le décalage entre la fermeture du circuit 1 et l'émission des trains d'ondes ?

L'électro E ne ferme le circuit 2 qu'un certain temps après que la pendule a fermé le circuit 1. D'autre part l'étincelle n'éclate qu'un certain temps après que le manipulateur M a fonctionné.

D'où un retard impossible à calculer et dont il faut déterminer directement la valeur globale.

Recevons le signal radio-télégraphique (nous verrons plus loin comment) dans un téléphone disposé près d'une horloge fermant le circuit 1 toutes les secondes. Nous entendons donc les battements de l'horloge et les signaux : ils forment deux séries équidistantes, *décalées l'une par rapport à l'autre*. Ce décalage est précisément le retard qu'il faut mesurer. On le fait avec beaucoup de précision au moyen de la méthode des coïncidences et d'une horloge auxiliaire (tome I, § 72).

Je reviendrai plus loin sur le détail de l'expérience (§ 121).

Le retard est de l'ordre de 0^s,4.

Pour l'éliminer il suffit d'avancer la pendule H d'une quantité égale.

Les signaux sont donc envoyés, non pas aux heures susdites, mais un peu avant, de manière que l'émission radio-télégraphique ait lieu précisément à ces heures.

La vitesse de propagation de l'ébranlement étant de 300 000 kilomètres par seconde et la précision de cette distribution d'heure étant

au maximum de 0°,4, il est clair que, pour éloigné que soit le récepteur, il n'a pas à tenir compte du retard dû à la propagation.

120. Réception.

1° — ANTENNE.

Un poste de réception, réduit à sa plus grande simplicité (suffisante pour l'objet qui nous occupe), se compose d'abord d'un long fil isolé (*antenne*) dont une des extrémités est mise à la terre à travers les appareils que nous verrons. Il importe peu que le fil soit nu ou couvert, horizontal, incliné ou vertical.

On peut l'installer sur un toit en l'isolant avec du bois paraffiné, ou dans un jardin entre deux poteaux télégraphiques (fig. 134). L'essentiel est qu'il soit assez long. Un fil de téléphone d'un millimètre de dia-

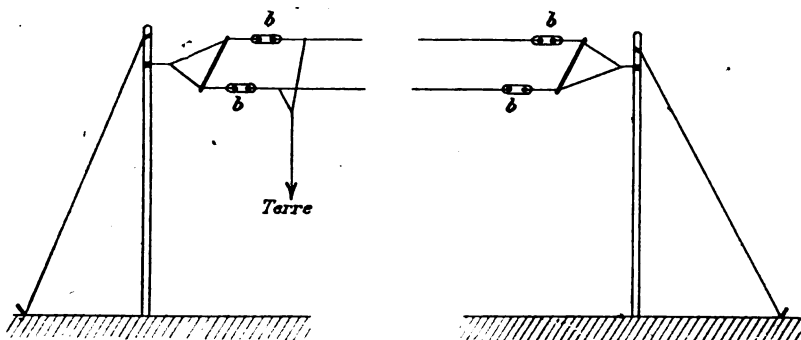


Fig. 134.

mètre, de 50 à 80 mètres de longueur, convient parfaitement. Comme terre on prend une plaque métallique d'un demi-mètre carré enterrée dans un sol humide. On recommande de mettre plusieurs fils parallèles à une distance l'un de l'autre de l'ordre du mètre (*antennes multiples*).

Il faut que l'antenne soit en terrain dégagé; on ne la disposera donc ni près d'un mur, ni derrière un rideau d'arbres.

La figure 134 représente une double antenne, isolée par des bouts de bois paraffinés *b* assez longs et percés de deux trous; elle est supportée par deux poteaux.

2° — DÉTECTEUR (fig. 135).

Le détecteur actuellement le plus commode (détecteur Ferrié) est un voltamètre à électrodes très inégales dont le liquide est une solution aqueuse d'acide sulfurique à 22° Baumé. La petite électrode est constituée par l'extrémité d'un fil très fin de platine *f* (20 μ de diamètre) scellé dans le verre d'un bout de tube T. On soude le fil au chalumeau; on coupe au ras du verre et l'on use sur du papier émeri. On raccorde au reste du circuit avec un fil plus gros F et un peu de mercure.

L'autre électrode est formée d'un gros fil de platine tordu en spirale.
 a) Plaçons un tel voltamètre sur le circuit d'une pile, en reliant la petite électrode au pôle positif. Si la force électromotrice prend une valeur suffisante, l'électrolyse se manifeste par un dégagement de bulles à la pointe. Un téléphone placé dans le circuit produit un bruissement particulier.

b) Plaçons le voltamètre sur un circuit parcouru par des oscillations. Il joue le rôle de soupape et ne laisse passer que les courants qui vont du fil fin au liquide. Par suite un train d'ondes assez énergique fait

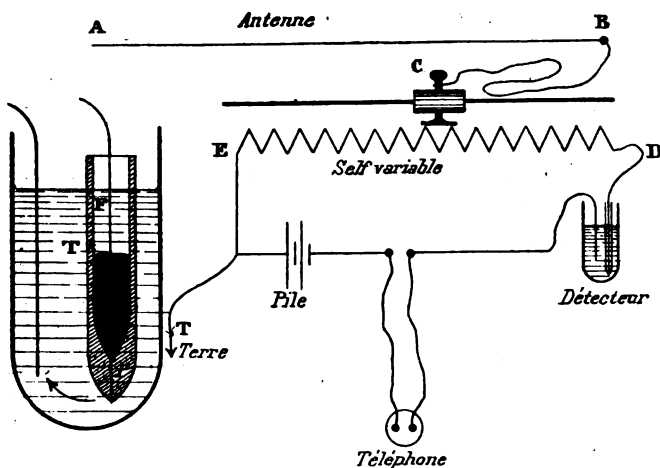


Fig. 133.

dévier un galvanomètre balistique. Dans un téléphone chaque train produit un bruit sec, alors que celui-ci reste muet si l'on supprime le détecteur.

c) Ajoutons une pile, le pôle primitif relié au fil fin; choisissons sa force électromotrice (de l'ordre de 3 volts, 2 Leclanchés) trop faible pour produire l'électrolyse. Le courant passe sous l'influence du train d'ondes, avec plus d'intensité que dans la seconde expérience : la sensibilité de l'appareil est accrue.

Il est bon d'employer un téléphone dont la résistance soit de l'ordre de celle du détecteur (2 000 à 4 000 ohms).

3° — SELF DE RÉGLAGE.

Pour accorder le circuit de réception ABCET sur la fréquence des ondes reçues, on utilise une self formée d'un fil nu enroulé sur un cylindre de bois paraffiné; les spires ne doivent pas se toucher.

On peut encore employer du fil verni qu'on dénude sur la génératrice le long de laquelle se meut le curseur C.

Ainsi dans le téléphone ne passent pas les ondes alternatives rapides. Chaque oscillation de la membrane du téléphone correspond à un train

d'onde (et non pas à une onde). Si l'émission provient d'étincelles d'une fréquence de 25 à 50 à la seconde, autrement dit, si l'on envoie de 25 à 50 trains d'ondes par seconde, le téléphone fait entendre un roulement de 25 à 50 bruits par seconde. Le son devient musical si la fréquence des étincelles est de 100 à 500.

121. Précision de l'heure envoyée par Paris.

1° — Depuis que nombre de personnes reçoivent l'heure de la Tour Eiffel (malgré l'Administration des Postes et Télégraphes), force a bien été de s'apercevoir que l'heure n'est pas connue avec la précision illimitée que quelques-uns supposaient.

En particulier l'Allemagne envoie, de Norddeich, l'heure de l'observatoire de Wilhemshaven (à midi et à minuit). L'observatoire de Hambourg s'est amusé à comparer les signaux de Norddeich à ceux de Paris. D'août 1911 à octobre 1912, les différences de Norddeich-Paris oscillent entre $+0^s,93$ et $-1^s,62$.

D'où scandale pour ceux qui ne savent pas.

Les différences sont dues à la mauvaise conservation de l'heure. Il n'est pas rare qu'à Paris en hiver, on soit 15 jours sans pouvoir observer les étoiles, par conséquent sans pouvoir corriger l'horloge sidérale, ni par suite l'horloge de temps moyen. Malgré le soin dont on entoure l'horloge sidérale, on s'explique que l'écart après 15 jours puisse atteindre une seconde. Si une éclaircie permet la correction, brusquement d'un jour au lendemain, la différence Norddeich-Paris peut varier d'une seconde; en admettant pour les horloges de ces observatoires des écarts de sens inverses et une correction simultanée, la différence peut varier d'un jour à l'autre de deux secondes.

On considère comme quasiment impossible aujourd'hui de connaître l'heure avec une précision supérieure à $0^s,1$ près; mais rien n'empêche d'atteindre cette limite, à la condition d'utiliser, pour déterminer l'heure, un nombre d'observatoires tel que chaque jour il y en ait au moins un qui voie le ciel.

Disons tout de suite que pratiquement l'erreur d'une seconde et de deux secondes n'a aucun inconvénient pour la navigation.

Elle correspond, en mettant les choses au pis, à une erreur de $15''$ ou de $30''$ d'arc, c'est-à-dire à une erreur de 463 ou de 926 mètres à la surface de la Terre.

D'après le Bulletin de l'Observatoire de Besançon, depuis que les marins peuvent vérifier journellement leurs chronomètres, ils deviennent plus exigeants et pour les chronomètres et pour l'heure reçue : ils devraient cependant l'être moins.

2° — Quoi qu'il en soit, on s'efforce d'améliorer l'heure de Paris. Voyons comment.

Raisonnons sur les horloges de temps moyen.

Une horloge spéciale munie d'un contact électrique est disposée à la Tour Eiffel; elle avance d'à peu près un battement en 52 secondes de temps moyen. Elle agit sur le manipulateur d'émission radiotélégraphique de manière qu'à chaque battement, il se produise à l'éclateur une étincelle et une seule qui se traduit dans les écouteurs par un bruit très sec.

A une heure convenue, on met l'horloge en action. Elle transmet 180 signaux consécutifs dont on supprime le 60^e et le 120^e pour faciliter le comptage. Il s'agit de déterminer, aux horloges de temps moyen des divers observatoires, les heures du premier et du dernier signal radiotélégraphique. Ces heures sont envoyées par dépêche ordinaire à l'Observatoire de Paris qui peut ainsi comparer un certain nombre de pendules à son horloge de temps moyen et corriger son heure propre quand il n'a pu l'observer depuis longtemps.

La méthode de comparaison des horloges à la série des 180 bruits est celle des coïncidences exposée au paragraphe 72 du tome I.

En raison du réglage de l'horloge d'émission, il y a 3 coïncidences au moins.

Déterminons leurs heures à notre horloge. Nous trouvons par exemple :

$$14^{\text{h}} 27^{\text{s}}, \quad 15^{\text{h}} 19^{\text{s}}, \quad 16^{\text{h}} 11^{\text{s}}.$$

L'intervalle est $i = 52$ secondes de notre pendule.

Il est par conséquent de 53 bruits dans la série des bruits, puisque l'horloge de la Tour Eiffel avance.

Si nous avons noté le numéro d'ordre d'un des bruits, nous pouvons dresser un tableau tel que celui-ci :

Numéros	13	66	119
Heures	14 ^h 27 ^s	15 ^h 19 ^s	16 ^h 11 ^s .

L'intervalle entre deux bruits vaut $1^{\text{s}} - 1 : 53 = 1 - 0,0187$.

Nous pouvons dès lors aisément calculer l'heure à notre pendule, des bruits numérotés 1 et 180. On a :

$$\begin{aligned} 0,0187 \times 12 &= 0,22 & 14^{\text{h}} 27^{\text{s}} - 12^{\text{s}} + 0^{\text{s}},22 &= 14^{\text{h}} 15^{\text{s}},22. \\ 0,0187 \times 61 &= 1,14. & 16^{\text{h}} 11^{\text{s}} + 61^{\text{s}} - 1^{\text{s}},14 &= 17^{\text{h}} 10^{\text{s}},86. \end{aligned}$$

J'ai supposé que les heures des coïncidences étaient séparées par le même nombre de secondes; cela n'est généralement pas exact, il faut seulement que l'écart soit dans les limites des erreurs acceptables.

On prend pour intervalle i la moitié de la différence des heures des coïncidences extrêmes.

Celle de la coïncidence moyenne devient un contrôle utile.

Dans cette méthode on ne demande à la série des bruits que d'être régulière; elle doit avoir une équidistance voisine de $1^{\text{s}} - 0,02$ de manière que trois coïncidences soient assurées. C'est par rapport à elle que se font les comparaisons.

Il va de soi que l'Observatoire de Paris détermine les coïncidences de son horloge pour pouvoir la comparer aux horloges des autres observatoires.

La précision de ces comparaisons est, dit-on, de l'ordre de $0^{\circ},02$.

Elle est du reste limitée par le nombre d'étincelles (25) que peut émettre par seconde le poste de la Tour Eiffel.

122. Pendule auxiliaire pour la comparaison des heures.

Une difficulté des comparaisons précédentes provient de ce que l'unique train d'ondes émis produit dans l'écouteur un bruit *très sec*.

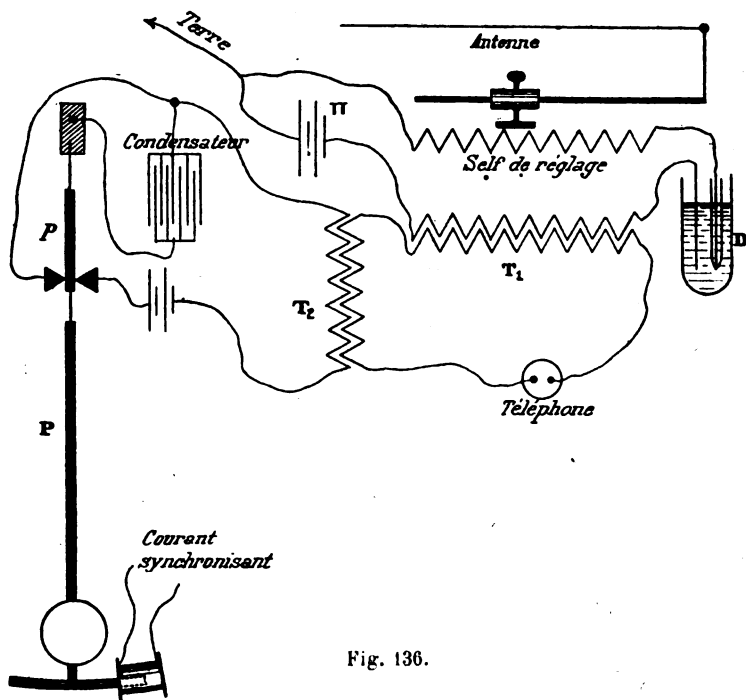


Fig. 136.

Il faut donc s'arranger pour entendre simultanément sous forme de bruits secs les battements de l'horloge à comparer.

La figure 136 représente un dispositif.

Un pendule P est synchronisé par l'horloge à comparer. Il porte une palette *p* qui, au passage par la verticale, ferme alternativement le circuit de charge et de décharge d'un condensateur. L'un de ces courants ou les deux (suivant le montage) passent dans le primaire d'un transformateur T_2 dont le secondaire est sur le circuit du téléphone. On entend dans celui-ci des bruits très secs dont on peut graduer l'intensité en agissant sur le transformateur T_2 (deux bobines entrant plus ou moins l'une dans l'autre).

Le circuit du téléphone contient aussi le secondaire du transformateur réglable T_1 dont le primaire est sur le circuit de la pile H et du détecteur D.

123. Décisions du Congrès de 1912.

Pour améliorer la transmission de l'heure, le Congrès de 1912 a décidé le mode d'émission suivant (fig. 137).

Les *signaux préparatoires* (+..—) vont de $57^m 0^s$ à $57^m 50^s$. Puis viennent les *signaux horaires* formés de points et de traits suivant le

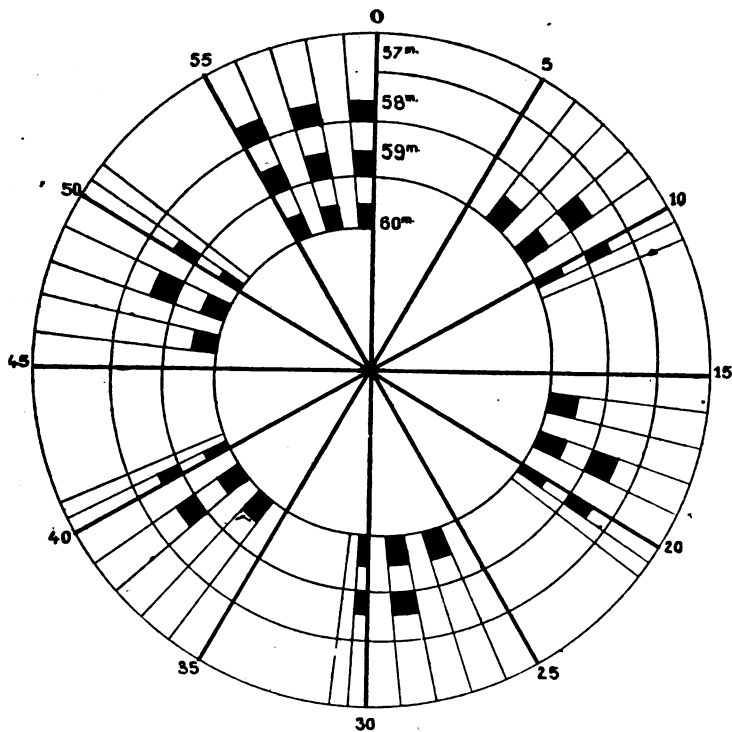


Fig. 137.

diagramme ci-contre. Les traits durent une seconde, les points un quart de seconde (j'ai mis une demi-seconde sur le diagramme pour éclaircir le dessin).

Les intervalles entre les signaux successifs sont d'une seconde.

Le début du trait ou du point marque le commencement de la seconde.

Les émissions sont faites automatiquement au moyen d'un cylindre tournant qui est solidaire d'une vis et qui porte en relief des saillies convenables. L'appareil de contact est déclenché à $56^m 50^s$ et synchronisé

toutes les 10 secondes. On espère que le fonctionnement sera précis à 0^s,04, ce qui du reste est plus que suffisant.

Comme il est à désirer qu'en chaque point du globe, on puisse toujours recevoir un signal horaire, voici la répartition proposée.

L'heure est celle de Greenwich.

Paris.	0 ^h	10 ^h
San Fernando de Norouha (Brésil) . . .	2	16
Arlington (États-Unis).	3	17
Manille (Philippines).	4	»
Mogadiscio (Somali Italien).	4	»
Tombouctou (Soudan).	6	»
Norddeich-Wilhemshaven	12	22
Massaouah (Erythrée)	18	»
San Francisco (États-Unis).	20	»

CHAPITRE VIII

PENDULE CONIQUE. APPLICATIONS

124. Pendule conique pour les très petites oscillations.

1° — Voici d'abord une manipulation simple et très instructive.

Le pendule est constitué par le fil AB supportant une sphère métallique *lourde* S. On prend un fil fin métallique (une corde de guitare de 2 à 3 mètres de long) pour ne pas être gêné par la détorsion des cordellettes ordinaires. On utilise une sphère de laiton telle que l'industrie en fournit pour l'ornementation des lits métalliques; on y coule du plomb. On utilise aussi bien une boule de fonte telle que l'industrie en fabrique pour les régulateurs de machine à vapeur.

La pointe P trace sa trajectoire sur un plan de sable (plus exactement sur une sphère de grand rayon). On prend le sable aussi fin que possible; on le remplace avantageusement par une poudre plus légère.

Sans l'amortissement, la trajectoire serait une ellipse dont le rapport des axes dépend de la vitesse initiale et de la direction du lancement. Comme le mouvement s'amortit, la pointe décrit une spirale circulaire ou elliptique qui reste creusée dans la poudre.

On peut armer le pendule d'un crin vertical et lui faire tracer sa trajectoire sur une glace enfumée. Pour faciliter le nivellement de la glace, on la dispose sur un trépied à vis calantes.

2° — La théorie de cette expérience est immédiate.

Soit l la distance du centre de la boule au point de suspension O.

Prenons trois axes de coordonnées rectangulaires, avec le point O comme origine; l'axe Oz est vertical et dirigé vers le bas.

Soit $\mathcal{E}$ la tension du fil rapportée à l'unité de masse.

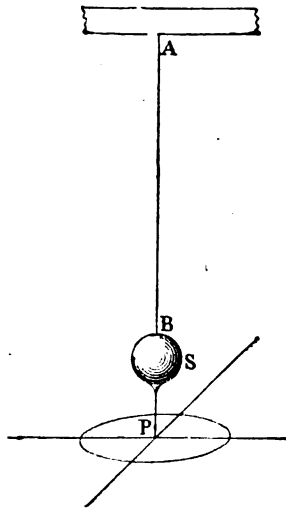


Fig. 138.

Les équations (1) où les variables sont séparées, signifient que le mouvement du pendule conique est la résultante des mouvements de deux pendules indépendants, rectangulaires, isochrones et synchrones.

L'ellipse est balayée par le rayon vecteur aboutissant au centre de la sphère, de manière que les aires varient proportionnellement au temps.

123. Amplitude quelconque, trajectoires circulaires.

1° — Tout le monde sait qu'on peut imposer à la sphère une trajectoire circulaire dans un plan horizontal; le fil de suspension décrit alors un cône circulaire dont Oz est l'axe, avec la vitesse angulaire ω .

Pour maintenir sur cette trajectoire le centre d'inertie de la sphère, il faut exercer une accélération axipète $\omega^2 r$, ou, ce qui revient au même, une force axipète $m\omega^2 r$; m est la masse de la sphère.

Cette force est égale à la résultante des forces appliquées : la tension τ du fil et la pesanteur mg .

Par l'extrémité du vecteur représentatif de la pesanteur, menons une parallèle au fil; elle doit déterminer sur l'horizontale BC un segment égal à $m\omega^2 r$. D'où :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega^2 r}{g} = \frac{\omega^2 l \sin \theta}{g}, \quad \cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}.$$

Telle est la relation entre θ et ω qui doit exister pour l'équilibre.

2° — On a l'habitude d'introduire une force fictive *axifuge* et d'écrire que la résultante de cette force et de la pesanteur est dirigée suivant le fil.

Le procédé est correct, à la condition de ne pas oublier que c'est une manière de parler.

Le raisonnement précédent évite toute difficulté : nous écrivons que les forces réellement appliquées produisent l'accélération réelle.

Introduisons le nombre de tours n par seconde (fréquence) :

$$\omega = 2\pi n, \quad \cos \theta = \frac{g}{4\pi^2 n^2 l}.$$

Soit $l = 1$ mètre; on a sensiblement :

pour	$n = 1,$	$\cos \theta = 0,25,$	$\theta = 75^\circ;$
	$n = 10,$	$\cos \theta = 0,0025,$	$\theta = 89^\circ 51'.$

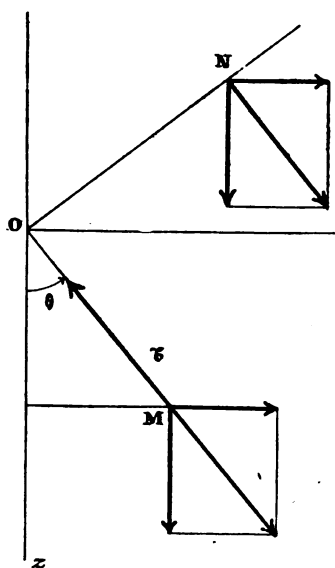


Fig. 140.

A la masse pesante faisons décrire la parabole :

$$x^2 = 2Ly,$$

en l'attachant à une lame flexible fixée en D sur le bord d'une plaque découpée suivant la développée de la parabole.

La longueur $\overline{AB} = l$, est telle qu'on ait :

$$l \cos \theta = \overline{BE} = \text{constante},$$

propriété bien connue des normales à la parabole dont voici la démonstration.

Le coefficient angulaire de la tangente en A est :

$$x dx = L dy, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{x}{L}.$$

D'où l'équation de la normale est :

$$(Y - y) = -\frac{L}{x}(X - x).$$

Pour $X = 0$, on a :

$$Y - y = \overline{BE} = l \cos \theta = L.$$

Substituons cette valeur de l dans l'expression de la période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \text{Constante}.$$

Le *pendule pirouette* d'Huyghens était constitué par un arbre schématiquement représenté en Og , tournant librement sur ses pivots p, p , et portant latéralement la plaque P découpée suivant la développée d'une parabole. La lame flexible AD qui supporte la masse pesante, s'attache en D en un point de cette développée; elle passe librement dans une fente verticale pratiquée dans l'axe. Dans sa rotation l'axe entraîne le pendule qui, sous l'influence de la force centrifuge, s'éloigne plus ou moins de la verticale Oy , en décrivant un arc de parabole. La longueur utile est comptée à partir du point où la lamelle flexible passe sur l'axe géométrique Oy de l'axe matériel : *elle varie de manière à réaliser l'isochronisme.*

Pour toute vitesse angulaire inférieure à :

$$\omega = \sqrt{g : L},$$

la masse pesante appuie sur l'axe, elle est dans la position la plus basse que lui permette l'épaisseur de l'axe.

Pour toute vitesse angulaire supérieure à cette valeur, l'équilibre est impossible : la masse pesante se place aussi haut que la construction de l'appareil le permet.

Cet appareil très ingénieux ne peut fonctionner correctement en raison de sa dissymétrie, des flexions qui supporte l'axe, et des frottements énormes de la lamelle contre les bords de la fente.

Tant s'en faut du reste qu'un isochronisme parfait soit désirable, la masse n'étant alors jamais en équilibre.

Cet exemple précise ce qu'il faut entendre par *pendule conique isochrone* : c'est un pendule qui ne peut être en équilibre que pour une seule vitesse angulaire. Pour toute vitesse supérieure ou inférieure l'équilibre exige une liaison supplémentaire.

127. Suspension élastique de Pecqueur.

Pecqueur cherche l'isochronisme dans l'emploi d'un fil élastique de suspension (en réalité un ressort à boudin). Pour la fréquence n et pour la tension σ du fil par unité de masse suspendue nous avons :

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}}, \quad \sigma = \frac{g}{\cos \theta}.$$

La tension croît donc à mesure que θ augmente; simultanément la période diminue à supposer invariable la longueur l du pendule.

Pour que la période reste constante malgré la variation de θ , il faut que cette longueur augmente de manière qu'on ait :

$$l \cos \theta = L = \text{Constante}, \quad l = \sigma(L : g).$$

La première condition signifie que le centre de gravité de la masse pesante reste toujours dans le même plan horizontal.

La seconde condition signifie que le fil élastique (en réalité un ressort à boudin) doit prendre une longueur proportionnelle au poids qu'il supporte, condition qu'il n'est pas impossible de réaliser approximativement. Généralement la longueur varie proportionnellement à la tension; elle ne lui est pas proportionnelle.

L'appareil n'a pas donné ce que l'inventeur en espérait, ce qui n'a rien d'étonnant. Pour répéter l'expérience comme manipulation, on utilisera un ressort à boudin d'acier, à spires *jointives* quand la tension est nulle. La longueur initiale étant petite, la longueur sous une charge assez forte est quasi proportionnelle à la tension.

Par une fabrication spéciale du ressort à boudin (voir mon Cours d'*Élasticité*) on réalise à peu près rigoureusement la condition posée.

128. Oscillations d'un pendule dont on fait tourner l'axe horizontal de suspension.

1° — L'expérience, très intéressante à beaucoup de titres, est montée suivant la figure 142. La barre horizontale AA est entraînée par un axe vertical avec la vitesse angulaire constante ω . Elle soutient l'axe horizontal du pendule qu'on prend très long, on verra tout à l'heure pourquoi. Dans sa position d'équilibre, le pendule (qui est une simple tige) est dans le prolongement de l'axe de rotation.

On fait tourner l'axe, on lance le pendule : sa pointe trace une *rosace* dans du sable ou de la poudre fine.

2° — Pour qu'il y ait des oscillations *autour de la verticale*, il faut que l'équation (1) admette une solution périodique :

$$\omega^2 < g : l \cos \theta, \quad (2)$$

ce qui revient à dire que les trajectoires circulaires horizontales sont impossibles. Supposons réalisée la condition (2) et θ petit.

L'équation devient :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \theta \left(\frac{g}{l} - \omega^2 \right) = 0. \quad (1')$$

Posons :

$$\theta = \theta_0 \sin 2\pi Nt, \quad n^2 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l}.$$

Substituons dans (1'); on trouve immédiatement :

$$N^2 = n^2 - \frac{\omega^2}{4\pi^2}.$$

Quand on impose la rotation de vitesse angulaire ω , la fréquence des oscillations du pendule diminue. Elle devient nulle pour :

$$\omega_0^2 = 4\pi^2 n^2 = g : l.$$

3° — Il est facile de comprendre le sens de ce résultat.

Pour une vitesse angulaire donnée, la force centrifuge joue le rôle d'une force répulsive (§ 124) proportionnelle à la distance r ; elle diminue donc la force attractive qui produit les oscillations pendulaires, par suite elle augmente la période.

Faisons la croître : pour une certaine valeur ω_0 , elle équilibre l'attraction; l'équilibre devient indifférent, par suite la période est infinie.

Le lecteur fera la très élégante expérience que voici. Sur un plateau horizontal qui tourne avec la vitesse angulaire ω , un métronome est fixé de manière que dans sa position d'équilibre, le pendule soit dans le prolongement de l'axe du plateau. Quand le plateau tourne, la période augmente. Les mesures sont faciles puisque les oscillations sont entretenues.

4° — RÉACTION SUR L'AXE HORIZONTAL DE ROTATION DU PENDULE.

J'ai dit qu'il faut prendre l'axe horizontal du pendule assez long. C'est qu'en effet le pendule éprouve à chaque instant une réaction R normale au plan zOB .

Appliquons le théorème de Coriolis. L'accélération normale se compose de l'accélération d'entraînement tangentielle :

$$rd^2\psi : dt^2,$$

et de l'accélération complémentaire :

$$2dr \cdot d\psi : dt^2.$$

D'où :

$$R = r \frac{d^2 \psi}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\psi}{dt} = 2\omega \frac{dr}{dt},$$

dans le cas où la vitesse angulaire autour de Oz est constante.

On a :

$$R = 4\pi r_0 \cdot N \omega \cdot \cos 2\pi Nt.$$

R s'annule identiquement pour $N = 0$, $\omega = \omega_0$; le pendule n'oscille plus.

Son travail est :

$$R r d\psi = \omega^2 d(r^2).$$

Le travail par demi-oscillation est nul.

Si la masse du pendule est lourde, il est prudent de le *haubanner* avec les fils tendus *aa*.

129. Oscillations du pendule autour d'une position d'équilibre.

1° — Supposons la vitesse angulaire $\omega > \omega_0$; il n'y a plus d'oscillations autour de la verticale.

Le pendule a une position d'équilibre déterminée par l'angle θ_0 :

$$\cos \theta_0 = g : \omega^2 l. \quad (1)$$

Étudions les petites oscillations autour de cette position d'équilibre. L'appareil reste celui de la figure 142. Reprenons l'équation :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} - \frac{\sin 2\theta}{2} \omega^2 + \frac{g}{l} \sin \theta = 0. \quad (2)$$

Posons :

$$\theta = \Theta + \theta_0;$$

par hypothèse Θ doit rester une quantité petite.

Substituons à θ sa valeur dans l'équation (1); négligeons les quantités du second ordre. Il reste :

$$\frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \left(\frac{g}{l} \cos \theta_0 - \omega^2 \cos 2\theta_0 \right) \Theta = 0. \quad (3)$$

Posons :

$$\Theta = \Theta_0 \sin 2\pi Nt.$$

Il vient :

$$N^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left(\frac{g}{l} \cos \theta_0 - \omega^2 \cos 2\theta_0 \right).$$

Éliminons θ_0 au moyen de l'équation (1) :

$$N^2 = \frac{1}{4\pi^2} \left(\omega^2 - \frac{g^2}{l^2 \omega^2} \right).$$

La fréquence nulle pour $\omega^2 = \omega_0^2$, devient infinie pour $\omega = \infty$.

On peut encore écrire :

$$N = \frac{1}{4\pi^2} \frac{g}{l} \left(\cos \theta_0 - \frac{\cos 2\theta_0}{\cos \theta_0} \right).$$

Pratiquement pour peu que ω soit grand, on a :

$$\theta_0 = \pi : 2, \quad N = \omega : 2\pi.$$

Le pendule se dispose presque horizontalement, et la fréquence des petites oscillations de part et d'autre de la position d'équilibre est égale au nombre de tours par seconde que fait la barre AA.

130. Cas général du pendule conique. Équation du mouvement.

1° — Passons au cas général du pendule conique.

Il s'agit d'étudier le mouvement d'une boule suspendue à un fil inextensible et très fin, un fil d'acier par exemple. L'acier étant très résistant, le fil peut n'avoir que quelques dixièmes de millimètre de diamètre, la masse suspendue restant de l'ordre du kilogramme.

A la vérité, nous particularisons ainsi le problème, car la masse ne reste sur la sphère que si la tension du fil est positive : il faut qu'elle soit dans l'hémisphère inférieur. Pour que l'expérience soit aussi générale

que l'énoncé, la masse est fixée à l'extrémité d'une tige rigide montée sur une suspension à la cardan.

Nous utilisons conjointement les coordonnées géographiques (ψ longitude, θ colatitude) et les coordonnées cartésiennes :

$$\begin{aligned} x &= l \sin \theta \cdot \cos \psi, \\ y &= l \sin \theta \cdot \sin \psi, \\ z &= l \cos \theta. \end{aligned}$$

Nous posons :

$$\overline{OM} = l, \quad \overline{OM'} = r = l \sin \theta.$$

Les équations du mouvement sont fournies par le théorème des aires et le théorème des forces vives.

Le moment des forces par rapport à Oz étant nul, on a :

$$r^2 \frac{d\psi}{dt} = \text{Constante}, \quad \sin^2 \theta \frac{d\psi}{dt} = a. \quad (1)$$

La vitesse v du point M est la résultante des vitesses rectangulaires $l d\theta : dt$ suivant le méridien, $r d\psi : dt$ suivant le parallèle :

$$v^2 = l^2 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + r^2 \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 = l^2 \left[\left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \right].$$

Le théorème des forces vives donne :

$$\begin{aligned} v^2 &= -2gl(1 - \cos \theta) + 4gl_0 = 2gl \cos \theta + 2g(2l_0 - l); \\ \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 + \sin^2 \theta \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 &= \frac{2g}{l} \cos \theta + \frac{2g}{l} \left(2 \frac{l_0}{l} - 1 \right). \end{aligned} \quad (2)$$

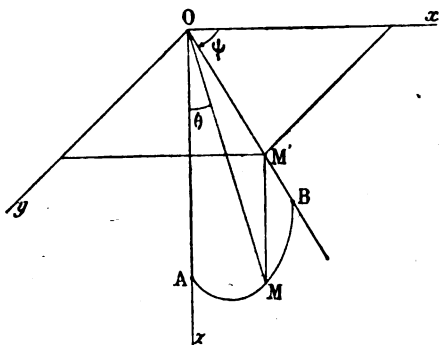


Fig. 143.

Posons :

$$2g : l = b, \quad l_0 : l = \lambda;$$

remplaçons $\frac{d\psi}{dt}$, par sa valeur tirée de (1); il vient :

$$\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \frac{a^2}{\sin^2\theta} = b \cos\theta + b(2\lambda - 1). \quad (3)$$

Les équations (1) et (2) résolvent le problème.

Différentions les équations (1) et (2). On trouve aisément l'équation :

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} - \sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \left(\frac{d\psi}{dt}\right)^2 + \frac{g}{l} \sin\theta = 0, \quad (4)$$

que nous avons utilisée au paragraphe 128 et qui nous servira au paragraphe 154 pour étudier les oscillations du régulateur de Watt.

2° — AUTRES FORMES DES ÉQUATIONS.

Explicitons la tension τ du fil. On a les équations (§ 124) :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{\tau x}{l} = 0, \quad \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\tau y}{l} = 0, \quad \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{\tau z}{l} - g = 0. \quad (5)$$

Multiplions la première par $-y$, la seconde par x et additionnons. Il vient :

$$x \frac{d^2y}{dt^2} - y \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} \right) = 0.$$

C'est l'équation (1).

Pour obtenir l'équation (2), multiplions les équations (5) respectivement par dx , dy , dz , additionnons et intégrons.

La tension est multipliée par :

$$x dx + y dy + z dz = l dl = 0,$$

équation qui signifie qu'elle ne travaille pas.

La valeur de la tension est immédiatement connue en écrivant qu'elle fait équilibre à la force centrifuge et à la composante de la pesanteur dirigée dans sa propre direction :

$$\tau = \frac{v^2}{l} + g \frac{z}{l}.$$

Pour obtenir cette expression à partir des équations (5), multiplions-les respectivement par x , y , z , additionnons-les et utilisons la condition :

$$x^2 + y^2 + z^2 = l^2 = \text{constante},$$

qui par une double dérivation donne :

$$x \frac{d^2x}{dt^2} + y \frac{d^2y}{dt^2} + z \frac{d^2z}{dt^2} + v^2 = 0.$$

Posons comme plus haut :

$$v^2 = 2gz + 2g(2l_0 - l).$$

On a :

$$\zeta = \frac{2g}{l} \left(\frac{3z}{2} + 2l_0 - l \right).$$

La troisième équation (5) où l'on substitue à ζ sa valeur, ne contient que z et l . Elle peut servir à discuter le problème.

131. Propriétés générales des trajectoires.

1° — Dans le cas général, le mobile se déplace sur la sphère entre deux parallèles de colatitude θ_0 et θ_1 . Nous poserons $\theta_0 < \theta_1$. On a :

$$dt = \pm d\theta : \sqrt{b \cos \theta - \frac{a^2}{\sin^2 \theta} + b(2\lambda - 1)}.$$

Multiplions le second membre haut et bas par $\sin \theta$, remplaçons sous le radical $\sin^2 \theta$ par $1 - \cos^2 \theta$; il reste :

$$dt = \pm \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{b}} : \sqrt{-\cos^3 \theta - (2\lambda - 1) \cos^2 \theta + \cos \theta + (2\lambda - 1) - \frac{a^2}{b}}.$$

La composante $d\theta : dt$ de la vitesse s'annule quand s'annule la quantité sous le radical; la vitesse est alors horizontale.

D'après la nature même du problème, si le point ne décrit pas un parallèle, il est certain que la vitesse $d\theta : dt$ s'annule au moins deux fois.

Appelons $\cos \theta_0$, $\cos \theta_1$, et ρ les trois racines de la quantité sous le radical égalée à 0, *racines certainement réelles*.

Dire que les racines sont réelles ne signifie pas qu'il existe un troisième cosinus acceptable; nous allons précisément montrer que la troisième racine ρ est plus petite que -1 .

D'après les propriétés des racines des équations algébriques, nous avons :

$$\cos \theta_0 \cos \theta_1 + \rho (\cos \theta_0 + \cos \theta_1) = -1, \quad \rho = -\frac{1 + \cos \theta_0 \cos \theta_1}{\cos \theta_0 + \cos \theta_1}.$$

Nous pouvons poser :

$$\cos \theta_0 = 1 - \epsilon_0, \quad \cos \theta_1 = 1 - \epsilon_1,$$

où ϵ_0 et ϵ_1 sont certainement des quantités positives. D'où :

$$\rho = -\frac{2 - (\epsilon_0 + \epsilon_1) + \epsilon_0 \epsilon_1}{2 - (\epsilon_0 + \epsilon_1)} = -1 - \frac{\epsilon_0 \epsilon_1}{2 - (\epsilon_0 + \epsilon_1)}.$$

Or le second terme du second membre est sûrement négatif, puisqu'on a :

$$\epsilon_0 + \epsilon_1 < 2.$$

Donc la troisième racine ρ est certainement inférieure à -1 ; elle ne peut représenter un cosinus réel.

Donc le point oscille entre les parallèles de colatitudes θ_0 et θ_1 .

2° — Une remarque s'impose.

J'admets que les racines $\cos \theta_0$ et $\cos \theta_1$ sont réelles; j'admets que θ_0 est sûrement plus petit que $\pi : 2$, et cela d'après la nature même du problème. Cette considération me suffit comme preuve; tout ce que les mathématiciens pourraient ajouter, n'augmenterait en rien la certitude de la conclusion.

Il ne faut pas oublier en effet que nos équations expriment ce que nous y avons mis. Que les *mathématiciens* les considèrent *en elles-mêmes* et indépendamment de ce dont elles sont le résumé : pour le *mécanicien* c'est du temps perdu. Le mobile ne restant pas sur un parallèle, doit nécessairement monter puis descendre, et ainsi de suite. Tout ce qu'on peut démontrer c'est qu'il remonte toujours et redescend toujours à partir des mêmes parallèles : c'est la conséquence immédiate de l'équation des forces vives. Donc il ne peut pas ne pas exister deux racines réelles pour l'équation donnant θ_0 et θ_1 ; il ne peut en exister que deux.

Laissons le mathématicien s'amuser à discuter l'équation, mais ne l'imitons pas. Si nous montrons que la troisième racine de l'équation nécessairement réelle, ne convient pas, ce n'est pas que le fait soit douteux; c'est pour éviter toute apparence de contradiction.

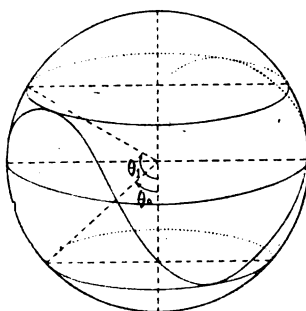


Fig. 144.

3° — Quand le mobile est sur le parallèle inférieur θ_0 , sa vitesse horizontale est plus grande qu'il ne convient pour qu'il reste sur ce parallèle. La force centrifuge l'emporte : il remonte.

Quand il est sur le parallèle supérieur θ_1 , deux cas peuvent se présenter. Si $\theta_1 < \pi : 2$, quelle que soit la vitesse, il ne peut être en équilibre; il faut qu'il redescende (voir fig. 140).

Si $\theta_1 > \pi : 2$, sa vitesse horizontale est plus petite qu'il ne convient pour qu'il reste sur ce parallèle; la force centrifuge ne peut donner avec le poids une composante dirigée suivant la liaison; le pendule redescend.

Aux divers passages sur les parallèles θ_0 et θ_1 , il recouvre respectivement la même vitesse. En effet, il est à la même hauteur : le théorème des forces vives exige que la vitesse redevienne la même.

D'où la conclusion : les phénomènes se répètent identiquement entre un maximum et un minimum successifs, ou inversement.

Par analogie avec le pendule circulaire, la période T est deux fois le temps qui s'écoule entre deux passages consécutifs sur le parallèle θ_0 (ou sur le parallèle θ_1).

On peut écrire en explicitant les racines :

$$dt = \pm \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{b}} : \sqrt{(\cos \theta_0 - \cos \theta)(\cos \theta - \cos \theta_1) \left(\cos \theta + \frac{1 + \cos \theta_0 \cos \theta_1}{\cos \theta_0 + \cos \theta_1} \right)}.$$

132. Calcul de la période.

1° — Le temps croît nécessairement, dt est donc essentiellement positif. Dans notre problème, $\sin\theta$ est positif par nature ainsi que b . Donc, quand on va de θ_0 à θ_1 , il faut prendre le signe +; quand on va de θ_1 à θ_0 , il faut prendre le signe —.

Pour calculer la période, changeons de variable; posons :

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \cos\theta_1 \sin^2\varphi + \cos\theta_0 \cos^2\varphi, \\ \sin\theta d\theta &= 2(\cos\theta_0 - \cos\theta_1) \sin\varphi \cos\varphi d\varphi.\end{aligned}$$

Quand θ passe de θ_0 à θ_1 , l'angle auxiliaire φ varie de 0 à $\pi : 2$.

On trouve aisément :

$$\begin{aligned}\cos\theta_0 - \cos\theta &= (\cos\theta_0 - \cos\theta_1) \sin^2\varphi, \\ \cos\theta - \cos\theta_1 &= (\cos\theta_0 - \cos\theta_1) \cos^2\varphi.\end{aligned}$$

Substituons après avoir posé :

$$k^2 = \frac{\cos^2\theta_0 - \cos^2\theta_1}{1 + 2\cos\theta_0\cos\theta_1 + \cos^2\theta_0}.$$

On trouve :

$$dt = \sqrt{\frac{2l}{g}} \sqrt{\frac{\cos\theta_0 + \cos\theta_1}{1 + 2\cos\theta_0\cos\theta_1 + \cos^2\theta_0}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}}.$$

Nous sommes ramenés aux intégrales elliptiques de première espèce. En particulier, la période a pour expression :

$$T = 4 \sqrt{\frac{2l}{g}} \sqrt{\frac{\cos\theta_0 + \cos\theta_1}{1 + 2\cos\theta_0\cos\theta_1 + \cos^2\theta_0}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}};$$

le tableau à la fin du volume donne les valeurs de l'intégrale.

La période est ainsi complètement déterminée quand on donne les parallèles limites θ_0 et θ_1 .

2° — CAS PARTICULIERS.

a) Quand θ_0 et θ_1 sont l'un et l'autre très petits, le second radical vaut 1 : $\sqrt{2}$. L'intégrale vaut $\pi : 2$. D'où la valeur connue :

$$T = 2\pi \sqrt{l : g}.$$

b) Posons $\theta_0 = 0$, θ_1 restant quelconque.

Le pendule conique devient un pendule circulaire.

Le second radical vaut encore 1 : $\sqrt{2}$. On a :

$$T = 4 \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}},$$

avec la valeur :

$$k = \sin(\theta_1 : 2).$$

c) Posons enfin $\theta_0 = \theta_1$.

Il semble que nous devons retrouver les résultats du paragraphe 125 sur le pendule parcourant un plan horizontal; il n'en est cependant rien.

On a $k=0$; l'intégrale elliptique vaut $\pi : 2$. D'où :

$$T = 4\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\frac{\cos \theta_0}{1 + 3 \cos^2 \theta_0}},$$

et non pas :

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \sqrt{\cos \theta_0}.$$

On a évidemment :

$$2\tau > T > \tau.$$

La période T est plus grande que le temps τ mis par le mobile à faire un tour; elle est plus petite que le double de ce temps.

Ce fait bizarre a pour cause la définition adoptée ci-dessus pour la période T du pendule conique.

3° — CAS GÉNÉRAL. LIMITES SUPÉRIEURE ET INFÉRIEURE DE LA PÉRIODE.

Donnons à la période une expression où les angles θ_0 et θ_1 entrent symétriquement. Posons :

$$dt = \sqrt{\frac{g}{2l}} \sqrt{\cos \theta_0 + \cos \theta_1} \frac{d\varphi}{A};$$

$$A^2 = (1 + 2 \cos \theta_0 \cdot \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_0) \cos^2 \varphi + (1 + 2 \cos \theta_0 \cdot \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_1) \sin^2 \varphi.$$

Quand φ varie de 0 à $\pi : 2$, A décroît régulièrement de :

$$A_0 = \sqrt{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_0}, \quad \text{à} \quad A_1 = \sqrt{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_1}.$$

On a donc immédiatement deux valeurs entre lesquelles gît la période :

$$T > 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}} \sqrt{\frac{\cos \theta_0 + \cos \theta_1}{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_0}},$$

$$T < 2\pi \sqrt{\frac{2l}{g}} \sqrt{\frac{\cos \theta_0 + \cos \theta_1}{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_1}}.$$

133. Projection horizontale de l'oscillation.

1° — Déterminons la différence Ψ des azimuts ψ pour les passages par un minimum et le maximum consécutif, ou inversement.

Ψ est l'angle ψ parcouru dans un quart de période. On a (§ 130) :

$$d\psi = \frac{adt}{\sin^2 \theta}, \quad \psi = \int_0^t \frac{adt}{\sin^2 \theta}. \quad (1)$$

Calculons la valeur de a en fonction de $\cos \theta_0$ et de $\cos \theta_1$.

D'après les propriétés des racines des équations algébriques, on a (§ 131) :

$$-(2\lambda - 1) = \cos \theta_0 + \cos \theta_1 + \rho,$$

$$(2\lambda - 1) - a^2 : b = \rho \cos \theta_0 \cos \theta_1.$$

On tire aisément de là :

$$a = \sqrt{b} \frac{\sin \theta_0 \sin \theta_1}{\sqrt{\cos \theta_0 + \cos \theta_1}}.$$

Pour obtenir deux limites entre lesquelles Ψ est sûrement compris, il suffit de remplacer dans l'expression de dt le dénominateur variable A par ses limites A_0 et A_1 .

$$\frac{2 \sin \theta_0 \sin \theta_1}{A_1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sin^2 \theta} > \Psi > \frac{2 \sin \theta_0 \sin \theta_1}{A_0} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sin^2 \theta}.$$

Reste à déterminer la valeur de l'intégrale. On a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin^2 \theta} &= \frac{1}{1 - \cos^2 \theta} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} \right], \\ 2 \int \frac{d\varphi}{\sin^2 \theta} &= \frac{d\varphi}{(1 - \cos \theta_1) \sin^2 \varphi + (1 - \cos \theta_0) \cos^2 \varphi} \\ &\quad + \frac{d\varphi}{(1 + \cos \theta_1) \sin^2 \varphi + (1 + \cos \theta_0) \cos^2 \varphi}. \end{aligned}$$

Pour évaluer ces intégrales, considérons l'ellipse :

$$px^2 + qy^2 = 1, \quad p^2(p \cos^2 \varphi + q \sin^2 \varphi) = 1.$$

L'aire de cette ellipse a pour expression :

$$\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} r^2 d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{p \cos^2 \varphi + q \sin^2 \varphi} = \pi : \sqrt{pq}.$$

On tire de là :

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sin^2 \theta} &= \frac{\pi}{4} \left[\frac{1}{\sqrt{(1 - \cos \theta_1)(1 - \cos \theta_0)}} + \frac{1}{\sqrt{(1 + \cos \theta_1)(1 + \cos \theta_0)}} \right] \\ &= \frac{\pi}{2} \cos \frac{\theta_1 - \theta_0}{2} \frac{1}{\sin \theta_0 \sin \theta_1} = \frac{\pi}{4} \frac{\sqrt{2 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + 2 \sin \theta_0 \sin \theta_1}}{\sin \theta_0 \sin \theta_1}. \end{aligned}$$

On tire de là pour les limites de Ψ

$$\begin{aligned} \Psi &< \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + 2 \sin \theta_0 \sin \theta_1}{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_1}}, \\ \Psi &> \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + 2 \sin \theta_0 \sin \theta_1}{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_0}}. \end{aligned}$$

Considérons par exemple la limite inférieure; nous pouvons écrire :

$$\Psi > \frac{\pi}{2} \sqrt{1 + \frac{1 - \cos^2 \theta_0 + 2 \sin \theta_0 \sin \theta_1}{1 + 2 \cos \theta_0 \cos \theta_1 + \cos^2 \theta_0}} > \frac{\pi}{2}.$$

Ainsi Ψ est constamment supérieur à $\pi : 2$.

On démontre qu'il admet π pour limite supérieure; je n'insiste pas, le second résultat n'ayant aucun intérêt pratique.

2° — TRAJECTOIRE VOISINE D'UN PARALLÈLE.

Supposons la trajectoire voisine d'un parallèle : les angles θ_0 et θ_1 diffèrent peu. Pour $\theta_0 = \theta_1$, les deux limites deviennent égales entre elles et à $\pi : \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta_0}$. La période en arc est :

$$\frac{4\pi}{\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta_0}} = \frac{4\pi}{\sqrt{4 - 3 \sin^2 \theta_0}}.$$

La période en temps est multipliée par 2 : $\sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta_0}$.

Ce facteur vaut 1 pour $\theta_0 = 0$; il vaut 2 pour l'autre limite $\theta_0 = \pi : 2$.

On comprend maintenant le sens du résultat énoncé au paragraphe 132. Pour voisine d'un cercle que soit la trajectoire, les périodes en arc et en temps sont celles que nous venons d'écrire. Il est naturel de les retrouver quand la trajectoire est rigoureusement un cercle, *bien qu'alors elles perdent toute signification expérimentale*.

Airy le premier énonça ces résultats (comme les suivants, du reste). Ainsi quand la trajectoire diffère peu d'un cercle, la progression des points les plus hauts et les plus bas dans le sens du mouvement est indépendante de l'écart avec le cercle; elle ne dépend que du rayon moyen, autrement dit, de l'inclinaison moyenne du pendule sur la verticale, et cela, quelle que soit la valeur de cette inclinaison entre 0 et $\pi : 2$.

3° — FORME DES TRAJECTOIRES.

La figure 143 à gauche suppose $\theta_1 < \pi : 2$.

La projection horizontale de la trajectoire ne touche pas la projection de l'équateur. On reconnaît la forme elliptique avec le déplacement

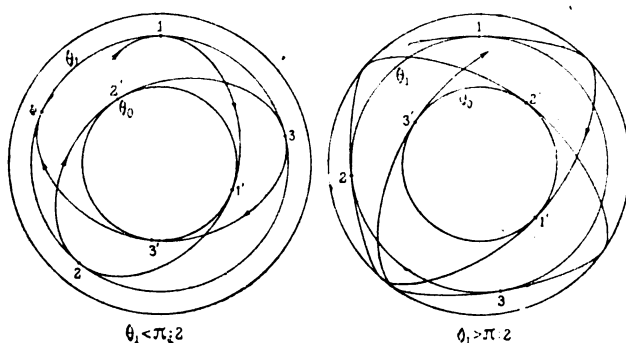


Fig. 143.

des points de tangence aux deux parallèles θ_0 et θ_1 dans le sens du mouvement du mobile.

La figure 143 à droite suppose $\theta_1 > \pi : 2$.

La projection horizontale de la trajectoire touche l'équateur entre deux tangentes consécutives aux parallèles de colatitudes θ_0 et θ_1 . Naturellement la forme de la courbe s'éloigne de plus en plus de l'elliptique.

134. Cas où l'oscillation est aplatie ou très petite.

Le cas des oscillations très petites ou très aplaties mérite une étude spéciale, comme d'une réalisation expérimentale facile.

1° — Supposons θ_0 et θ_1 assez petite pour qu'on puisse négliger $(\theta_1 - \theta_0)^2$, ou, ce qui revient au même, remplacer $\theta_0^2 + \theta_1^2$ par $2\theta_0\theta_1$.

Les quantités A_0 et A_1 sont sensiblement égales entre elles et à :

$$\sqrt{1 + 3 \cos \theta_0 \cos \theta_1} = \sqrt{4 - \frac{3}{2}(\theta_0^2 + \theta_1^2)} = 2\sqrt{1 - \frac{3}{4}\theta_0\theta_1} = 2\left(1 - \frac{3}{8}\theta_0\theta_1\right).$$

On a très exactement :

$$\Psi = \pi : A = \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{3}{8}\theta_0\theta_1\right).$$

L'arc décrit entre un maximum et le minimum consécutif, ou inversement, est un peu plus grand que $\pi : 2$, d'une quantité de l'ordre du carré de l'amplitude.

La trajectoire du centre de gravité projetée sur le plan horizontal est encore une ellipse, mais qui tourne autour de son centre avec une vitesse uniforme, égale à :

$$\frac{3\pi}{16}\theta_0\theta_1 \cdot \frac{4}{T} = \frac{3\pi}{16}\theta_0\theta_1 \cdot \frac{4}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}} = \frac{3}{8}\theta_0\theta_1 \sqrt{\frac{g}{l}},$$

dans le sens suivant lequel le mobile se déplace lui-même sur l'ellipse.

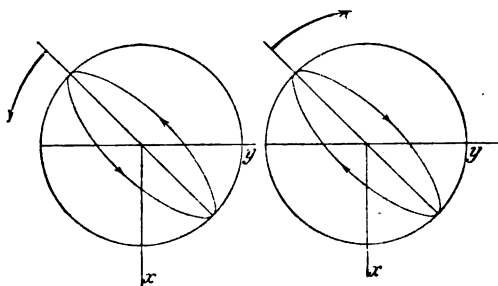


Fig. 146.

Autrement dit, en appelant a et b les demi-axes de l'ellipse, la ligne des apsides de cette ellipse exécute une révolution complète dans un multiple égal à $8l^2 : 3ab$, du temps que le pendule met à parcourir l'ellipse.

2° — Airy trouve le même résultat quand le

petit axe de l'ellipse est très petit, le grand axe ayant une valeur quelconque.

Voici les exemples numériques qu'il donne (traduits en mesures françaises).

L'extrémité d'un pendule de 13^m,83 de longueur (qui fait son tour en 8 secondes environ) parcourt une ellipse dont les axes sont

$2a = 132$ cm. et $2b = 13$ cm. On a .

$$\frac{8l^2}{3ab} = 3\,383 \times 4 = 13\,532$$

$$13\,532 \times 8 = 108\,256 \text{ secondes,}$$

soit 30 heures environ.

L'extrémité d'un pendule conique de la longueur ordinaire (qui fait son tour en 2 secondes) décrit une ellipse dont les axes sont $2a = 10$ cm. et $2b = 2$ mm. On a :

$$\frac{8t^2}{3ab} = 53\,333, \quad 53\,333 \times 2 = 106\,666,$$

soit encore 30 heures environ.

133. Réalisation des courbes.

1° — Pour étudier les trajectoires on peut utiliser l'appareil représenté fig. 138, tant au moins que θ_0 et θ_1 sont petits. On lance plus fortement, après avoir eu le soin de limiter le sable par une surface sensiblement sphérique, ce qu'on obtient aisément à l'aide d'une planche courbe ou d'un cerceau ayant un rayon convenable.

On voit les ellipses tourner comme le veut la théorie.

Dans le cas de plus grandes oscillations, on fait osciller un pendule portant une très petite lampe électrique. On la photographie avec un objectif d'axe vertical disposé sur la verticale du point de suspension, assez loin au-dessous du pendule pour que la projection ne soit pas trop déformée.

Si les amplitudes ne sont pas trop grandes, on peut encore disposer sous le pendule un réservoir à encre ou à sable fin. L'encre ou le sable s'écoulent et tracent sur un papier la trajectoire de l'extrémité de l'ajutage.

Pour fixer les idées supposons les angles θ_0 et θ_1 voisins de 10° :

$$\theta_0 = \theta_1 = 0,1745, \quad (3 : 8)\theta_0\theta_1 = 0,0114.$$

La rotation de l'ellipse par tour est de

$$360 \times 0,0114 = 4^\circ,10.$$

Il faut 88 tours pour que le grand axe de l'ellipse fasse un tour.

Si le pendule a 1 mètre de long, l'amplitude de 10° correspond à un déplacement de $17^{\text{cm}},45$ de part et d'autre de la position d'équilibre. Il faut donner à l'ellipse une excentricité suffisante pour que l'azimut du grand axe soit bien apparent.

2° — DISSYMMÉTRIE DU FIL ET DE LA SUSPENSION.

Les expériences précises sont rendues très difficiles par la nécessité de réaliser un fil et une suspension parfaitement symétriques. S'il n'en est pas ainsi, il existe toujours deux plans tels que les oscillations soient stables (abstraction faite de l'influence de la rotation terrestre); mais les périodes de ces vibrations principales sont légèrement différentes.

Le système est analogue au double pendule d'Airy étudié au § 16 du tome I. Comme l'amortissement n'est généralement pas le même pour les vibrations principales, le pendule d'abord fortement éloigné de la

verticale, finit par osciller rectilignement dans un des plans principaux, toujours le même.

C'est probablement dans la dissymétrie de la suspension ou du fil qu'il faut chercher l'explication des phénomènes complexes observés pour les grandes amplitudes, par exemple, par Dejean de Fonroque, phénomènes que n'explique pas la théorie, quand on suppose la suspension et le fil symétriques, même en faisant intervenir la rotation terrestre.

Utilisation du pendule conique comme régulateur.

136. Horlogerie à pendule conique.

1° — La figure 147 montre le dispositif ordinaire.

Le barillet B entraîne le système des roues et pignons Aa, Bb, Cc. L'axe OO' du dernier mobile est orienté suivant la verticale. Il porte un bras OD entaillé d'une fente dans laquelle passe la tige *mn* qui termine le pendule. Le point de suspension du pendule est sur le prolongement Oy de l'axe géométrique de l'arbre du dernier mobile.

Sous l'influence du ressort (qu'on peut remplacer par un poids), le rouage défile; le bras OD prend un mouvement accéléré.

Corrélativement le pendule est entraîné. Il tend à prendre une période et à faire avec la verticale un angle θ qui correspondent au couple moteur imposé par le rouage.

L'angle θ croît, jusqu'à ce que le frottement dû à l'air (qui croît aussi) équilibre le couple moteur.

Précisons d'où vient la régulation et à quelle condition elle n'est pas absolument illusoire.

Le pendule *décolle* quand la période devient inférieure à la valeur T_0 . Soit C_0 le couple moteur nécessaire pour entretenir le mouvement du rouage dans ces conditions ou les conditions voisines.

Pour les vitesses ici utilisées, la résistance de l'air croît comme le carré de la vitesse linéaire.

Pour une vitesse angulaire ω donnée, son couple résistant croît donc comme $\overline{\omega}^2$, c'est-à-dire comme $\sin^2\theta$, ou comme θ^2 si les angles sont petits.

D'autre part la période d'équilibre est donnée par la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left(1 - \frac{\theta^2}{4}\right) = T_0 \left(1 - \frac{\theta^2}{4}\right).$$

D'où résulte que le couple moteur fourni par le ressort ou le poids, est de la forme :

$$C = C_0 + A(T_0 - T).$$

Supposons C parfaitement invariable : la régulation n'est possible que si le couple résistant C_0 est lui-même invariable, ou (cette première condition ne devant jamais être satisfaite par définition même) si le

coefficient A est assez grand : l'excès de frottement introduit par la variation de la période doit être considérable.

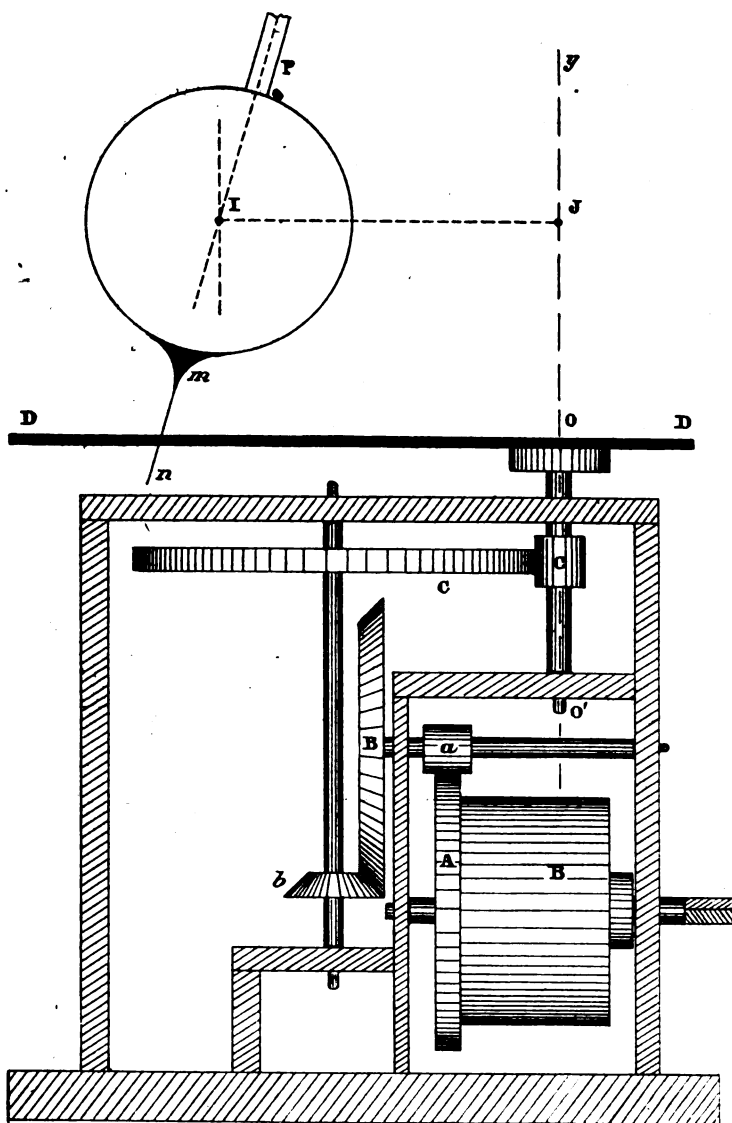


Fig. 147.

Ainsi pour que la régulation ne soit pas illusoire, il faut maintenir le couple C constant (ce qui revient à rejeter les ressorts moteurs quand une certaine précision est nécessaire); il faut réduire au minimum le travail exigé pour le fonctionnement de l'appareil à régulariser; il faut

enfin augmenter le plus possible la variation de la résistance (que nous supposons produite par l'air) connexe de la variation de période.

2° — ENTRETIEN D'UN PENDULE CONIQUE.

Quand il est nécessaire d'avoir un mouvement de rotation bien régulier, on utilise commodément le montage suivant (Serville).

Le poids qui agit sur la fourchette du pendule conique, est la demi-différence des poids P et p des poulies a et b et de ce qu'elles supportent.

Si la poulie c était immobile, le mouvement s'arrêterait bientôt.

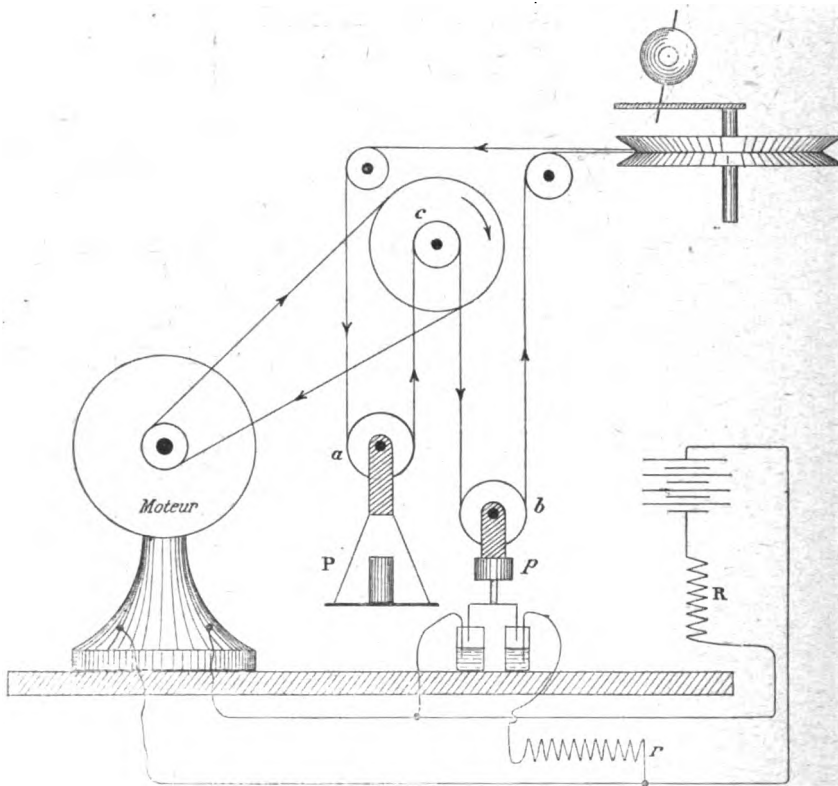


Fig. 148.

Le remontage est effectué par une dynamo qui fait tourner cette poulie; procédé dès longtemps appliqué aux horloges.

Le moteur va un peu trop vite. Mais quand la poulie b est au bas de sa course, elle introduit une dérivation qui diminue l'intensité du courant dans le moteur. Sa vitesse diminue, la poulie b remonte et supprime la dérivation. La vitesse du moteur croît,... et ainsi de suite. La régulation est parfaite, ce que prouve la constance de l'angle de la tige du pendule avec la verticale.

3° — ÉCHAPPEMENT.

Les avantages du pendule conique sont évidents.

L'échappement est supprimé, le mécanisme est réduit à la plus grande simplicité, le mouvement est continu, par suite les fractions de seconde correspondent aux fractions de tour.

Une étude plus attentive fait déchanter.

La simplification du mécanisme est plus apparente que réelle.

Si l'on veut des remontages assez espacés, on est forcé d'ajouter au moins deux mobiles de plus.

Pour fixer les idées, reportons-nous à la figure 147.

Prenons une seconde pour période du pendule. Prenons 8 comme multiplication moyenne *roue-pignon*. Les systèmes Aa, Bb, Cc, multiplient la rotation du barillet par $8^3 = 512$. Entre deux remontages à 7 tours s'écoulent $512 \times 7 = 3584$ secondes, une heure environ.

Deux mobiles de plus portent à 64 heures l'intervalle de deux remontages, ce qui n'est pas très avantageux.

On tourne la difficulté au moyen d'un *échappement pour pendule conique* dont la multiplication est de l'ordre de 30 (fig. 149, à gauche).

Prenons pour roue C une roue d'échappement à chevilles radiales. Remplaçons le pignon c par un cylindre entaillé d'une rainure parallèle aux génératrices. Pour chaque tour du cylindre ne passe qu'une cheville de la roue C. Cet échappement n'est à la vérité qu'un engrenage discontinu (comparer à l'échappement Duplex, § 23). On y gagne d'utiliser les mouvements ordinaires de pendule d'appartement. Mais le mouvement du pendule conique est moins régulier puisque son entretien, au lieu d'être continu, résulte d'une impulsion unique pour chaque tour.

Pour éviter le coincement du frottement *rentrant*, on construit le cylindre c en matière très dure, en pierre par exemple.

4° — ÉCHAPPEMENT A DÉTENTE.

Au pendule conique on peut appliquer l'échappement à détente (fig. 149, à droite).

Montons sur l'arbre OO' du plateau DD la pièce B qui porte les nez a et b. Une fois par tour le nez b agit sur le levier de détente *mnp* et déplace la goupille g. La roue d'échappement est libérée; une de ses dents donne une impulsion sur le nez a.

Le levier *mnp* échappe au nez b; la goupille g revient recevoir la dent suivante de la roue d'échappement (non représentée).

Je signale cet échappement pour en tirer un enseignement.

Un échappement *libre* pour pendule conique est une erreur mécanique.

Il est préférable que le pendule soit entretenu d'une manière continue que par un choc; l'analogie avec le pendule circulaire conduit à une conception erronée. L'échappement pour pendule conique n'a

d'autre intérêt que de donner une multiplication de l'ordre de 30, tandis qu'avec une roue et un pignon, la multiplication serait de l'ordre de 8.

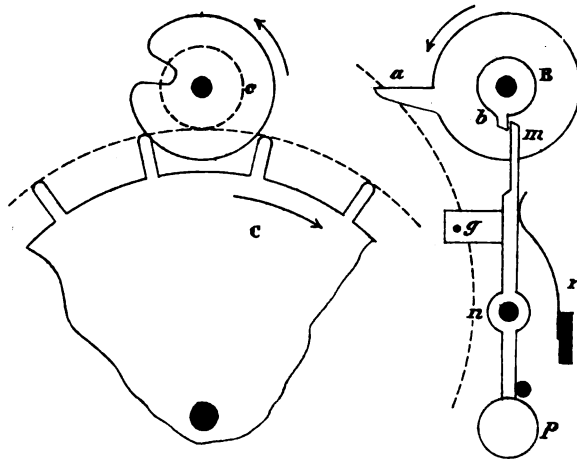


Fig. 149.

137. Entretien électrique.

Il s'obtient très facilement et permet de supprimer tout le rouage (fig. 150).

Remplaçons le bras de la figure 147 par un plateau PP, de grand diamètre pour augmenter un moment d'inertie, en aluminium pour qu'il

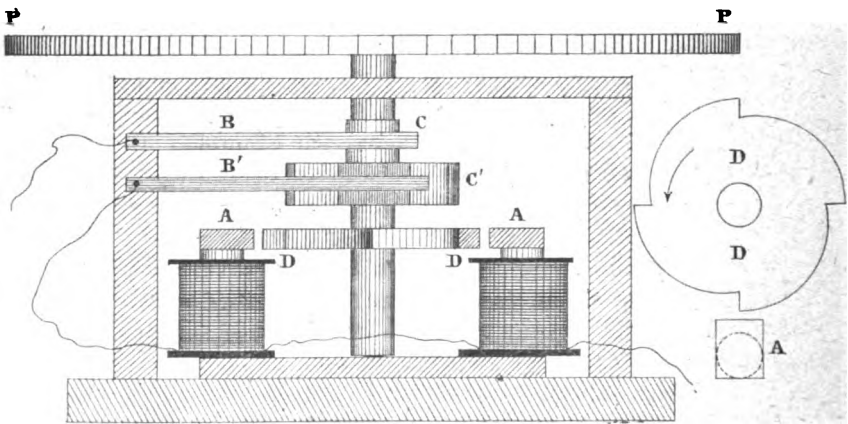


Fig. 150.

soit léger. Il porte une plaque de fer DD entaillée comme le montre la figure 150, tournant entre les pôles AA d'un électro. Un collecteur CC', monté sur l'axe et isolé de lui, interrompt le courant d'une pile quatre fois par tour, grâce aux balais frottants BB'. Le balai B appuie sur une

bague continue C; le balai B' appuie sur un cylindre C' soudé à la bague et dont quatre secteurs sont rendus isolants. Le courant est interrompu quand le disque de fer prend par rapport aux pôles A la situation représentée. Il est rétabli un huitième de tour après.

Un courant de quelques milliampères suffit pour l'entretien.

138. Approximation de l'isochronisme.

1° — Il n'est pas inutile de revenir sur la théorie du pendule conique dans le cas simple où il a décrit une trajectoire quasi circulaire.

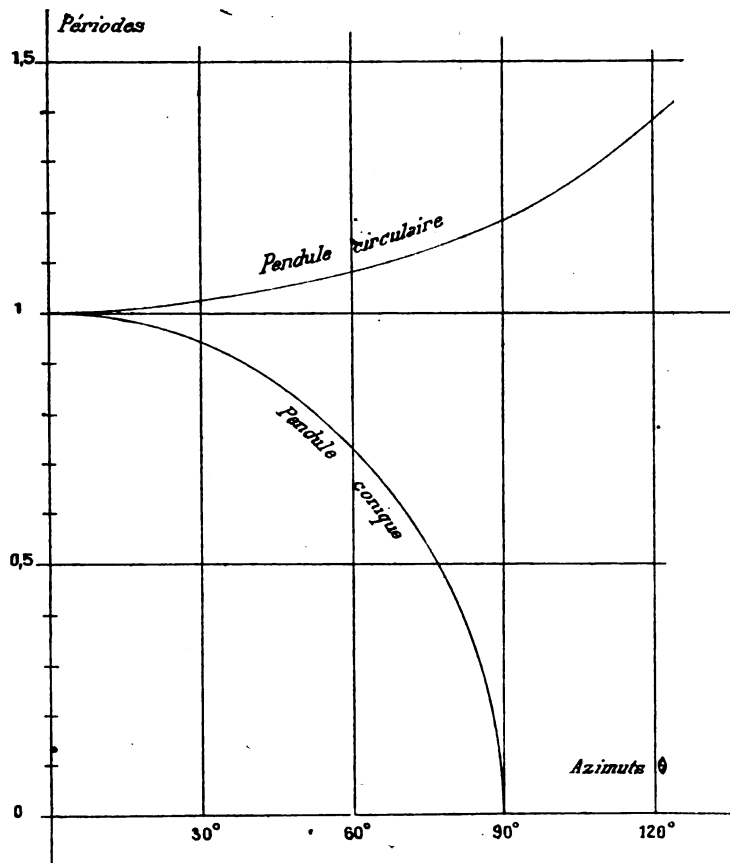


Fig. 151.

Nous avons établi la formule dans le cas d'un pendule simple.

Je renvoie le lecteur aux §§ 150 et suivants pour la démonstration de la formule générale. Celle que nous avons établie, est correcte pour un pendule constitué par une sphère (pleine ou creuse peu importe) supportée par une tige *relativement légère*.

Dans la pratique c'est la forme adoptée.

Les oscillations ne sont pas isochrones. Nous avons trouvé la formule :

$$T = T_0 \sqrt{\cos \theta} = T_0 \left(1 - \frac{\theta^2}{4} \right).$$

dans le cas des petites amplitudes. La figure 151 représente la loi complète; la période devient nulle à la limite $\theta = 90^\circ$.

Il est bon de comparer cette courbe à celle du pendule circulaire. Pour les petites amplitudes nous avons trouvé (tome I, § 21) :

$$T = T_0 \left(1 + \frac{\theta^2}{16} \right).$$

La figure 151 représente la loi complète jusqu'à 120° .

En définitive les oscillations sont isochrones pour les deux espèces du pendule, en ce sens que la courbe est horizontale pour $\theta = 0$:

$$dT : d\theta = 0, \quad \text{pour} \quad \theta = 0.$$

Mais tant s'en faut, surtout pour le pendule conique, que l'isochronisme soit absolu.

Pour rendre le pendule circulaire isochrone, il faut le raccourcir aux grands arcs; pour rendre le pendule conique isochrone, il faut l'allonger aux grands arcs. Le lecteur comparera les figures du pendule cycloïdal d'Huyghens et de son pendule parabolique : il remarquera que les développées sont tournées en sens contraires.

2° — De même que pour le pendule circulaire, le changement de poids sans changement de forme ne change pas la période. Opérons avec un pendule constitué par une sphère creuse que nous remplissons plus ou moins de grenaille de plomb : la période n'est modifiée que parce que la longueur du pendule change pendant le remplissage.

L'expérience montre que le même moteur, agissant sur le pendule plus ou moins chargé, donne des angles θ qui diminuent à mesure que la charge augmente. Ce qui tient à l'augmentation des frottements.

A mesure que le couple moteur croît, l'amplitude θ augmente; conséquemment la période diminue; l'horloge avance.

Pour de petits arcs, l'avance est quatre fois plus grande que n'est le retard pour le pendule circulaire. D'où le tableau suivant

θ en degrés.	Avance (en secondes par jour).	θ en degrés.	Avance (en secondes par jour).
1°	6 ^s ,6	5°	164 ^s ,4
2	26,3	6	236,8
3	59,2	7	322,3
4	105,2	8	420,9

Comme le pendule ne fonctionne bien que pour un angle θ assez grand (de l'ordre de 5 à 6°), l'isochronisme est assez imparfaitement

réalisé. Il ne faut donc pas considérer le pendule conique comme susceptible de fournir une extrême précision, à moins d'obtenir un angle θ parfaitement invariable. D'où la nécessité des conditions énoncées au § 136. En définitive le pendule conique n'est capable de régler qu'une machine qui par elle-même n'a qu'à peine besoin d'un régulateur.

L'élévation de température allonge le pendule, par suite retarde l'horloge. On conseille d'utiliser une tige en sapin bien sec et fortement verni. Vu la précision limitée de l'appareil, les compensations plus exactes sont illusoires.

139. Modes de suspension du pendule conique.

1.^o — Le moyen le plus simple de supporter le pendule conique est d'utiliser un fil de suspension.

On peut lui donner la longueur même du pendule; il sert alors de tige et supporte directement la sphère pesante.

On peut utiliser un fil de 2 à 3 centimètres de longueur, jouant le rôle du ressort de suspension dans le pendule circulaire.

Il est toujours difficile d'obtenir que le pendule *faisant librement des oscillations assez petites*, décrive une courbe invariable (cercle ou ellipse), preuve que ses oscillations principales sont de même période (voir la théorie du caléidophone, tome I, § 14).

Le pendule décrit une ellipse *qui se déforme*, si le fil de suspension est lui-même elliptique. On a proposé d'employer pour la suspension un fil de section carrée : on amincit l'un des côtés jusqu'à obtenir l'identité mécanique des azimuts principaux, c'est-à-dire la stabilité de l'ellipse décrite par le pendule libre.

Si le pendule *oscillant librement* décrit une ellipse invariable, il tourne rond de lui-même quand il est entraîné par le bras moteur; il y est forcé par les frottements qui se produisent dans le cas contraire.

Toutefois cela implique un ajustage convenable de l'axe OO' (fig. 147) : il faut qu'il soit exactement vertical et dans la verticale du point de suspension du pendule.

S'il n'est pas vertical, la projection horizontale de la rainure dans laquelle passe la pointe mn du pendule, ne tourne pas d'un mouvement uniforme, pour uniforme que soit la rotation de l'axe OO' .

De même, si l'axe OO' n'est pas dans la verticale du point de suspension, le point de la rainure qu'à chaque instant touche la tige mn , ne se meut pas d'un mouvement uniforme.

Corrélativement, si le réglage est mal fait, le pendule décrit, non plus un cercle, mais une ellipse telle que la vitesse de la tige mn soit à chaque instant le plus possible égale à la vitesse du point de la rainure qu'elle touche.

Conséquemment après avoir obtenu que le pendule libre décrive une courbe invariable, il faut procéder à deux réglages qui sont généra-

lement difficiles. Si la rainure est creusée dans un disque bien normal à l'axe OO' , on amène le disque à être horizontal; reste à déplacer l'axe OO' parallèlement à lui-même jusqu'à ce que le pendule tourne bien rond.

2° — La suspension à couteaux à la Cardan est compliquée et peu recommandable.

Le meilleur mode de suspension est à quatre ressorts (fig. 132).

La plaque O fixe est reliée à la pièce AA de section carrée par les ressorts CC . Le pendule P est suspendu à la plaque E qui est reliée à la pièce BB de section carrée par les ressorts DD .

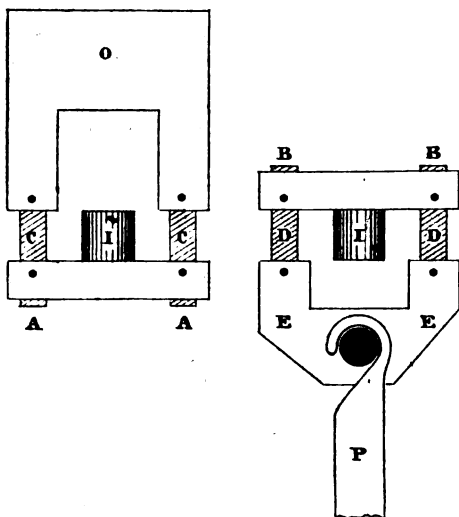


Fig. 132.

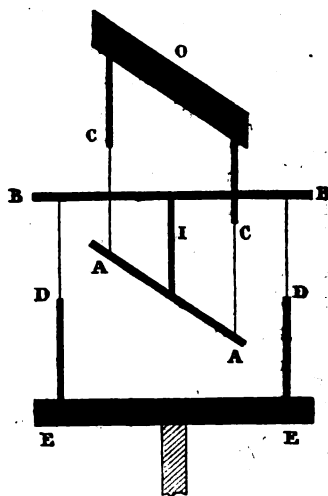


Fig. 133.

Les pièces AA et BB sont disposées à angle droit (on fera tourner l'une d'elles de 90° autour d'un axe vertical); elles sont rendues solitaires par la colonne I représentée deux fois.

La figure schématique 133 montre l'ensemble du dispositif; les ressorts y sont remplacés par des fils.

Il faut obtenir que les ressorts soient identiques et aient leurs milieux à la même hauteur; ce qui revient à dire que le pendule oscillant circulairement dans les azimuts principaux doit avoir exactement la même période. On est averti que cette condition est réalisée quand le pendule oscillant librement décrit une ellipse invariable, ou encore quand une oscillation circulaire ne devient pas elliptique.

Le réglage s'obtient en amincissant l'une des paires de ressorts.

140. Accroissement du frottement par augmentation de l'angle θ_0 .

Au paragraphe précédent nous supposons que l'accroissement du frottement de l'air suffit à la régulation quand θ_0 augmente, quand par

conséquent pour la même vitesse angulaire, la vitesse *linéaire* de la sphère croît. Si l'appareil à régler met en jeu des travaux considérables, il n'en est plus ainsi : l'accroissement de θ_0 doit créer un frottement supplémentaire aussi considérable qu'on le désire. Le pendule conique devient un des *régulateurs* que nous étudions dans le chapitre ix.

On peut utiliser le dispositif suivant (fig. 154 en projection horizontale).

A est le bout de l'axe du rouage qui est dans la verticale du point de suspension du pendule conique. L'axe porte normalement le doigt AB sur lequel est articulé en B le doigt BO. En O est un œil dans lequel entre la pointe du pendule conique. Quand la vitesse angulaire de l'axe augmente, le pendule tend à s'écarter de la verticale; l'œil O décrit la circonférence Az par rapport au doigt AB. Le nez C vient frotter contre la paroi intérieure du cylindre fixe d'acier D.

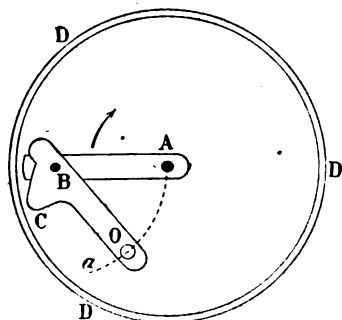


Fig. 154.

Pour adoucir les frottements et les régler, on dispose en C un tampon ou une brosse de filasse. On réalise ainsi une sorte de frein dont l'action croît avec la tendance du pendule conique à s'écarter de la verticale.

141. Remise à l'heure par train différentiel.

La remise à l'heure de l'horloge, réglée par le pendule conique est obtenue d'une manière élégante au moyen d'un train différentiel.

Le dernier rouage R' de l'horloge est relié à la roue R sur laquelle agit le pendule conique, par le train satellite r, r' .

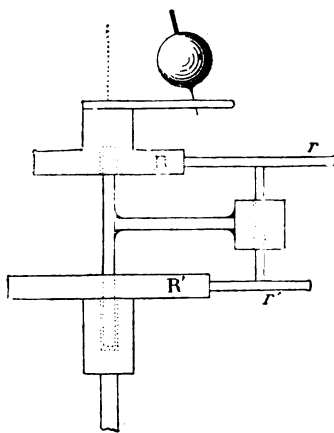


Fig. 155.

Soit ω, ω' , les vitesses angulaires des roues R, R' . Soit λ la vitesse angulaire de l'arbre porte-satellite. On a (voir *Mécanismes*) :

$$\lambda \left(\frac{R}{r} - \frac{R'}{r'} \right) = \omega \frac{R}{r} - \omega' \frac{R'}{r'}$$

Faisons $R = r$; il reste :

$$\lambda \left(1 - \frac{R'}{r'} \right) = \omega - \omega' \frac{R'}{r'}$$

Quand le satellite est immobile ($\lambda = 0$), on a simplement :

$$\omega' R' = \omega r'.$$

En tournant le satellite dans un sens ou dans l'autre, on augmente ou l'on diminue d'autant peu qu'on veut la vitesse angulaire ω' , la vitesse ω demeurant invariable. D'où une remise à l'heure.

Rédier propose d'utiliser ce système pour obtenir un *comparateur chronométrique* (voir *Mécanismes*). On amène en coïncidence l'horloge à pendule conique avec les horloges à comparer. L'angle dont il faut tourner le satellite, est proportionnel au retard ou à l'avance relatives.

142. Utilisation du pendule conique pour réaliser des fractions connues de seconde.

1° — On a souvent besoin dans les laboratoires de produire des signaux lumineux périodiques, distants d'un intervalle de temps connu, de l'ordre de 0,1 à 1 seconde. Il est bon qu'on puisse de temps à autre réétalonner l'appareil.

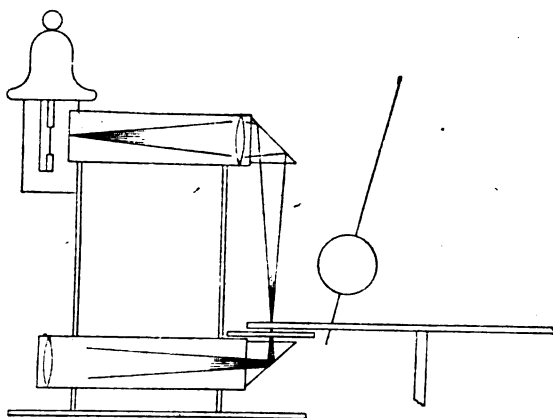


Fig. 136.

Outre que les diapasons ne sont commodes que pour l'inscription directe (style fixé sur le diapason et agissant sur une plaque enfumée), le problème tourne dans un cercle vicieux dès qu'on n'a pas confiance dans l'étalonnage du constructeur.

La solution qui suit, ne présente d'autre inconvénient que le

prix nécessairement élevé de l'appareil, bien qu'à la rigueur on le puisse construire soi-même, en utilisant le mode d'entretien du § 136.

Un pendule conique entraîne un disque d'aluminium, de 40 centimètres de diamètre, fendu d'un trait de scie suivant 12 rayons équidistants, sur une longueur de quelques centimètres à partir du pourtour. Ces fentes découvrent, tous les douzièmes de période, une fente étroite éclairée par une lampe Nernst. Des prismes à réflexion totale renvoient la lumière horizontalement. De petits volets permettent de couvrir de 1 à 11 fentes; on obtient donc à volonté 12, 6, 4, 3, 2, 1 éclairs équidistants par période du pendule. Rien n'empêche de prendre 24 fentes au lieu de 12; mais ce dernier nombre suffit généralement.

La période du pendule est commodément de 2 secondes.

2° — Cet appareil qui semble parfait, l'est en réalité assez peu en raison de la difficulté des réglages.

Comme toujours il faut distinguer la précision moyenne de la précision instantanée. Admettons que le pendule conique fasse un tour en un temps invariable; il n'en résulte pas que le tour soit accompli d'un mouvement uniforme.

Deux conditions évidentes sont d'abord nécessaires pour le mouvement uniforme : l'axe géométrique de rotation du disque doit être vertical; le point de suspension du pendule doit être sur l'axe géométrique. Posons que ces conditions sont réalisées : il faut encore que les vibrations *principales* du pendule soient exactement de même période.

Les vibrations principales

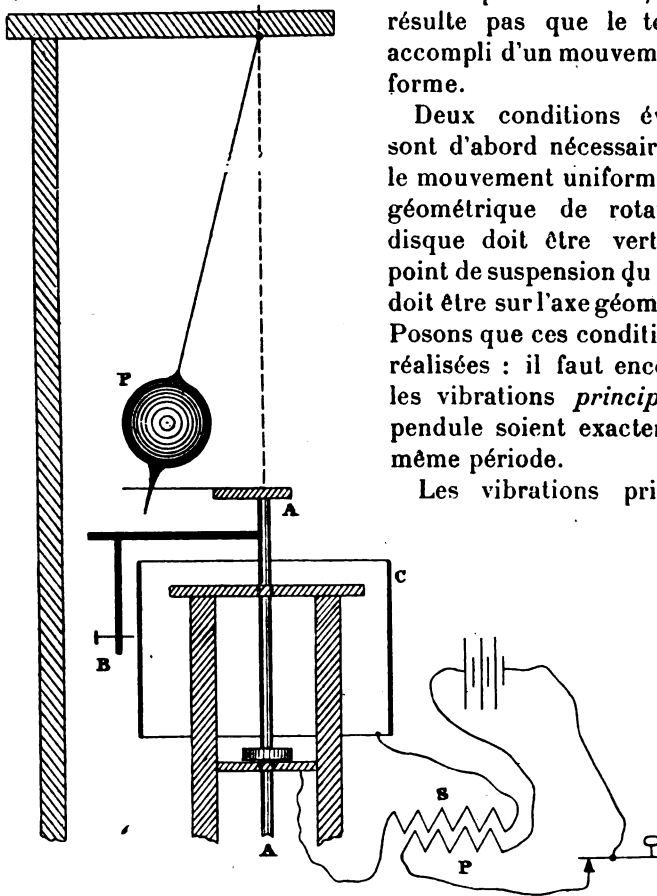


Fig. 157.

sont les vibrations planes que le pendule peut accomplir (voir plus haut, § 139).

143. Pendule conique comme chronographe enregistreur.

L'axe AA est solidaire d'un mouvement d'horlogerie (fig. 157); sa rotation est réglée par un pendule conique. Il entraîne une pointe de platine B qui tourne devant un cylindre fixe C (dont on a supprimé la moitié pour montrer la disposition de l'appareil).

Sur le cylindre est tendu du papier.

Les extrémités du secondaire S d'une bobine d'induction SP sont reliées au cylindre C, et à la pointe B par l'intermédiaire du rouage. Quand on rompt le primaire P, une étincelle éclate entre la pointe et le cylindre; elle perce un trou dans le papier.

Le temps qui sépare deux interruptions est mesuré par la distance des trous correspondants.

Pour que les trous ne se confondent pas, un second mouvement d'horlogerie impose au cylindre C un mouvement vertical lent.

La pointe P décrirait donc une hélice sur le cylindre à *supposer qu'elle le touche*, ce qui n'est pas.

Pour fixer les idées, B fait un tour par seconde; la circonférence du cylindre est d'un mètre. Le millième de seconde vaut un millimètre.

La précision de la méthode est subordonnée à la précision avec laquelle l'étincelle est dirigée suivant la normale au cylindre passant par la pointe B. L'expérience montre qu'il en est ainsi pourvu que la pointe soit assez voisine du cylindre. Le papier est perforé d'un petit trou, unique et parfaitement net, visible par transparence.

144. Pendule barométrique pour enregistrer la pression moyenne.

On a proposé depuis longtemps de prendre pour régulateur d'une horloge un pendule conique dont une partie est constituée par un baromètre à siphon. Les variations de pression se traduisent par une variation de la longueur du pendule simple équivalent; la variation de marche de l'horloge est proportionnelle à la variation de la pression moyenne.

L'avantage du pendule conique est d'éviter l'oscillation du mercure qui trouble le phénomène pour le pendule circulaire.

Supposons invariable l'amplitude du pendule. Le problème se ramène au transport d'un poids d'un niveau à un autre : il est facile de calculer la variation du moment d'inertie et la variation de période qui correspondent à une variation de la pression atmosphérique.

Malheureusement des perturbations s'introduisent qui rendent le projet peu pratique. Sans parler de la température (qu'on peut rendre pratiquement invariable en plaçant l'horloge dans une cave), il est clair que la force centrifuge intervient pour diminuer la hauteur de la colonne. Or elle dépend de l'amplitude, par suite des frottements (en particulier de l'épaississement des huiles).

Je laisse au lecteur le soin de calculer les formules, ce qui ne présente aucune difficulté. Pour une température et une pression atmosphérique invariables, il calculera la variation de période en fonction de l'amplitude.

145. Oscillation d'une tige rigide chargée d'un poids.

1° — Une tige cylindrique encastree à l'un de ses bouts se conduit exactement comme un pendule conique, au moins pour les petites

amplitudes. Elle peut donc servir à régler un appareil. Pour ne pas exagérer l'encombrement et cependant avoir des durées assez longues sans être forcé de trop diminuer la section de la tige, on en enroule une partie sous forme de ressort à boudin. La partie rectiligne porte une sphère; on règle la période en faisant varier sa position le long de la tige. L'extrémité de celle-ci entre dans la fourchette de la figure 147 ou dans l'œil de la figure 154.

Le régulateur à tige est employé dans les télégraphes Hughes et Baudot : voici en quelques mots le principe du premier de ces appareils.

2° — TÉLÉGRAPHE HUGHES.

Deux appareils placés aux deux extrémités d'une ligne doivent être exactement synchronisés, de façon que l'émission d'un courant par le premier produise l'impression d'une certaine lettre par le second.

Imaginons un *chariot* qui tourne autour d'un axe, décrit en une

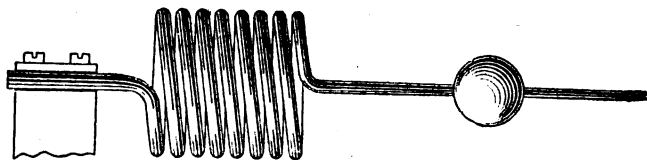


Fig. 458.

demi-seconde une circonférence et passe, sans les heurter, au-dessus de vingt-huit goujons régulièrement espacés et reliés aux touches d'un clavier. En appuyant sur une touche, on relève le goujon correspondant qui est alors rencontré par le chariot : un courant est lancé dans la ligne.

Imaginons, à l'autre bout de la ligne, une roue portant radialement vingt-huit caractères et tournant au-dessus d'une bande de papier qui se déplace uniformément. A chaque émission de courant, un électro applique le papier contre la roue : un caractère s'imprime.

Il est clair que si le chariot et la roue des types tournent synchroniquement, l'abaissement d'une touche produira l'impression d'un caractère. Si leur phase relative est convenable, le caractère imprimé sera précisément celui qui correspond à la touche.

Sismographes.

146. Nature du problème.

Sous le nom de *Séisme* le lecteur comprendra non seulement les tremblements de terre qui démolissent tout, mais les vibrations du sol causées par le passage d'un train ou même par un tombereau roulant

sur le pavé. L'explosion d'une poudrerie produit un ébranlement qui se propage fort loin et qu'enregistrent les *sismographes*.

La détermination des mouvements du sol (ou *Séismes*), qui fait l'objet de la *Sismologie* (ou *Séismologie*), irait de soi si l'on possédait des repères fixes. En fait, le sol entraîne avec lui les objets qui reposent dessus. Heureusement il ne les entraîne pas tous avec la même vitesse; de sorte que si nous ne possédons aucun repère rigoureusement fixe, nous pouvons obtenir des repères dont la fixité *au moins momentanée* soit aussi complète qu'il est désirable. Il suffit de réaliser des masses

suffisamment lourdes, reliées au sol de la manière la plus lâche possible, c'est-à-dire soustraies autant que possible à l'action motrice de la pesanteur.

Par suite, le plus simple des *sismographes* pour mouvements horizontaux du sol est une masse lourde M suspendue à un fil très long. Plus long est le fil, mieux la masse est soustraite à l'action motrice horizontale de la pesanteur; corrélativement, plus sa période d'oscillation est longue. Elle nous servira de point fixe (fig. 159).

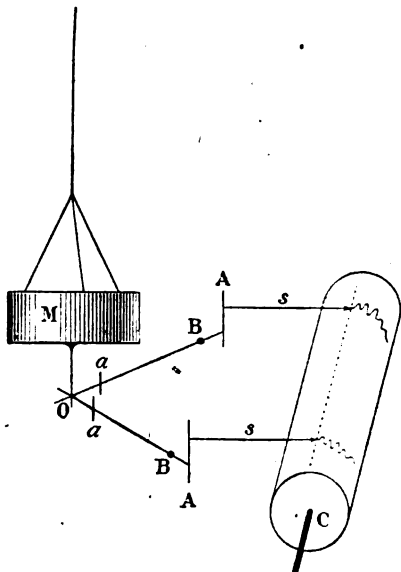


Fig. 159.

À son extrémité inférieure est fixé un style qui se meut dans deux coulisses creusées dans les bras courts de deux leviers rectangulaires tournant autour des axes verticaux a . Par l'intermédiaire des articulations B , ces leviers agissent sur les axes verticaux A , et par suite sur les styles horizontaux s qui en sont solidaires. On obtient sur le cylindre horizontal C , recouvert de papier enfumé, deux graphiques qui correspondent à deux composantes rectangulaires du mouvement horizontal du sol.

L'inconvénient de cet appareil est son encombrement. Un pendule ayant une période de 2 secondes est long d'un mètre environ; un pendule ayant une période de 10 secondes est long de 25 mètres. Or un bon sismographe doit osciller aussi lentement, pour que ses déplacements propres ne gênent pas l'inscription des déplacements du sol.

De cette condition dérivent les appareils décrits dans les paragraphes suivants.

147. Pendule duplex.

1° — L'extrémité supérieure d'un pendule ordinaire est fixée en A .

Appelons m sa masse, p son poids, l la distance $\overline{AG}$ de son centre d'inertie au point A, I son moment d'inertie par rapport à un axe horizontal quelconque passant par A.

Un second pendule *renversé* s'appuie au point B situé sur la verticale du point A. Accentuons ses caractéristiques.

Les deux pendules sont rendus solidaires par le procédé suivant.

La sphère S est creusée d'un canal diamétral cylindrique, dans lequel entre la boule b terminant le second pendule.

Dans la figure 160, la sphère S est coupée en deux pour montrer le dispositif. Soient :

$$L = \overline{Ab}, \quad L' = \overline{Bb};$$

on a :

$$\theta L = \theta' L'. \quad (1)$$

Écrivons les équations du mouvement.

Nous bornant aux petites amplitudes, nous calculerons la période en supposant plane l'oscillation du point b .

Soit θ_0 , θ'_0 les elongations maxima; l'énergie potentielle est :

$$\begin{aligned} W &= pl(\cos\theta - \cos\theta_0) - p'l'(\cos\theta' - \cos\theta'_0) \\ &= \frac{pl}{2}(\theta_0^2 - \theta^2) - \frac{p'l'}{2}(\theta_0'^2 - \theta'^2). \end{aligned}$$

Le signe — devant le second terme vient de ce que le pendule inférieur est au voisinage d'une position d'équilibre *instable*.

Le théorème des forces vives donne :

$$l\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + l'\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)^2 = pl(\theta_0^2 - \theta^2) - p'l'(\theta_0'^2 - \theta'^2).$$

Utilisons la condition (1); multiplions partout par L'^2 :

$$(lL'^2 + l'L^2)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = (pL'^2 - p'lL^2)(\theta_0^2 - \theta^2). \quad (2)$$

Comparant avec les résultats obtenus pour le pendule composé (tome I, § 20), on trouve la période :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{lL'^2 + l'L^2}{pL'^2 - p'lL^2}}. \quad (3)$$

En particulier, supposons les pendules constitués par deux masses placées aux extrémités des tiges Ab et Bb ; posons :

$$l = L, \quad l' = L'; \quad I = ml^2, \quad I' = m'l'^2;$$

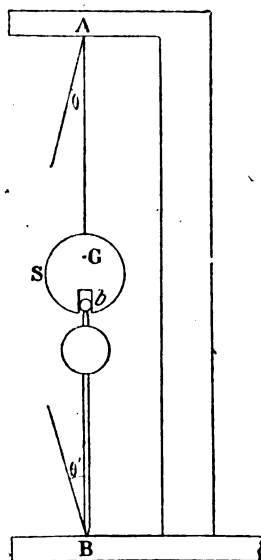


Fig. 160.

il vient :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l'}{g} \frac{m + m'}{m' - m'l}}. \quad (3')$$

On peut obtenir des périodes longues avec des dimensions restreintes. Faisons par exemple :

$$m = m', \quad l = 1 \text{ mètre}, \quad l' = 1^{\text{m}}, 25;$$

d'où :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{10}{g}}.$$

Tout se passe comme pour un pendule de 10 mètres, avec une hauteur d'appareil de 2^m, 25 seulement.

2° — En général, les masses pendulaires sont constituées par des boîtes cylindriques plates de laiton remplies de plomb (disques épais horizontaux). Le pendule supérieur est porté par une suspension trifilaire; ce qui supprime les vibrations de torsion autour d'un axe vertical et permet de disposer axialement la tige d'enregistrement, dans le prolongement du pendule inférieur. Cette tige est montée à la cardan, de manière que son extrémité supérieure ait un déplacement semblable à celui de l'extrémité inférieure (imposé par le pendule) et plus grand dans un rapport de 6 à 10 pour préciser. A l'extrémité supérieure de la tige est articulée (à charnière) une tige horizontale qui trace le graphique sur un plan horizontal enfumé.

148. Pendule de Wiechert.

Pour obtenir une durée d'oscillation considérable sans un encombrement inadmissible (*pendule quasiment astatique*), Wiechert emploie une masse M énorme (on est allé jusqu'à plusieurs milliers de kilogrammes), placée en équilibre instable sur la pointe P qui repose sur le sol (en réalité par l'intermédiaire d'une suspension à la cardan).

Le point A de cette masse est articulé sur deux systèmes de tiges à angle droit l'un de l'autre.

La figure 161 n'en représente qu'un.

Il faut rendre l'équilibre stable. Pour cela, la tige OBCD qui tourne autour de l'axe horizontal O, est tirée par deux ressorts antagonistes RR. Si les ressorts sont assez puissants, c'est-à-dire si le coefficient E par lequel il faut multiplier l'allongement pour avoir la tension, est assez grand, l'équilibre devient stable.

Il l'est *pour toutes les directions*, puisque par hypothèse il existe deux systèmes identiques rectangulaires.

Il faut amortir les oscillations; c'est à quoi sert le cylindre E articulé sur le levier OCD, suspendu par deux fils et se déplaçant dans un cylindre de rayon peu supérieur. Le frottement est dû à l'air.

On peut rendre le système presque apériodique (tome I, § 153).

Il faut multiplier les déplacements du pendule.

On y parvient par le jeu de leviers $\overline{OB}$, $\overline{OD}$; $\overline{IJ}$, $\overline{KL}$.
L'amplification est mesurée par le rapport :

$$(\overline{OD}) \cdot (\overline{KL}) : (\overline{OB}) \cdot (\overline{IJ}).$$

Quand le sol se déplace, il entraîne les pièces S, S. Grâce à l'inertie considérable du système M, le point A reste momentanément fixe; d'où un déplacement de l'extrémité L mesurant, en l'amplifiant, le mouvement du sol dans la direction AB.

Le système à angle droit mesure au même instant le mouvement du sol dans la direction rectangulaire.

Si le sol n'accomplit qu'un seul déplacement, le point A du pendule

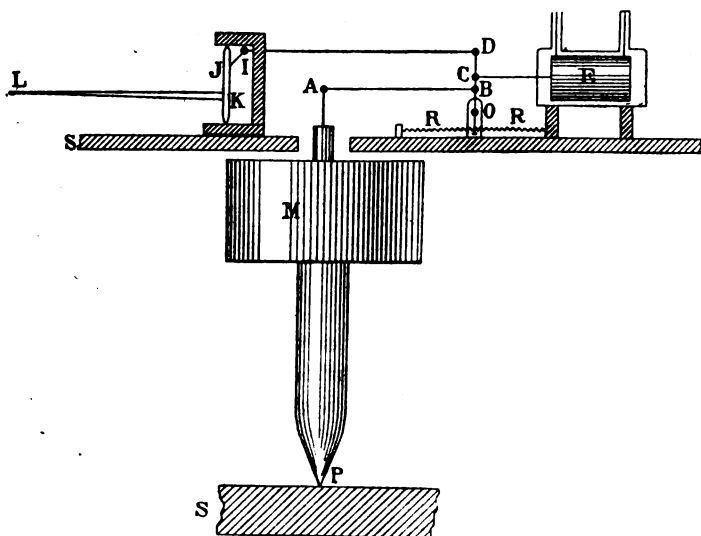


Fig. 161.

finir par reprendre lentement, sans oscillation appréciable, du moins avec des oscillations très lentes et très amorties, sa position d'équilibre par rapport à la nouvelle situation du sol.

Si le sol oscille, le point A du pendule reste quasiment immobile, vu la durée de ses propres oscillations.

Le lecteur trouvera dans notre *Acoustique des Solides* la discussion des résultats obtenus avec les sismographes.

149. Axe de rotation incliné sur l'horizon; pendule dit horizontal.

Si l'axe de rotation d'un pendule est incliné d'un angle i sur la verticale, chacun de ses points décrit un plan, incliné de l'angle i sur l'horizon. Tout se passe comme pour un pendule ordinaire d'axe horizontal; mais

seule intervient la composante de la pesanteur normale à l'axe de rotation (tome I, § 46) :

$$p \sin i.$$

La ligne de plus grande pente du plan normal à l'axe de rotation joue le rôle de verticale : pour l'équilibre, elle contient le centre d'inertie.

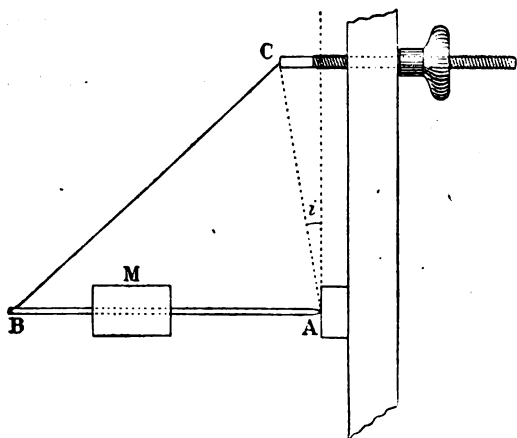


Fig. 162.

On prendra comme exemple d'un tel pendule les portes qui se referment seules par suite de la non-verticalité de leur axe de rotation (portes des passages à niveau,...).

La période du pendule ordinaire doit être multipliée par $1 : \sqrt{\sin i}$.

La figure 162 représente un pendule très employé en *Sismologie*, sous le nom de *pendule horizontale*. Une masse très lourde (qui peut atteindre plusieurs cen-

taines de kilogrammes) glisse sur une tige AB, dont la pointe A fait pivot sur une pièce lourde solidement liée au sol et entraînée par lui dans ses mouvements. Le fil CB est fixé en C à une pièce qui permet d'avancer ou de reculer le point d'attache C, et par conséquent de modifier l'inclinaison i de l'axe de rotation, appelée *angle de stabilité*. On impose au pendule une période aussi longue qu'on veut.

On atteint aisément 20 secondes.

C'est une excellente manipulation que d'étudier le fonctionnement de cet appareil (changement de i , déplacement de la masse,...).

Avec deux appareils parallèles ou à angles droits, on répète très aisément les expériences de composition d'oscillations parallèles ou rectangulaires (§ 15 du tome I).

CHAPITRE IX

RÉGULATEURS

150. Corps tournant autour d'un axe et oscillant autour d'un axe perpendiculaire.

Dans le chapitre précédent nous supposons toujours le corps réduit à un point matériel. Pour faire la théorie des régulateurs nous devons poser le problème d'une manière plus générale.

1° — Par le centre d'inertie G du corps (masse M) et par l'axe de rotation Oz , faisons passer le plan xOz .

Par hypothèse le corps peut osciller autour d'un axe $O'Y$ normal à xOz .

Pour ne pas compliquer inutilement le problème, posons que le plan xOz ainsi défini est de symétrie pour le corps, et que la droite $O'G$ est axe principal d'inertie pour le centre d'inertie. Les trois axes principaux d'inertie pour le point G sont donc parallèles aux axes $O'Z$, $O'Y$, $O'X$; les valeurs correspondantes des moments d'inertie sont C , B , A .

Enfin d'après un théorème connu, les axes principaux d'inertie pour le point O' sont parallèles à ceux du centre d'inertie.

Soit θ l'angle $xO'X$. Posons :

$$l = \overline{O'G}, \quad b = \overline{OO'}.$$

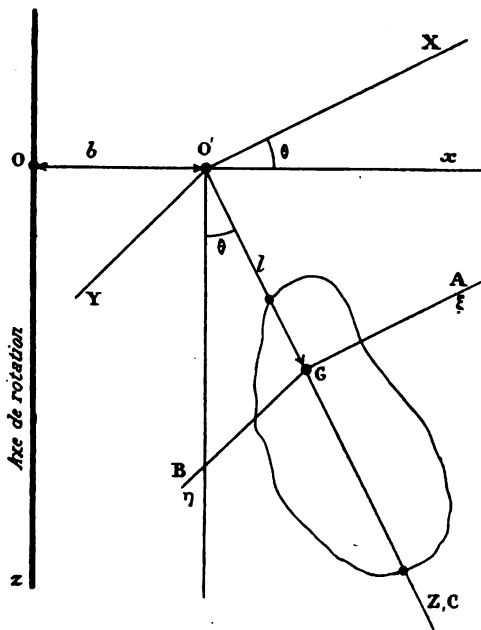


Fig. 163.

On a pour les moments d'inertie relatifs au point O' :

$$\Sigma m(Y^2 + X^2) = C, \quad \Sigma m(Y^2 + Z^2) = Ml^2 + A.$$

D'où :

$$\Sigma m(Z^2 - X^2) = Ml^2 + A - C.$$

Le point O' étant sur l'axe principal d'inertie pour le centre d'inertie, on a :

$$\Sigma mXZ = 0.$$

Enfin la définition du centre d'inertie donne les relations :

$$\Sigma mX = 0, \quad \Sigma mZ = Ml.$$

2° — Le corps étant ainsi défini, évaluons le potentiel de la force centrifuge (voir *Dynamique*). Il est :

$$-\sum \frac{m\omega^2 x^2}{2} = -\sum \frac{m\omega^2}{2} (b + X \cos \theta + Z \sin \theta)^2.$$

Développons la parenthèse, utilisons les expressions ci-dessus démontrées. Nous obtenons (au facteur $-\omega^2 : 2$ près) :

$$\begin{aligned} & b^2 M + \cos^2 \theta \Sigma mX^2 + \sin^2 \theta \Sigma mZ^2 + 2bMl \sin \theta \\ &= b^2 M + (Ml^2 + A - C) \sin^2 \theta + \Sigma mX^2 + 2bMl \sin \theta. \end{aligned}$$

Puisqu'il s'agit uniquement de rotations autour de $O'Y$, supprimons tous les termes qui ne dépendent pas de θ ; les autres disparaissent dans les dérivations. D'où enfin pour le potentiel cherché :

$$V = -\frac{\omega^2}{2} [(Ml^2 + A - C) \sin^2 \theta + 2bMl \sin \theta].$$

3° — Le couple provenant de la force centrifuge qui tend à faire tourner le corps autour de $O'Y$, s'obtient en dérivant V par rapport à θ ; il a donc pour expression :

$$\Gamma = \omega^2 \cdot \sin \theta \cdot \cos \theta [Ml^2 + A - C] + \omega^2 bMl \cos \theta.$$

En particulier quand les forces appliquées se réduisent à la pesanteur, l'équation d'équilibre est :

$$\omega^2 \sin \theta \cdot \cos \theta [Ml^2 + A - C] + \omega^2 bMl \cos \theta = Mgl \sin \theta.$$

Quand $b = 0$, on a la formule capitale :

$$\omega^2 = \frac{Ml}{Ml^2 + A - C} \frac{g}{\cos \theta}.$$

4° — CAS PARTICULIERS.

a) L'ellipsoïde principal est de révolution autour de $G\eta$ ($A = C$).
Tout se passe alors comme pour un point G de masse M .

La condition est réalisée pour une sphère, ce que nous supposons dans le chapitre précédent. Mais on peut remplacer la sphère par un ellipsoïde de révolution d'axe $G\eta$, ou tout autre corps, même dissymétrique de forme, pour lequel $A = C$. Il va de soi qu'en pratique on réalise plus aisément la condition en prenant un corps de révolution.

L'équilibre a lieu pour :

$$\omega^2 = g : l^2 \cos \theta.$$

b) Faisons :

$$Ml^2 + A = C.$$

L'ellipsoïde d'inertie pour le point O' est de révolution autour de $O'Y$. L'énergie potentielle de force centrifuge se réduit à :

$$V = -\omega^2 b M l \sin \theta.$$

Nous appliquerons ce théorème à propos du régulateur de Villarceau. L'équilibre a lieu pour :

$$\omega^2 b = g \operatorname{tg} \theta.$$

Le lecteur se reportera au début de mon Cours de *Dynamique générale* pour la théorie des moments d'inertie. Je rappelle que si la symétrie de corps implique la symétrie de l'ellipsoïde d'inertie, l'inverse n'est pas vrai : en particulier de ce que le corps admet un ellipsoïde de révolution autour d'une droite et pour un point de cette droite, il ne faudrait pas s'imaginer qu'il soit de révolution autour de cette droite, ni même qu'il admette deux plans de symétrie passant par cette droite.

151. Généralités sur les régulateurs.

Les *régulateurs* sont destinés à maintenir à peu près constante la vitesse d'une machine. La plupart utilisent l'action de la force centrifuge sur des masses convenablement disposées. Elles tendent à s'écarter de l'axe de rotation ; elles y sont ramenées par des forces qui équilibrent la force centrifuge.

Les inventeurs se sont donné carrière ; c'est par centaines que les brevets se comptent. Les appareils sont naturellement plus admirables les uns que les autres ; c'est dire qu'ils donnent à peu près tous les mêmes résultats moyens : les plus simples sont donc les meilleurs.

On cherche à réaliser l'*isochronisme* approché : c'est dire que pour une certaine vitesse ω_1 , l'appareil est à l'un des bouts de sa course ; pour une autre vitesse ω_2 , il est à l'autre bout ; on s'arrange de manière que la différence $\omega_1 - \omega_2$ soit assez petite.

Le régulateur est chargé de modifier la puissance motrice (ouverture plus ou moins grande de la vanne d'une machine à vapeur, modification de la détente, introduction d'une résistance dans un circuit,...), ou de modifier les résistances (régulateurs d'absorption à ailettes,...). Les premiers sont économiquement supérieurs ; mais dans les appareils des

physiciens et des astronomes, dans les chronographes, lunettes paralactiques, télégraphes inscripteurs, phonographes, etc., etc., la puissance motrice est si faible et d'importance si réduite, qu'on préfère introduire des frottements supplémentaires, ce qui est plus facile.

Je me garderai de passer en revue tous les mécanismes proposés.

Du point de vue éducatif, l'intérêt serait nul.

Je choisirai donc quelques types parmi les simples, je ne chercherai pas à donner aux solutions une généralité inutile. Je m'efforcerai d'apprendre aux lecteurs à poser les équations d'un problème. Sous cet aspect les régulateurs fournissent des exercices nombreux et intéressants que je recommande aux professeurs de mécanique.

152. Régulateur de Watt.

1° — Un arbre vertical entraîne deux tiges articulées en B et C, par conséquent mobiles dans un plan passant par l'axe. Elles portent deux

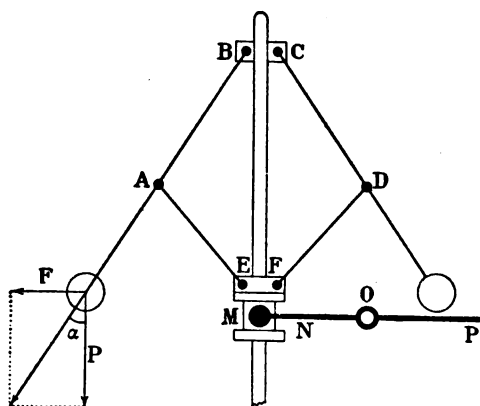


Fig. 164.

masses métalliques égales, généralement sphériques; elles sont reliées par des tiges articulées, égales, à un manchon M qui glisse sur l'axe.

Quand les boules se déplacent dans le plan vertical, le manchon se déplace le long de l'axe. Il entraîne un bouton terminant le levier NP qui tourne autour du point O dans le plan de la figure. On utilise le déplacement d'un point P de ce levier à pro-

duire l'opération régulatrice (ouverture ou fermeture d'un robinet, rupture d'un courant électrique,...).

Cherchons les conditions d'équilibre quand l'appareil est animé d'une vitesse angulaire uniforme ω autour de l'axe vertical.

Négligeons la masse des tiges devant celle des sphères. Le paragraphe 150 donne comme position d'équilibre θ (l'angle est marqué α sur la figure 164) :

$$\cos \theta = \frac{g}{\omega^2 l}, \quad n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l \cos \theta}},$$

n est la fréquence.

Les boules ne commencent à s'écarter que pour θ réel, $\cos \theta < 1$.

Il faut que la vitesse angulaire dépasse $\omega_0 = \sqrt{g : l}$.

Quand $\omega > \omega_0$, $\cos \theta$ décroît, θ croît.

En vertu des propriétés du cosinus, la fréquence demeure sensiblement la même tant que θ reste petit.

L'angle θ étant fonction de ω , il en est de même de la position du manchon, par suite d'un point P quelconque du levier qu'il commande. Le déplacement du levier ferme plus ou moins le robinet d'admission de la vapeur dans une machine à vapeur, introduit une résistance électrique dans le circuit de la dynamo qui conduit l'appareil, agit sur un frein qui, absorbant de l'énergie, réduit automatiquement la vitesse.

2° — Fixons les ordres de grandeur des forces en jeu.

Soit 10 kilogs la masse de chaque boule.

Pour 2 tours à la seconde, la vitesse angulaire est $4\pi = 12,57$.

A la distance d'un mètre de l'axe, la force centrifuge est :

$$\frac{12,57^2}{g} \times 10 = 161 \text{ kilogs.}$$

A la distance $R = 20$ cm. de l'axe et pour les 2 boules, on trouve 64,4 kilogs.

Si la vitesse croît d'un trentième, la force croît d'un quinzième environ, soit de 4,3 kilos.

Telle est la force *horizontale disponible* pour le réglage.

Évaluons la force *verticale* sur le manchon dans l'hypothèse où la tige portant la boule est coupée en son milieu par le point A; supposons qu'on ait $\overline{AB} = \overline{AE}$, enfin $\theta = 45^\circ$.

On trouve : $dh + dr = 0$.

Le principe du travail virtuel nous apprend que l'accroissement de la force verticale sur les manchons (force disponible pour le réglage) est égale à la variation de la force horizontale sur les boules (4,3 kilos dans nos hypothèses).

153. Formule complétée.

1° — Ce calcul ne tient pas compte du poids du manchon.

Explicitons-le ainsi que son déplacement vertical.

Appelons x, z , les coordonnées du centre des sphères par rapport aux axes Ox, Oz . Soit Z la coordonnée du point C (manchon). On a :

$$z = l \cos \theta, \quad Z = 2a \cos \theta.$$

L'énergie potentielle des sphères (chacune de masse M et de poids P) est :

$$E = E_0 - 2Pz = E_0 - \frac{Pl}{a} Z.$$

L'énergie potentielle du manchon de poids p est :

$$e = e_0 - pZ.$$

La force centrifuge dérive, si l'on veut, d'une énergie potentielle (§ 151) :

$$-M\omega^2 x^2 = -M\omega^2(l^2 - z^2).$$

L'énergie totale est donc (à une constante près) :

$$-\left(p + \frac{Pl}{a}\right)Z + M\omega^2 \frac{l^2}{4a^2} Z^2.$$

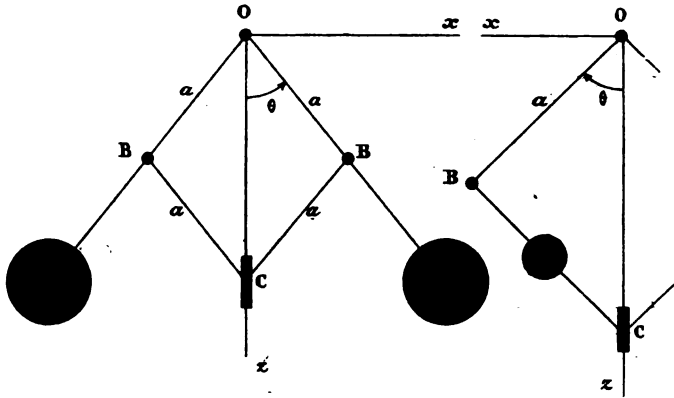


Fig. 165.

Écrivons qu'elle est minima :

$$\omega^2 Z = 2a \frac{Pl + pa}{Ml^2}. \quad (1)$$

En négligeant le poids p du manchon, en remplaçant Z par sa valeur, nous retrouvons la formule précédente :

$$\omega^2 = \frac{g}{l \cos \theta}.$$

2° — Les ingénieurs utilisent la courbe d'équation (1) construite en portant $\omega^2 = X$, en abscisses.

Cette courbe donne la position du manchon pour toutes les vitesses. Dans le cas présent c'est une hyperbole équilatère.

Le calcul précédent ne tient pas compte des frottements.

En fait pour chaque vitesse, c'est-à-dire pour chaque ordonnée $C''CC'$, les hauteurs du manchon sont comprises entre les limites C'' et C' .

Nous pouvons tracer la courbe $A'B'$ de montée (*vitesses croissantes*) et la courbe $B''A''$ de descente (*vitesses décroissantes*).

Au passage par la même vitesse, le manchon est plus bas pour la vitesse croissante que pour la vitesse décroissante.

Plus les courbes $A'B'$, $A''B''$, sont voisines, plus le régulateur est sensible, suivant la définition des ingénieurs.

Les vitesses maxima et minima qui interviennent dans le fonctionnement du régulateur, correspondent aux points B' et A''. Plus ces vitesses sont voisines, plus grande est la *régularité* de l'appareil.

La *régularité* est infinie si les courbes de montée et de descente sont confondues en une droite verticale : le régulateur est alors parfaitement *isochrone* et *sensible*.

Le régulateur est d'autant plus *stable* qu'une variation donnée de vitesse entraîne un moindre déplacement du manchon. Cela revient à dire que la stabilité croît à mesure que la courbe AB est plus

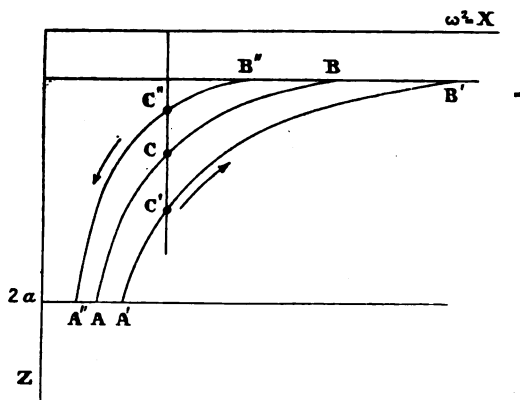


Fig. 166.

horizontale. Un régulateur isochrone est donc parfaitement instable.

3° — MODIFICATION DU RÉGULATEUR DE WATT.

Plaçons les masses M sur les tiges inférieures du losange articulé.

La trajectoire de leurs centres est une ellipse dont il est facile d'avoir l'équation. Appelons l la distance du point C au centre des sphères.

On a pour coordonnées des centres :

$$z = (2a - l) \cos \theta, \quad x = \pm l \sin \theta;$$

$$\frac{z^2}{(2a - l)^2} + \frac{x^2}{l^2} = 1.$$

On a pour hauteur du manchon :

$$Z = 2a \cos \theta;$$

Le calcul se continue comme plus haut et aboutit encore à une courbe d'équilibre hyperbole équilatère : on ne gagne donc rien à ce dispositif.

A une constante près, l'énergie potentielle des boules est :

$$-2Pz = -PZ \frac{2a - l}{a};$$

l'énergie potentielle du manchon est $-pZ$.

Enfin l'énergie potentielle fictive de la force centrifuge est $-M\omega^2 x^2$.

D'où pour énergie totale (à une constante près) :

$$-\left(p + P \frac{2a - l}{a}\right)Z + M\omega^2 \frac{l^2}{(2a - l)^2} Z^2.$$

Égalons la dérivée à zéro :

$$p + P \frac{2a-l}{a} = 2M\omega^2 \frac{l^2}{(2a-l)^2} Z.$$

En particulier, pour $l = 2a$, le centre des sphères décrit l'horizontale $z = 0$. La pesanteur des sphères n'intervient pas dans l'équilibre : pour lentement que l'appareil tourne, les sphères tendent à prendre la position la plus éloignée possible de l'axe de rotation.

154. Oscillations du régulateur de Watt. Problème de la régulation.

1° — Le problème est analogue à celui du paragraphe 129, à la différence que nous imposons la vitesse $\omega = d\psi : dt$, tandis que maintenant elle résulte du jeu de l'appareil.

Réduisons le régulateur à deux sphères, chacune de masse M , dont le centre est à la distance l de l'articulation supérieure (supposée sur l'axe de rotation AA). Pour tenir compte de l'inertie de la machine, montons sur l'axe vertical du régulateur un disque horizontal II de moment d'inertie I . Le moment d'inertie du système est :

$$I + 2Ml^2 \sin^2 \theta.$$

L'azimut du plan vertical passant par le centre des boules, est fixé par sa longitude ψ comptée à partir d'un plan fixe quelconque passant par l'axe de rotation. La machine est dans son état de régime pour $\theta = \theta_0$; posons que le régulateur par son fonctionnement même introduit un couple $-\gamma(\theta - \theta_0) = -\gamma\Theta$.

Le signe $-$ exprime que ce couple est retardateur quand la vitesse angulaire dépasse la vitesse de régime.

Le théorème des aires fournit immédiatement l'équation (voir *Dynamique*) :

$$\frac{d}{dt} \left[(I + 2Ml^2 \sin^2 \theta) \omega \right] = -\gamma(\theta - \theta_0). \quad (1)$$

Utilisons l'équation (4) du paragraphe 130 :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} - \frac{\sin 2\theta}{2} \omega^2 + \frac{g \sin \theta}{l} = 0. \quad (2)$$

Nous avons deux fonctions du temps à déterminer θ et ω .

L'équilibre correspond aux conditions :

$$\theta = \theta_0, \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_0, \quad \omega_0^2 \cos \theta = \frac{g}{l}.$$

2° — Pour étudier les petites oscillations autour des positions d'équilibre, posons :

$$\theta = \theta_0 + \Theta, \quad \omega = \omega_0 + \Omega.$$

Θ et Ω sont de petites quantités.

Développons les équations (1) et (2); substituons à θ et ω leurs valeurs. Il vient :

$$(I + 2Ml^2 \sin^2 \theta_0) \frac{d\Omega}{dt} + 2Ml^2 \omega_0 \sin 2\theta_0 \cdot \frac{d\Theta}{dt} = -\gamma \Theta, \quad (3)$$

$$\frac{d^2 \Theta}{dt^2} - \omega_0 \sin 2\theta_0 \cdot \Omega = \left(\omega_0^2 \cos 2\theta_0 - \frac{g}{l} \cos \theta_0 \right) \Theta. \quad (4)$$

Éliminons Ω entre ces équations :

$$\left(\frac{I}{2Ml^2} + \sin^2 \theta_0 \right) \frac{d^3 \Theta}{dt^3} + \omega_0^2 \sin^2 \theta_0 \left(1 + 3 \cos^2 \theta_0 + \frac{I}{2Ml^2} \right) \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \frac{\gamma}{2Ml^2} \omega_0 \sin 2\theta_0 \cdot \Theta = 0. \quad (5)$$

Cette équation donne les oscillations des boules dans le plan vertical tournant qui passe par leurs centres et par l'axe de rotation.

3° — Pour trouver la nature de la solution, substituons une expression de la forme $\exp(-kt)$; nous obtenons une équation de troisième degré en k .

Déterminons la nature de ses racines.

Les trois coefficients sont positifs.

Le théorème de Descartes nous apprend qu'il n'existe pas de racines positives. Il en existe certainement une négative.

Le terme de puissance 2 faisant défaut, la somme des racines est nulle. Elles sont donc de la forme :

$$2p, \quad p + iq, \quad p - iq.$$

D'où :

$$\Theta = \Theta_0 \exp(-2pt) + \Theta_1 \exp(pt) \cdot \sin(qt - \tau).$$

L'amplitude de l'oscillation croît donc indéfiniment.

En l'absence de frottements (ce que nous avons supposé) le réglage est impossible : le régulateur usurpe son nom.

4° — On obtient une oscillation amortie en réalisant un frottement proportionnel à la vitesse au moyen d'un dashpot.

La figure 167 montre un dispositif d'Airy.

Quand θ varie, le régulateur déplace verticalement un disque a immergé dans de l'huile. L'équation (2) devient :

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + f \frac{d\theta}{dt} - \frac{\sin 2\theta}{2} \omega^2 + \frac{g \sin \theta}{l} = 0. \quad (2')$$

L'équation donnant les petites oscillations prend la forme :

$$\left(\frac{I}{2ml^2} + \sin^2 \theta_0 \right) \left(\frac{d^3 \Theta}{dt^3} + f \frac{d^2 \Theta}{dt^2} \right) + \dots = 0. \quad (5')$$

Tous les coefficients sont encore positifs; il n'y a qu'une racine réelle et négative.

On montre aisément que la condition pour avoir les racines de la forme :

$$-l, \quad -m \pm ni,$$

où l, m, n sont positifs, est :

$$f\left(1 + 3 \cos^2 \theta_0 + \frac{I}{2Ml^2}\right) > \frac{\gamma}{2Ml^2} 2 \cotg \theta_0.$$

On peut toujours réaliser cette condition en prenant f assez grand (liquide assez visqueux, plaque assez grande), ou en augmentant la

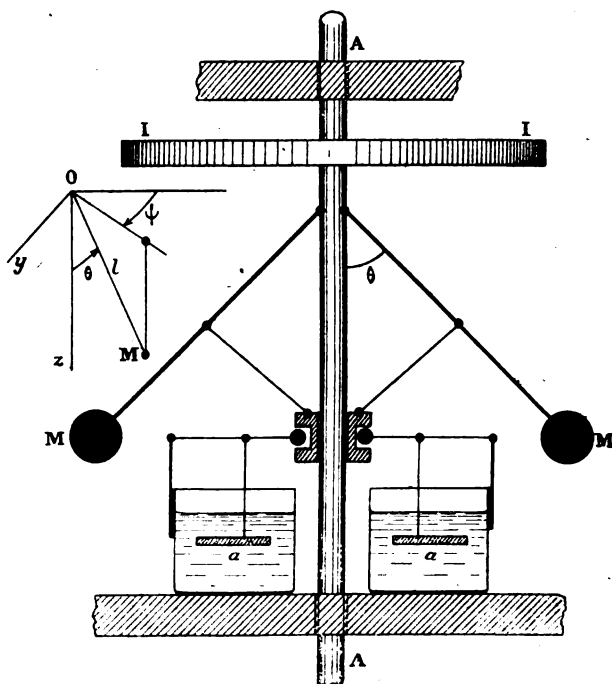


Fig. 167.

parenthèse. Sous ce rapport il est avantageux de diminuer le produit Ml^2 . Mais la grandeur des forces que le régulateur met en jeu, diminuant avec ce produit, on est vite arrêté dans cette voie.

En fait les régulateurs ont toujours une inertie considérable.

Il faut augmenter I , c'est-à-dire faire en sorte que le volant ait une inertie suffisante.

Notre calcul suppose un régulateur *non-isochrone* : les oscillations s'exagèrent quand le régulateur est *isochrone*. Il faut augmenter d'avantage le frottement et le moment d'inertie du volant. Les régulateurs *rigoureusement* isochrones n'ont donc qu'un intérêt théorique; on ne cherche à réaliser qu'un isochronisme approché.

153. Régulateur à contrepoids.

1° — Sur le manchon CD agit le levier ED d'axe fixe E; il est solidaire du levier EF qui porte une boule F de poids π .

Le manchon est donc tiré vers le bas par une force variable avec l'angle β .

On demande les conditions d'équilibre.

Appelons b la distance horizontale de l'axe de rotation E à l'axe de coordonnées Oz.

Appelons c la distance de l'axe E au centre de la boule F.

A une constante près, l'énergie potentielle de la boule F est :

$$c\pi \sin(\beta + \lambda).$$

Reprenons les notations du paragraphe 153.

L'énergie potentielle totale du système est (à une constante près) :

$$-\left(p + \frac{Pl}{a}\right)Z + M\omega^2 \frac{l^2}{4a^2}Z^2 + c\pi \sin(\beta + \lambda).$$

Écrivons qu'elle est minima :

$$-\left(p + \frac{Pl}{a}\right) + M\omega^2 \frac{l^2}{2a^2}Z + c\pi \cos(\beta + \lambda) \frac{d\beta}{dZ} = 0. \quad (1)$$

Si l'angle β est petit, on a :

$$\begin{aligned} \cos(\beta + \lambda) &= \cos\lambda - \beta \sin\lambda, & b\beta &= Z_0 - Z; \\ c\pi \cos(\beta + \lambda) \frac{d\beta}{dZ} &= -\frac{c\pi}{b} \left(\cos\lambda + \frac{Z - Z_0}{b} \sin\lambda \right). \end{aligned}$$

Substituons dans (1).

Par un choix convenable des paramètres arbitraires, annulons le terme indépendant de Z ; cela revient à poser la condition :

$$p + \frac{Pl}{a} = \frac{c\pi}{b} \left(\frac{Z_0}{b} \sin\lambda - \cos\lambda \right). \quad (2)$$

Pour déterminer la vitesse ω d'équilibre reste l'équation :

$$M\omega^2 b^2 = 2a^2 c\pi \sin\lambda. \quad (3)$$

II, 18

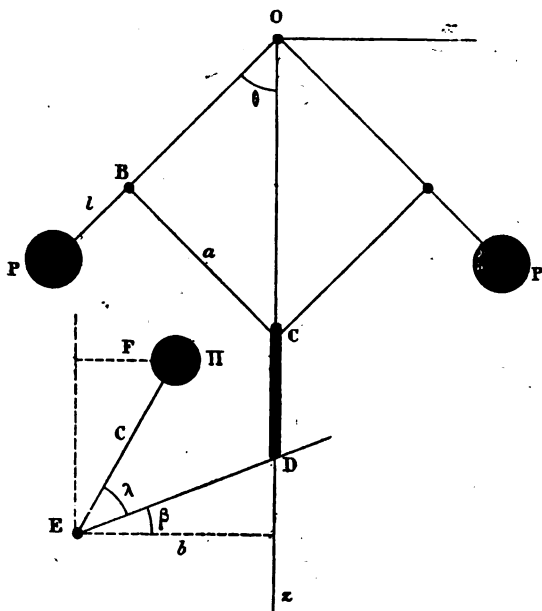


Fig. 168.

Le régulateur est *isochrone* en ce sens que l'équilibre existe seulement pour la vitesse définie par l'équation (3); mais il existe alors quelle que soit la valeur de Z , quelle que soit la hauteur du manchon.

2° — Le plus simple est de faire $\lambda = 90^\circ$. Les formules deviennent :

$$pa + Pl = \frac{ca}{b^2} \pi Z_0, \quad M\omega^2 b^2 = 2a^2 c \pi.$$

Z_0 est la hauteur du point C du manchon quand le levier ED est normal sur Oz. Nous pouvons toujours satisfaire à la première formule par un

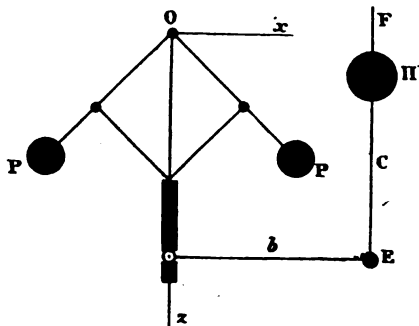


Fig. 169.

choix convenable du poids π , quelle que soit la valeur de Z_0 , c'est-à-dire quel que soit l'écartement des boules quand ED est normal sur Oz.

Nous obtenons ainsi le régulateur de Foucault que représente la figure 169. Le réglage est obtenu en modifiant le poids π , plus aisément en le déplaçant sur le levier EF, ce qui modifie le paramètre c .

Nous faisons varier la vitesse d'isochronisme en modifiant c (la boule se déplace sur la tige EF qui la traverse), ou en modifiant λ (on fait varier l'angle DEF des deux tiges).

156. Régulateur parabolique : solution de Farcot.

1° — Précisons la manière d'agir du régulateur de Watt.

Imaginons que dans une filature conduisant un grand nombre de métiers, on en débraie le quart. L'ouverture d'admission de la vapeur, qui convenait à la vitesse de régime quand la machine actionnait tous les métiers, devient trop grande : la vitesse croît; par suite nous pouvons admettre que simultanément les frottements croissent.

Le régulateur fonctionne, diminuant l'ouverture d'admission. Nous obtenons donc une nouvelle vitesse de régime *plus grande que la première*, quand la nouvelle ouverture *plus petite que l'ancienne*, convient à la nouvelle vitesse. Ainsi la régulation est très imparfaite puisqu'elle se traduit nécessairement par une augmentation de la vitesse de régime.

Pour éviter cet inconvénient, il faut que la moindre variation de vitesse amène une action relativement énorme du régulateur : *le régulateur doit être isochrone*.

Bien avant Watt, Huyghens avait donné la solution du problème que nous exposons au paragraphe 126.

Théoriquement très intéressante elle n'a pas de valeur pratique.

2° — RÉGULATEUR FARCOT.

Farcot conserve le mode ordinaire d'articulation, mais place les axes d'articulation notablement en dehors de l'axe de rotation : les tiges portant les boules sont croisées. Voyons le résultat de ce dispositif.

Soit $\mu\nu$ (fig. 170) la partie de la parabole qu'on veut utiliser. Aux points μ et ν correspondent les centres de courbure M et N . Par un point O intermédiaire menons l'axe de rotation : la circonférence de centre O

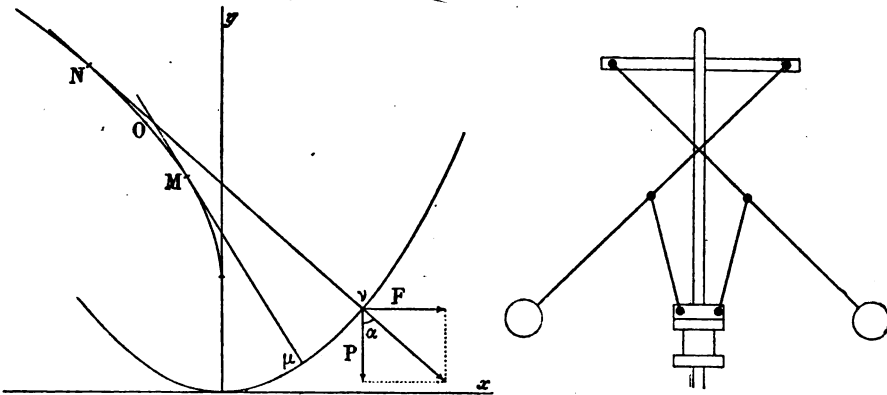


Fig. 170.

et qui passe par les points μ et ν , se confond approximativement avec l'arc de parabole compris entre μ et ν .

Si la vitesse angulaire actuelle est inférieure ou supérieure à la vitesse ω pour laquelle la parabole est construite, l'équilibre est impossible. Si elle est inférieure, les boules sont au bas de leur course; si elle est supérieure, les boules sont en haut de leur course. Le passage se fait brusquement d'une position limite à l'autre. Pour la vitesse ω , les boules sont n'importe où sur le cercle osculateur de la parabole.

La réalisation d'un isochronisme absolu n'est pas désirable. Dès que la vitesse deviendrait légèrement supérieure ou inférieure à la vitesse de régime, le système se déformerait sans jamais rester dans une position d'équilibre intermédiaire. Par exemple, le levier ouvrirait en grand l'admission et ne quitterait cette position que pour une vitesse légèrement supérieure à la vitesse de régime; il irait alors brusquement à l'autre extrémité de sa course, supprimant complètement l'admission; et ainsi de suite. Ces oscillations brusques de position seraient une cause d'oscillation de la vitesse. Au reste les appareils les plus isochrones ne le sont jamais, ne serait-ce qu'en vertu des inévitables frottements.

3° — Exprimons analytiquement les considérations précédentes.

Disposons les articulations comme le montre la figure 171, à gauche. Pour ne pas compliquer les calculs, faisons égales les barres OA et $\overline{mC}$.

Les énergies potentielles des masses P et du manchon de poids p sont (à une constante près) :

$$-2Pl \cos \theta, \quad -2pa \cos \theta.$$

L'énergie potentielle fictive de la force centrifuge est :

$$-M\omega^2(b + l \sin \theta)^2.$$

D'où pour l'énergie totale (à une constante près) :

$$-2(Pl + pa) \cos \theta - M\omega^2(b + l \sin \theta)^2.$$

Écrivons qu'elle est minima :

$$(Pl + pa) \sin \theta - M\omega^2(b + l \sin \theta)l \cos \theta = 0,$$

$$\omega^2 = \frac{Pl + pa}{Ml} \frac{\operatorname{tg} \theta}{b + l \sin \theta}. \quad (1)$$

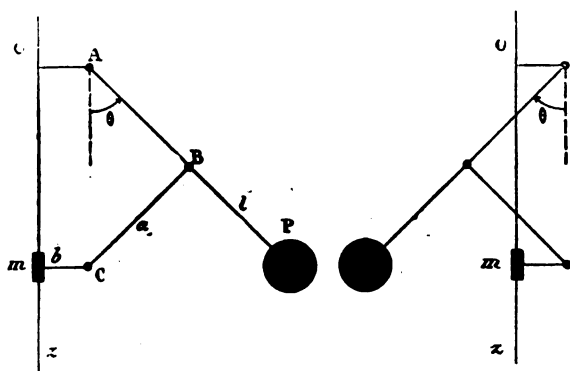


Fig. 171.

Pour que le régulateur soit isochrone, il faut que ω^2 ne varie pas quand θ varie; autrement dit, la dérivée du second membre est nulle :

$$b + l \sin \theta = l \sin \theta \cdot \cos^2 \theta = l \sin \theta - l \sin^3 \theta, \\ b = -l \sin^3 \theta.$$

Conséquemment θ est négatif (fig. 171, à droite).

REMARQUE I.

Le lecteur vérifiera que la condition $b = -l \sin^3 \theta$, définit la développée d'une parabole. Il partira de la parabole :

$$x^2 = 2pz, \quad \frac{dz}{dx} = \frac{x}{p} = \operatorname{tg} \theta.$$

D'où aisément pour le rayon de courbure :

$$l = p : \cos^3 \theta.$$

θ est l'angle que fait avec Oz la normale à la parabole au point considéré x, z .

Mais on a :

$$x - b = l \sin \theta.$$

D'où :

$$-b = l \sin \theta - p \operatorname{tg} \theta = l \sin \theta (1 - \cos^2 \theta) = l \sin^3 \theta.$$

REMARQUE II.

Si rien ne gêne le mouvement des boules, on a $\theta = 0$ pour $\omega = 0$: elles se placent verticalement. Si l'appareil commence à tourner, elles

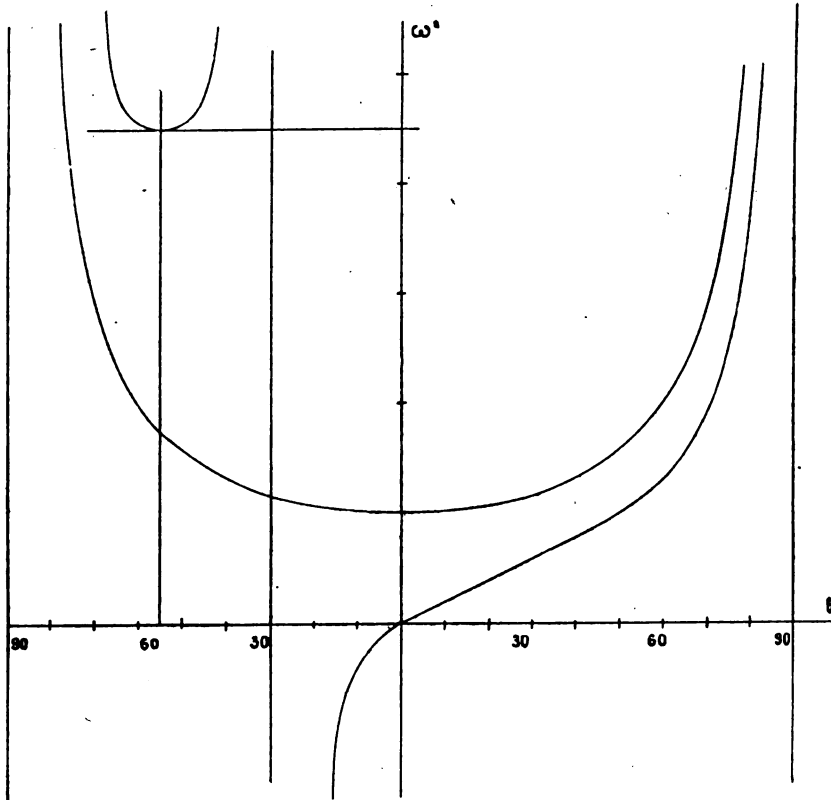


Fig. 172.

s'écartent dans le sens qu'il ne faut pas (fig. 171 à gauche). Par suite un butoir quelconque doit maintenir les tiges croisées quand la vitesse est nulle, de manière que les boules partent dans le sens convenable.

La figure 172 représente la courbe (1) quand on y fait $b = 0$:

$$\omega^2 = 1 : l \cos \theta.$$

Elle représente aussi la courbe plus générale ($b > 0$) dont une des

branches possède un minimum. Il va de soi que la partie de la courbe pour laquelle $\omega^2 < 0$, ne représente rien de réel.

Les calculs ont été faits pour $l = 2b$.

157. Régulateur Villarceau.

1° — Appliquons le théorème du paragraphe 150, dans le cas particulier 4°, b . Le corps S qui tourne autour de Oz , oscille autour d'un axe normal au tableau et dont la trace est en A .

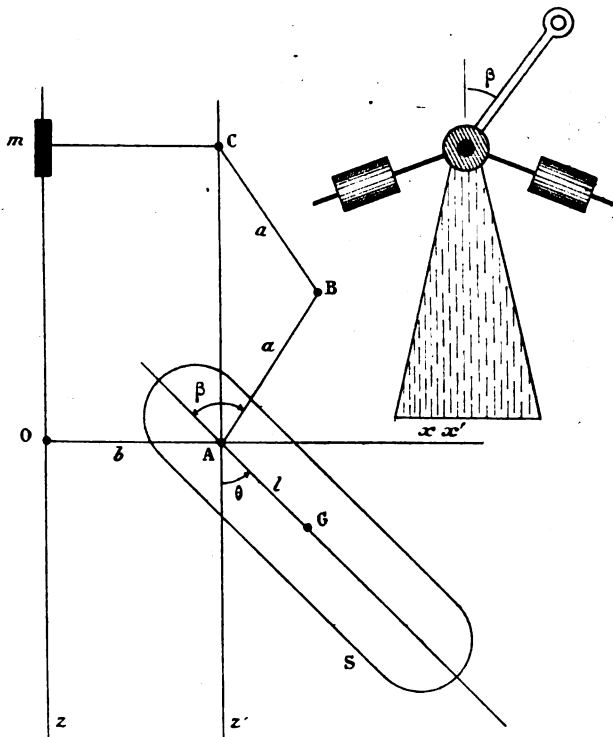


Fig. 173.

Il admet le tableau pour plan de symétrie; GA est la direction d'un des axes de l'ellipsoïde central d'inertie.

Enfin le point A est choisi de manière que l'ellipsoïde d'inertie correspondant soit de révolution par rapport à une normale du tableau.

Nous savons qu'alors l'énergie de force axifuge se réduit à :

$$(l = \overline{AG}) \quad - \omega^2 b M l \sin \theta.$$

Le moment du couple correspondant autour de l'axe A est (au signe près) :

$$\omega^2 b M l \cos \theta.$$

Le moment de la pesanteur étant $Pl \sin \theta$, l'équation d'équilibre est :

$$(P = Mg) \quad \omega^2 b M = P \operatorname{tg} \theta,$$

Le régulateur n'est pas isochrone.

Si $b = 0$, si le point A est sur l'axe de rotation vertical, on a $\theta = 0$, quelle que soit la vitesse ω . Le moment des forces axifuges est nul.

2° — Complétons l'appareil au moyen des tiges AB, BC, de longueur a . La tige AB est fixée au corps S; elle fait l'angle β avec AG. La tige BC est articulée en B avec AB, en C avec le manchon m de poids p .

Cherchons le moment de ce poids par rapport à l'axe A.

Soit t la compression longitudinale de la bielle BC.

Puisque par hypothèse la masse m glisse sans frottement sur l'axe Oz, l'équilibre exige qu'on ait :

$$p = t \cos (\beta - \theta).$$

Projetons la force t sur la normale à AB.

L'angle ABC vaut $\pi - 2(\beta - \theta)$. La projection cherchée est donc :

$$t \sin 2(\beta - \theta) = 2p \sin (\beta - \theta).$$

D'où pour le moment cherché :

$$2pa \sin (\beta - \theta).$$

La condition d'équilibre du système est donc :

$$\omega^2 b l M \cos \theta = Pl \sin \theta + 2pa \sin (\beta - \theta).$$

Développons $\sin (\beta - \theta)$:

$$\omega^2 b l M - 2pa \sin \beta \cos \theta = (Pl - 2pa \cos \beta) \sin \theta.$$

Utilisons les arbitraires pour réaliser la condition :

$$Pl = 2pa \cos \beta; \quad (2)$$

nous obtenons un régulateur isochrone dont la vitesse caractéristique est donnée par la formule :

$$\omega^2 b l M = 2pa \sin \beta. \quad (3)$$

En vertu de l'équation (2), l'angle β doit être aigu.

Des équations (2) et (3) on tire :

$$\operatorname{tg} \beta = \omega^2 b : g.$$

L'équation (2) exprime que pour $\theta = 0$, le centre d'inertie du système formé par le corps S et le manchon est sur l'horizontale du point A. Doublons le corps S par un corps symétriquement placé par rapport à Oz; simultanément doublons le poids p du manchon : la condition précédente subsiste. De plus par raison de symétrie, le centre de gravité du système total reste sur l'axe Oz, quel que soit l'angle θ .

La forme choisie pour le corps S est représentée à droite de la figure.

Des contrepoids symétriques qui se déplacent sur des tiges filetées, permettent le réglage. On fait en sorte que pour le point A l'ellipsoïde d'inertie soit de révolution autour d'une droite normale au tableau.

3° — A propos de ce régulateur, Villarceau fait la remarque intéressante que pour changer la vitesse caractéristique d'un régulateur isochrone symétrique par rapport à l'axe de rotation, il suffit d'incliner cet axe. Tout se passe comme si l'accélération de la pesanteur était multipliée par le cosinus de l'angle d'inclinaison; la vitesse caractéristique est multipliée par la racine carrée de ce cosinus.

Mais les frottements étant beaucoup plus grands pour une position inclinée de l'axe Oz, le manchon doit être pourvu de galets de roulements sur cet axe.

Le mémoire de Villarceau est très intéressant, il va sans dire. Je conseille pourtant au lecteur de le feuilleter pour voir ce que deviennent sous la plume des Savants, avec une majuscule, les notions les plus simples. Il s'amusera beaucoup en comparant mon texte et celui de l'éminent académicien. La préoccupation de ces messieurs semble toujours d'être incompréhensible.

158. Régulateurs à ressort.

Les régulateurs suivants remplacent l'action de la pesanteur par des ressorts.

1° — Étudions l'équilibre des masses m sous l'action des forces axiales et du ressort à boudin AB (fig. 174).

Plaçons l'origine des coordonnées au point d'articulation des tiges

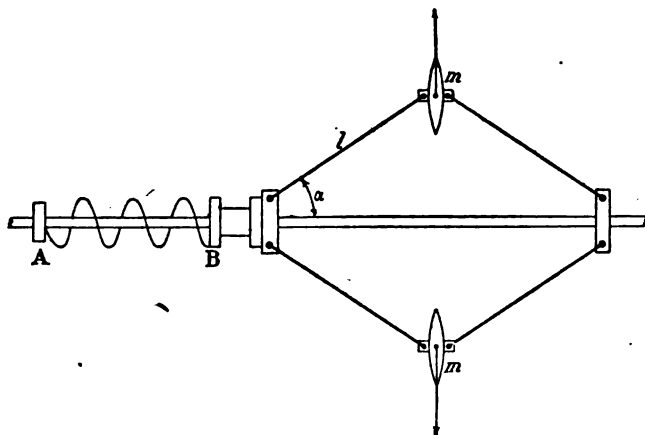


Fig. 174.

de droite; choisissons l'axe de rotation pour axe Oz pris positivement vers la gauche; menons Ox normal à Oz.

L'énergie potentielle fictive qui correspond à la force centrifuge est :

$$-m\omega^2 x^2 = -m\omega^2(a^2 - z^2);$$

z correspond au centre d'inertie des masses.

Le Z du manchon est égal à $2z$.

Le ressort est complètement détendu pour $Z = Z_0$.

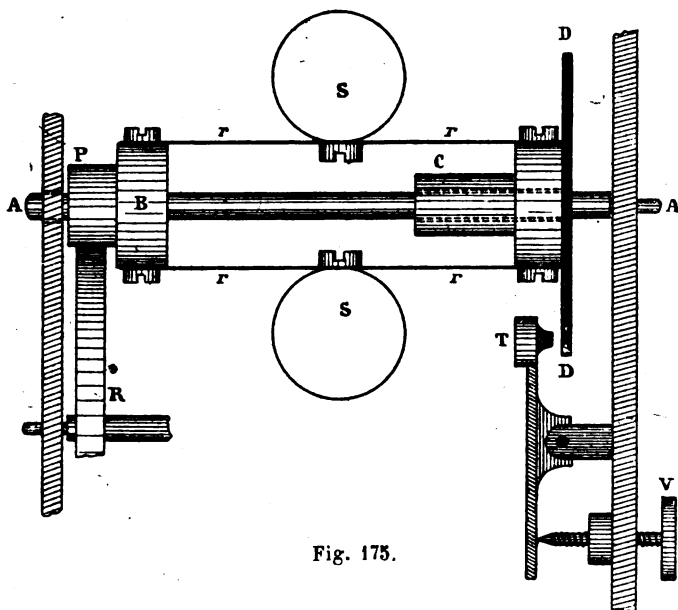


Fig. 175.

Pour une position quelconque du manchon son énergie potentielle est :

$$E(Z - Z_0)^2 : 2.$$

A une constante près, l'énergie totale du système est :

$$\frac{E(Z - Z_0)^2}{2} + m\omega^2 \frac{Z^2}{4}.$$

Écrivons qu'elle est minima :

$$2E(Z - Z_0) + m\omega^2 Z = 0.$$

Réolvons par rapport à Z :

$$Z = \frac{Z_0 E}{2E + m\omega^2}.$$

Pour $\omega = 0$, on retrouve $Z = Z_0$; le ressort est complètement détendu.

Pour $\omega = \infty$, le manchon est à bout de course à droite.

La pesanteur n'intervient pas, quelle que soit l'inclinaison de l'axe sur

l'horizon. En effet, quand une des masses monte, l'autre descend d'une quantité égale.

Tel que, l'appareil n'est pas isochrone; à chaque valeur de ω correspond un angle α bien déterminé.

2° — RÉGULATEUR DE PHONOGRAPHE (fig. 175).

L'axe AA est entraîné par la roue R grâce au pignon P.

Il est solidaire du cylindre B sur lequel sont vissées deux lames d'acier *rr* formant ressorts. Leurs autres extrémités sont vissées sur le manchon C qui glisse autour de l'axe AA.

Au milieu des ressorts sont fixées deux sphères S.

Quand l'axe AA tourne, il entraîne les sphères. Sous l'influence de la force centrifuge, elles s'éloignent de l'axe AA; le frottement sur l'air augmente. De plus elles rapprochent le disque D du tampon T; d'où un frottement qui croît rapidement et empêche la vitesse de dépasser une certaine limite.

On règle la position du tampon avec la vis V.

3° — RÉGULATEUR POUR PETIT MOTEUR ÉLECTRIQUE.

Il est représenté par la figure 176.

Il s'agit de régler la vitesse angulaire de l'arbre AA.

Pour cela sont montés dessus deux colliers métalliques CC isolés, auxquels les balais BB amènent le courant.

Le courant passe de l'un des colliers à l'autre par le ressort R et la vis V.

Faisons tourner le système: la force centrifuge tend à écarter la masse VD de l'axe de rotation. Pour une certaine vitesse la pression de la vis sur le collier devient nulle: le courant cesse de passer.

On modifie cette vitesse en agissant sur la vis V, c'est-à-dire en bandant plus ou moins le ressort R.

Pour éviter la flexion de l'arbre, le système VD est équilibré par la masse S dont on peut régler la distance à l'axe de rotation.

Un tel régulateur n'est acceptable que pour un petit moteur; encore faut-il avoir le soin de ne couper le courant que sur une dérivation.

On platinera la pointe de la vis V; on la fera reposer sur une goutte de platine matée dans un trou creusé dans le collier C.

159. Autre régulateur à ressort.

Je vais pousser à bout le calcul pour l'un des plus simples et les plus employés parmi les nombreux types industriels.

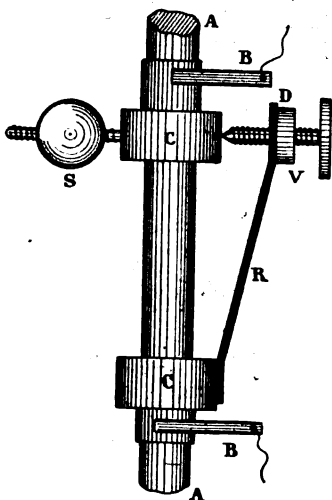


Fig. 176.

Sur la tige AOA normale à l'axe de rotation Oz est articulé le système des leviers coudés rectangulaires BAC, de longueurs l et a .

Le point C appuie sur le manchon m poussé par le ressort R.

Écrivons l'équation d'équilibre, dans l'hypothèse que le raccourcissement du ressort est proportionnel à la force appliquée.

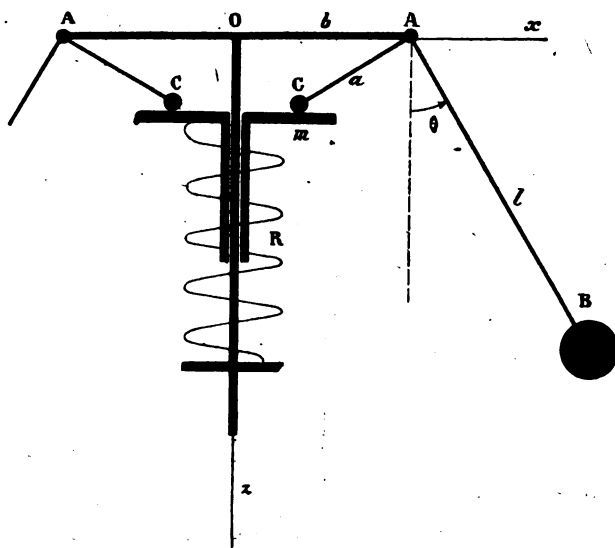


Fig. 177.

Les énergies sont pour la pesanteur et pour la force centrifuge :

$$-Pl \cos \theta \quad -M\omega^2(b + l \sin \theta)^2.$$

L'énergie potentielle de déformation du ressort est :

$$\frac{E}{2} (A + a \sin \theta)^2.$$

D'où l'équation d'équilibre :

$$2M\omega^2(b + l \sin \theta)l \cos \theta = Pl \sin \theta + E(A + a \sin \theta)a \cos \theta.$$

Supposons négligeable l'action de la pesanteur. Par une tension convenable du ressort pour $\theta = 0$, réalisons la condition :

$$\frac{A}{b} = \frac{a}{l}, \quad \text{d'où :} \quad \frac{A + a \sin \theta}{b + l \sin \theta} = \frac{a}{l}.$$

Il reste :

$$2M\omega^2 l^2 = Ea^2.$$

Le régulateur est à peu près isochrone.

Parfois les articulations sont en C sur le manchon; des galets A appuient sur un plateau fixé au bout de l'axe de rotation.

La théorie est analogue.

160. Régulateur Foucault.

Les articulations fixes sont à la partie inférieure de l'appareil, en B et en C; le manchon M est à la partie supérieure (fig. 178).

Le parallélogramme articulé ABCDFE est un losange. On a :

$$RA = \overline{AE}, \quad \overline{SD} = \overline{DF}.$$

Quand l'appareil se déforme, les centres d'inertie R et S des boules décrivent une horizontale: la pesanteur est pratiquement éliminée.

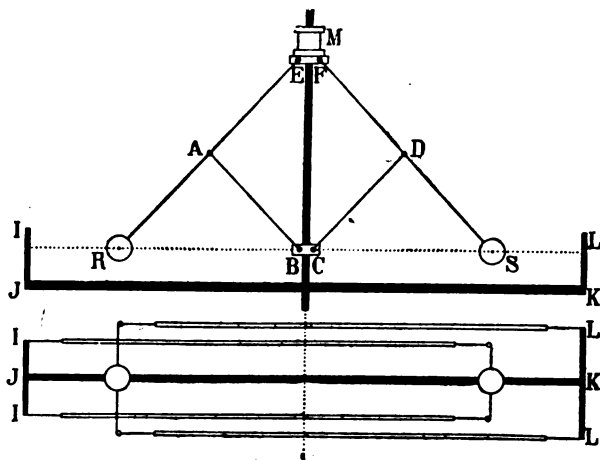


Fig. 178.

Tout se passe comme si les boules glissaient sur une tringle horizontale.

La projection horizontale de l'appareil représente le système des ressorts qui ramènent les boules vers l'axe. Pour ne rien compliquer, on ne les a pas figurés sur la projection verticale; ils sont représentés par un double trait sur la projection horizontale. Une de leurs extrémités est fixée au bâti IJKL solidaire de l'axe de rotation.

On s'arrange de manière que leur tension soit nulle, quand les boules sont sur l'axe de rotation, à supposer qu'elles puissent effectivement y venir.

Quand l'appareil tourne, les boules sont sollicitées par deux espèces de forces proportionnelles à la distance r des points R et S à l'axe de rotation. Appelons E la constante de l'ensemble des ressorts.

L'équation d'équilibre est :

$$2mr\omega^2 = Er, \quad 2m\omega^2 = E. \quad (1)$$

L'équilibre a lieu pour :

$$y' = Y; \quad r = \frac{Er_0}{E - m\omega^2}.$$

Il existe une position r d'équilibre *stable*, à la condition que $m\omega^2 < E$; ce qui revient à dire que les deux courbes y' et Y se coupent.

On a nécessairement $r > r_0$.

La force représentée par les droites y tend à diminuer r ; la force représentée par les droites Y tend à l'augmenter. L'équilibre est stable

quand y est au-dessus de Y au delà du point d'intersection (vers les r croissants), ou, ce qui revient au même, quand y est au-dessous de Y en deçà du point d'intersection (vers les r décroissants). L'équilibre est instable dans le cas contraire.

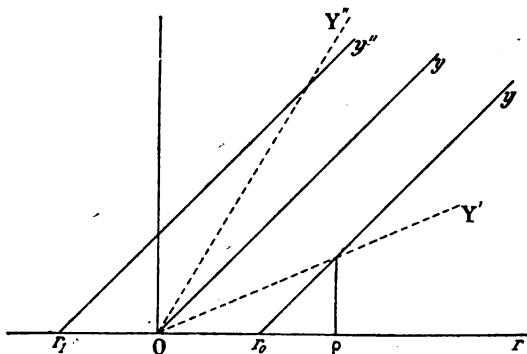


Fig. 180.

Ici l'équilibre est stable parce que, pour toute position de la boule plus

rapprochée de l'axe, c'est la force centrifuge qui l'emporte; elle éloigne la boule de l'axe. Pour toute position plus éloignée, c'est le ressort qui l'emporte; il rapproche la boule de l'axe.

Donc pour une certaine vitesse ω_0 telle que :

$$m\omega_0^2\rho = E(\rho - r_0),$$

la boule cessera d'appuyer sur le goujon F. Pour toute vitesse supérieure à ω_0 , mais restant inférieure à $\Omega = \sqrt{E : m}$, il y a équilibre stable. La position d'équilibre passe à l'infini pour $\omega = \Omega$; les droites y et Y sont parallèles.

4° — SECOND CAS.

$$y' = Er, \quad Y = m\omega^2 r.$$

Les droites y et Y se coupent à l'origine.

C'est le cas du paragraphe précédent.

L'équilibre est indifférent pour $\omega = \Omega$: les droites y et Y sont superposées.

L'équilibre n'existe du reste que pour cette valeur de la vitesse angulaire.

5° — TROISIÈME CAS.

$$y' = E(r + r_1), \quad Y = m\omega^2 r; \quad r = \frac{Er_1}{m\omega^2 - E}.$$

Il n'y a équilibre que si $\omega > \Omega$. Mais il est toujours instable. En effet, pour toute position de la boule plus rapprochée de l'axe, c'est la tension du ressort qui l'emporte et qui rapproche encore la boule davantage ; pour toute position plus éloignée, c'est la force centrifuge qui l'emporte.

Donc, pour une certaine vitesse ω_1 , la boule cesse d'appuyer sur le goujon. Pour toute vitesse supérieure, elle vient buter contre le support de la tringle, prenant la plus grande valeur de r compatible avec la construction de l'appareil.

Diminuons alors la vitesse : la boule reste appuyée contre son butoir extérieur jusqu'à ce que la vitesse ait suffisamment décréu ; brusquement alors elle décolle et vient buter contre l'axe.

162. Régulateur à anneau.

1° — Le régulateur à anneau est un anneau de fer qui peut tourner autour d'un de ses diamètres. Celui-ci est fixé normalement à l'arbre qui l'entraîne dans sa rotation. Un ressort tend à coucher l'anneau sur

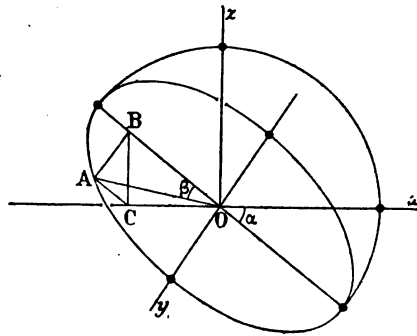
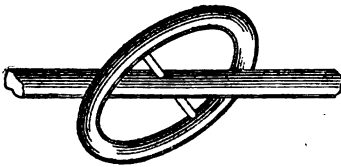


Fig. 181.

l'arbre ; la force centrifuge tend à amener son plan normalement à l'arbre.

Cherchons les conditions d'équilibre. Pour éviter des calculs pénibles et sans intérêt, réduisons l'anneau à sa circonférence centrale.

Prenons Oy comme diamètre entraîné, Ox comme axe de rotation. Cherchons le moment des forces centrifuges par rapport à Oy ; il mesure le couple qui tend à placer l'anneau normalement à l'arbre.

Repérons les points A de l'anneau par l'angle β que fait le rayon vecteur OA avec le diamètre OB normal au diamètre entraîné.

Soit m la masse de l'anneau par unité d'angle.

La force centrifuge sur l'élément de masse $m d\beta$ est :

$$m d\beta \cdot \omega^2 \cdot \overline{AC}.$$

Comme nous cherchons son moment par rapport à Oy , décomposons-la en deux composantes proportionnelles à $\overline{CB}$ et $\overline{BA}$.

La composante $\overline{BA}$ parallèle à Oy n'intervient pas.

Le moment de la force centrifuge de l'élément considéré est donc :

$$dC = md\beta \cdot \omega^2 \overline{CB} \cdot \overline{OC}.$$

Soit r le rayon de l'anneau. On a :

$$\overline{OB} = r \cos \beta, \quad \overline{CB} = r \cos \beta \cdot \sin \alpha, \quad \overline{OC} = r \cos \beta \cdot \cos \alpha.$$

$$2dC = m\omega^2 r^2 \sin 2\alpha \cdot \cos^2 \beta \cdot d\beta.$$

Pour avoir le couple total, intégrons entre les limites

$$\beta = 0, \quad \beta = 2\pi :$$

$$C = \frac{\pi}{2} m \omega^2 r^2 \sin 2\alpha = K \sin 2\alpha.$$

Le couple dû aux forces centrifuges est représenté par une demi-sinusoïde, en fonction de l'angle α que fait avec l'axe de rotation Ox le plan

de l'anneau. Le couple est nul pour $\alpha = 0, \alpha = \pi : 2$.

Quand ω croît, la sinusoïde grandit.

Nous l'avons représentée pour deux valeurs de la vitesse.

2° — Supposons le couple du ressort antagoniste représenté par une droite en fonction de l'angle α . Pour rester dans le cas usuel, posons que le ressort est encore

tendu quand l'anneau est couché sur l'arbre. Utilisons le mode de représentation du paragraphe précédent; il est facile de discuter les conditions d'équilibre.

L'équilibre n'est possible que si la vitesse est suffisante pour que la sinusoïde soit tangente à la droite. Pour toute vitesse inférieure, l'anneau reste couché sur l'arbre.

Pour les vitesses supérieures, la droite des tensions et la sinusoïde des forces centrifuges se coupent en deux points : d'où deux positions d'équilibre. Celle qui correspond au plus petit angle α_1 est instable; l'autre, qui correspond à l'angle α_2 , est stable.

En effet, pour $\alpha < \alpha_1$, c'est le ressort qui l'emporte;

pour tout angle α tel qu'on ait $\alpha_2 > \alpha > \alpha_1$, c'est la force centrifuge;

enfin pour $\alpha > \alpha_2$, c'est encore le ressort.

163. Tachymètres.

Les *tachymètres* sont destinés à mesurer la vitesse angulaire d'un arbre.

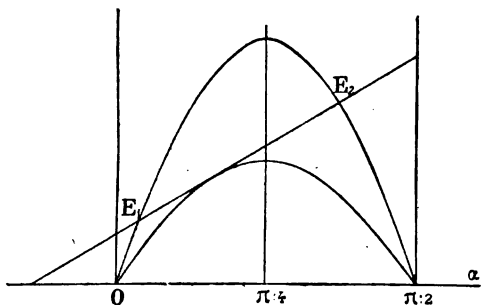


Fig. 182.

Tous les régulateurs peuvent être transformés en tachymètres, à la condition qu'ils ne soient pas isochrones.

Les appareils où la pesanteur intervient, ne peuvent servir que si l'axe de rotation a une inclinaison déterminée, verticale ordinairement.

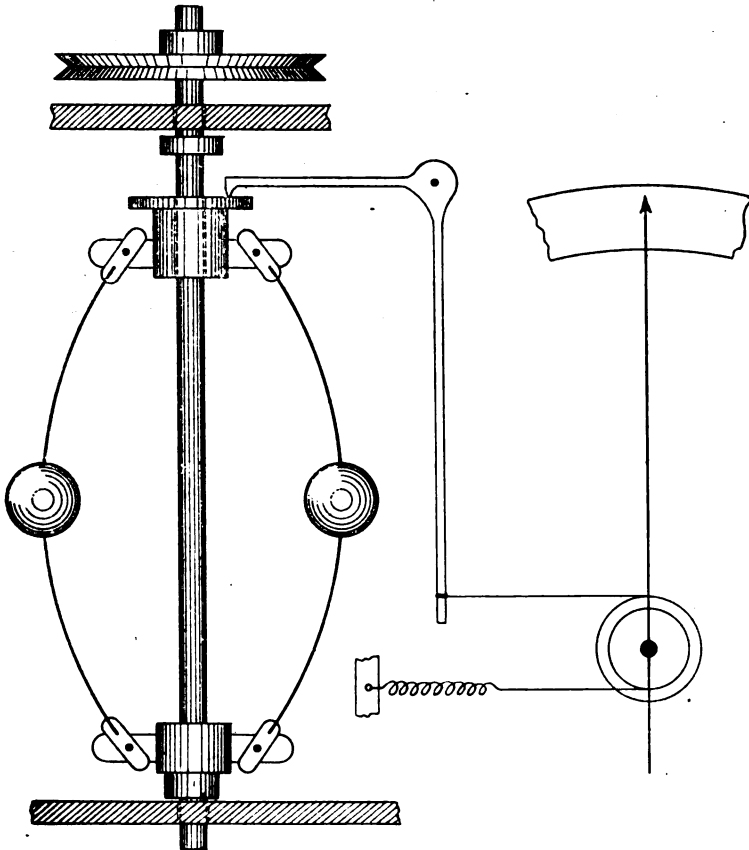


Fig. 183.

Les appareils qui utilisent les ressorts, ne présentent pas cet inconvénient.

La grande difficulté consiste à obtenir un appareil d'un réglage industriel facile, c'est-à-dire dont la graduation soit simple.

Ce n'est pas le cas des appareils précédents.

Pour exemple reprenons celui du paragraphe 158; fixons un repère sur le levier mû par le manchon; déterminons la vitesse par la position de ce repère sur une graduation. On a :

$$x = 2l(1 - \cos \alpha), \quad \cos \alpha = 1 - \frac{x}{2l} = \frac{2E}{2E + m\omega^2}.$$

II, 19

Le déplacement du manchon est loin d'être proportionnel à la variation de la vitesse.

Les tachymètres usuels sont fondés sur des principes très différents. Par exemple, une petite dynamo, mue par l'arbre dont on veut mesurer la vitesse, envoie son courant dans un voltmètre. On peut faire en sorte que la force électromotrice soit proportionnelle à la vitesse; d'où la mesure de celle-ci.

164. Régulateurs d'absorption.

1° — On appelle *régulateurs d'absorption ou de destruction* des appareils qui détruisent l'excédent de travail moteur. En général ils accrois-

sent un frottement. Le *régulateur à ailettes* (§ 157) rentre dans cette définition. Décrivons quelques dispositifs plus rationnels.

L'un des plus employés est dû à Foucault (fig. 184). Un régulateur à ressort isochrone, analogue à celui du paragraphe 160, porte deux ailettes qui s'écartent de l'axe lorsque la vitesse dépasse une certaine valeur. Pour des vitesses notables, le couple dû au frottement sur l'air croît à peu près comme le carré de la vitesse linéaire, par conséquent, pour une

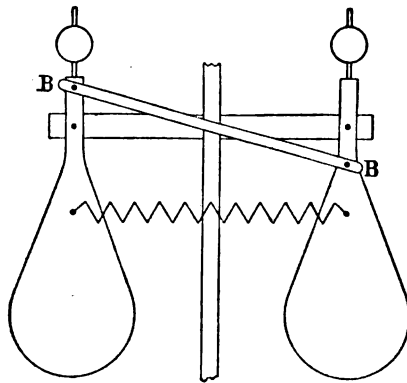


Fig. 184.

vitesse angulaire donnée, à peu près comme le carré de la distance à l'axe du centre de surface des ailettes. Une bielle BB oblige les deux ailettes à s'écarter de l'axe symétriquement.

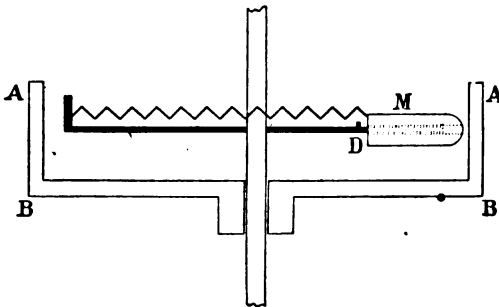


Fig. 185.

2° — La figure 185 représente schématiquement un dispositif qui utilise le frottement de deux solides. L'axe entraîne un régulateur à ressort analogue à celui du paragraphe 160. Le cylindre AB est fixe.

Si la vitesse dépasse une limite, le mobile M frotte contre la surface interne du cylindre. Un goujon D maintient l'avant du mobile toujours très près de cette surface.

L'emploi du régulateur d'absorption exige évidemment que le travail moteur soit en excès sur le travail résistant de régime.

Ce n'est admissible que pour les appareils de laboratoire où la question de rendement n'intervient pas.

La figure 186 représente une forme plus pratique.

Les masses *M* sont suspendues à la barre horizontale *HH* liée à l'arbre. Elles sont maintenues contre les butoirs *B* par les ressorts *R* convenablement bandés. Quand la vitesse dépasse la valeur voulue, elles

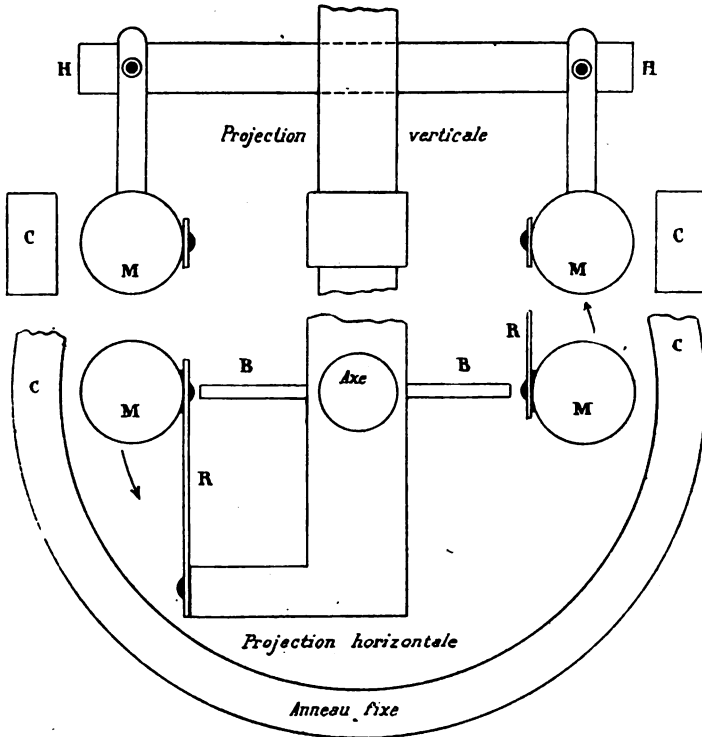


Fig. 186.

viennent frotter contre l'anneau de bronze *C*; leur déplacement n'est que de quelques millimètres. La pression sur l'anneau est de la forme $f(\omega^2 - \omega_0^2)$, expression dans laquelle ω_0 est la vitesse de régime.

Pour fixer les idées sur la grandeur des forces en jeu, prenons des masses d'un kilogramme dont le centre d'inertie soit à 10 centimètres de l'axe géométrique de rotation. Supposons la vitesse de 2 tours à la seconde; la vitesse angulaire en radians est 4π . La force centrifuge est :

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \frac{16\pi^2}{98,1} = 1^{\text{kg}}, 61,$$

3,21 kilogrammes pour les deux masses. Si la vitesse croît de 1 p. 100, la force croît de 2 p. 100, soit de 64 grammes. Prenons un coefficient de frottement égal 0,15; en définitive c'est une force de près de 10 grammes

qui s'oppose au mouvement. Si le rayon intérieur du cercle est de 13 centimètres, sa circonférence vaut 82 centimètres; le travail absorbé par seconde est 1 640 grammes-centimètres.

On a proposé de relier l'anneau avec un appareil agissant sur le moteur (ouvrant plus ou moins une valve d'admission par exemple).

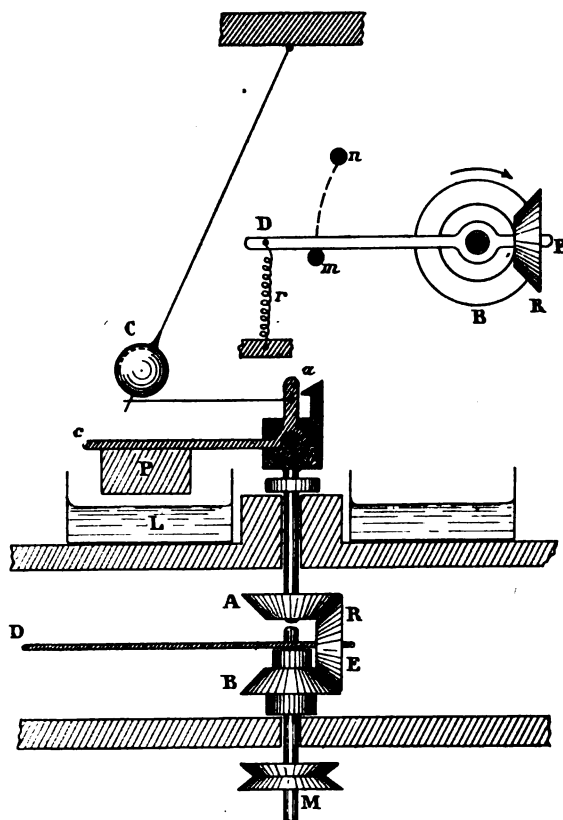


Fig. 187.

L'anneau est maintenu dans la position de régime par un ressort que bande plus ou moins la force résultant du frottement.

3° — Les procédés d'absorption qui utilisent les frottements solides, ne sont rien moins que fameux.

En voici d'autres qui sont plus séduisants.

Sur l'arbre à régler montons un petit ventilateur rotatif (à force centrifuge) disposé de manière que l'air accomplisse un parcours fermé; le régulateur quel qu'il soit, obstrue plus ou moins le chemin de l'air. Quand l'obstruction est complète, le ventilateur ne travaille pas : la résistance est minimale. Quand le chemin est ouvert, le ventilateur travaille, la résistance est relativement grande.

Sur l'arbre à régler, montons l'induit d'une petite magnéto. En circuit ouvert le travail absorbé est minime. Il croît à mesure que le régulateur diminue la résistance du circuit qui ferme l'induit. Il est maximum quand l'induit est en court-circuit. D'où un freinage très efficace.

Le régulateur peut être chargé d'exciter des électros entre les pôles desquels tourne un disque de cuivre rouge monté sur l'arbre à régler.

165. Régulateur différentiel Siemens.

Il est remarquable comme principe. Pour le bien comprendre le lecteur se reportera à ma *Statique* où je décris le dynamomètre de transmission par roues d'angle (différentiel).

L'arbre M entraîne le pendule conique C par l'intermédiaire des trois roues d'angle B, R, A, formant train différentiel. Pour que la roue R et l'axe DE sur lequel elle est montée folle, conservent un azimut variable, le ressort *r* produit un couple qui équilibre le couple résultant des frottements auxquels est soumis le système de la roue A et du pendule.

Supposons que la vitesse angulaire de l'arbre M dépasse une certaine valeur : la force centrifuge éloigne la masse C de l'axe de rotation. Le levier coudé *abc* tourne autour de son axe *b* ; la palette P plonge dans le liquide L.

Le frottement croît brusquement : le ressort *r* ne peut plus équilibrer le couple transmis ; le bras ED tourne et vient s'appuyer sur le butoir *n*. On conçoit que le changement *mn* d'azimut du levier DE soit utilisé pour modifier la puissance qui agit sur l'arbre M.

166. Horloge électrique Thury.

1° — L'horloge de Thury est une dynamo réglée par un régulateur (à boule) isochrone.

La figure 188 représente schématiquement la construction.

La dynamo se compose d'un anneau Gramme horizontal fixe AA dont les spires sont reliées à un collecteur également fixe. La partie mobile est un électro droit EE qui porte les balais ; ceux-ci tournent donc en frottant contre le collecteur. C'est la disposition habituelle dont on intervertit les organes quant à la rotation.

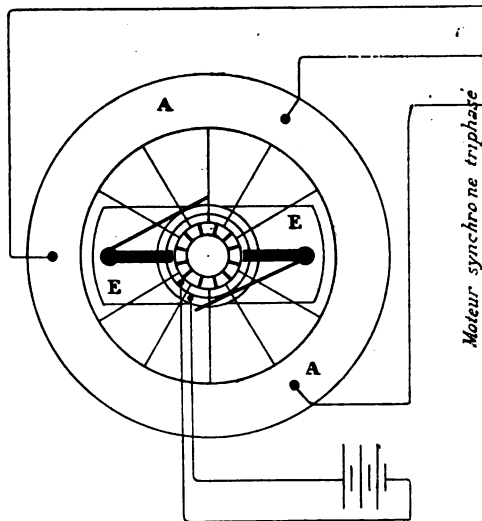


Fig. 188.

On trouve à cela une facilité plus grande pour équilibrer la partie tournante par rapport à son axe.

Le courant est amené à deux anneaux fixes isolés sur lesquels frottent deux balais supplémentaires liés aux balais du collecteur.

Une partie du courant va donc dans l'électro qu'il aimante; le reste passe dans l'anneau.

Trois fils s'attachent à l'anneau en trois points distants de 120° .

On obtient ainsi du courant triphasé (voir mon *Cours de magnétisme*, II, § 232) qu'on envoie dans de petits moteurs triphasés *synchrones*.

Nous sommes donc assurés d'obtenir le synchronisme *absolu* entre l'horloge et autant d'appareils que nous voudrions : ils serviront d'horloges secondaires.

2° — Reste à régler l'horloge mère.

Pour cela, l'électro porte deux enroulements, un enroulement principal et un enroulement de réglage *bobiné en sens inverse*. Le courant se dérive entre ces deux enroulements. Le régulateur à boule est chargé de couper l'enroulement de réglage lorsque la vitesse dépasse une certaine limite. Le champ de l'électro *se renforce* : la vitesse *tend à diminuer* par accroissement de la force contre-électromotrice induite dans l'anneau et diminution du courant envoyé par la batterie.

Les moteurs synchrones de réception sont constitués par un aimant en fer à cheval monté sur pivots, tournant autour d'un axe vertical, et de trois bobines disposées dans un plan horizontal. Le montage est en étoile ou en triangle, peu importe. D'où un champ tournant dans lequel l'aimant ne peut se maintenir en rotation que s'il tourne avec la même vitesse que le champ (voir mon *Cours de magnétisme*, II, § 226).

Pour obtenir un nombre de tours 2 ou 3 fois plus faible que celui de l'horloge mère, il suffit de doubler ou de tripler le nombre des bobines du récepteur.

167. Régulateurs d'accélération.

Les appareils précédents sont des régulateurs *de vitesse*; ils fonctionnent quand la vitesse s'écarte plus ou moins de la vitesse de régime. Les régulateurs *d'accélération* obéissent, non plus à des variations de vitesse déjà réalisées, mais à des tendances à la variation de vitesse.

La figure 189 représente un dispositif simple.

Le régulateur, analogue à celui de Watt, n'a plus d'articulation invariablement liée à l'axe. Le manchon est fileté ainsi que l'axe.

La partie supérieure du régulateur est un volant qui repose sur l'extrémité de l'axe, à frottement plus ou moins dur.

Supposons d'abord que le régulateur et l'axe aient tous deux la vitesse de régime. Brusquement ralentissons l'axe qui tourne, par hypothèse, dans le sens de la flèche. L'inertie du régulateur force celui-ci à continuer son mouvement; d'après le sens d'enroulement du filet, on vérifiera que les boules descendent. Le *ralentissement* de l'arbre joue exactement

le même rôle qu'une diminution *réalisée* de la vitesse angulaire du volant et des boules.

Ce serait l'inverse, si brusquement l'axe accélérât son mouvement; le régulateur retarderait sur l'axe, d'où élévation des boules.

Les frottements tendent à égaliser les vitesses entre le régulateur et l'arbre. Quand les accélérations sont petites, le régulateur reprend son rôle habituel de régulateur de vitesse; les boules tombent si la vitesse est au-dessous de la vitesse de régime; elles s'élèvent dans le cas contraire.

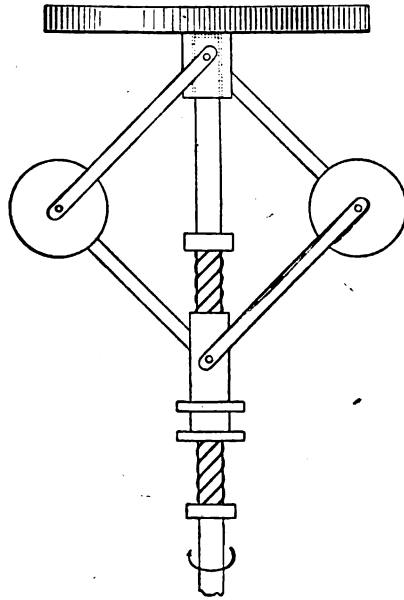


Fig. 189.

168. Démarreur à force centrifuge.

On peut utiliser la force centrifuge à produire un phénomène quelconque, fonction de la vitesse angulaire.

On sait par exemple qu'au moment du démarrage l'intensité du courant envoyé dans une dynamo par une force électromotrice est parfois dangereuse. On peut s'arranger de manière qu'à petite vitesse des résistances se trouvent intercalées dans le circuit et supprimées progressivement à mesure que la vitesse croît.

169. Régulateur pendule.

L'arbre A tourne avec une vitesse qu'il s'agit de maintenir inférieure à une certaine limite (fig. 190).

Le levier O'OL tourne autour de l'axe fixe O. A chaque tour de l'arbre A, la came *b* pousse le levier que rappelle le ressort R. Par l'intermédiaire du bras O'B et de la pièce DE, le levier agit sur une soupape qui permet, par exemple, l'admission du gaz dans le cylindre d'un moteur à gaz.

Si l'appareil ne contenait pas d'autres pièces, il y aurait admission à tous les tours de l'arbre A.

Mais celui-ci porte une seconde came *a* (qui n'est pas dans le plan de la came *b* et ne touche pas le levier). Elle heurte le pendule P qui tourne autour de O'; le pendule entraîne le bras O'B dont l'extrémité sort de l'échancrure E. Si l'arbre A tourne trop vite, le pendule n'a pas le temps de retomber avant que la came *b* agisse sur le levier LOO'. Le bras O'B glisse sur le bord supérieur de la pièce DE. La soupape ne

fonctionne donc que si le pendule a le temps de retomber, c'est-à-dire si l'arbre A ne tourne pas trop vite.

170. Régulateur Bouasse et Sarda.

1° — D'un tournebroche du commerce utilisons le train d'engrenage, en remplaçant le barillet par le tambour T, une corde et un poids P.

Les masses qui servent de volant sont habituellement portées par

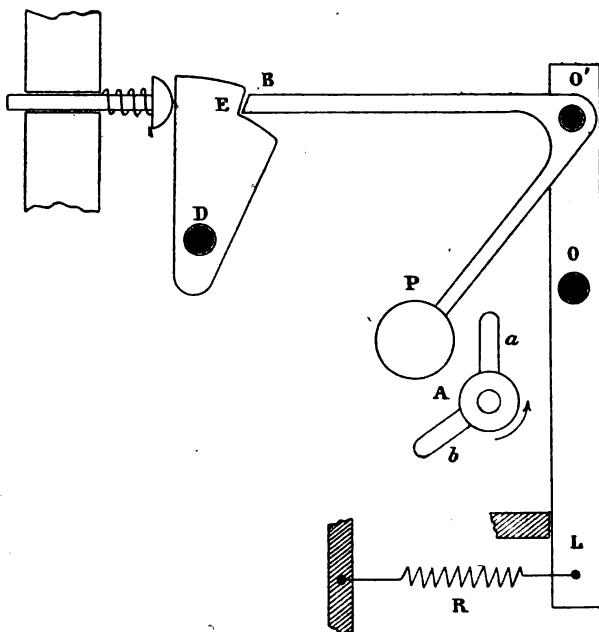


Fig. 190.

une tige V qui engrène sur la roue R_2 par une vis sans fin. Remplaçons-les par un excentrique E dont le rayon est d'environ 5 mm. Enfin utilisons comme lame vibrante une lame de fer de 4 mm. d'épaisseur, de 2 cm. de largeur et dont la longueur varie de 20 à 30 cm. suivant la fréquence à obtenir. Elle est solidement fixée à l'une de ses extrémités : l'autre est dans l'aplomb de l'excentrique.

La lame est reliée à l'excentrique par un ressort AB de 10 cm. de longueur (plus ou moins), formé d'un boudin en fil d'acier très fin, ou d'un caoutchouc rond à chapeau, ou encore d'un caoutchouc moins extensible. On peut remplacer le ressort par une bielle rigide.

L'expérience consiste à modifier le poids P, le mode de liaison AB, et à déterminer la fréquence. Comme la lame fait une oscillation pendant que l'arbre V fait un tour, il suffit de déterminer la durée d'un certain nombre de tours de l'une des roues du train, par exemple de la roue R_2 .

qui engrène avec la vis sans fin et dont le nombre de dents est d'une quarantaine.

2° — Voici les résultats de l'expérience.

Quand la liaison AB est rigide, quand on utilise une véritable bielle, l'accroissement du poids P augmente la vitesse d'une manière continue, naturellement de moins en moins vite à mesure que P augmente. Il semble qu'on tende vers une limite. La courbe représentative des vitesses

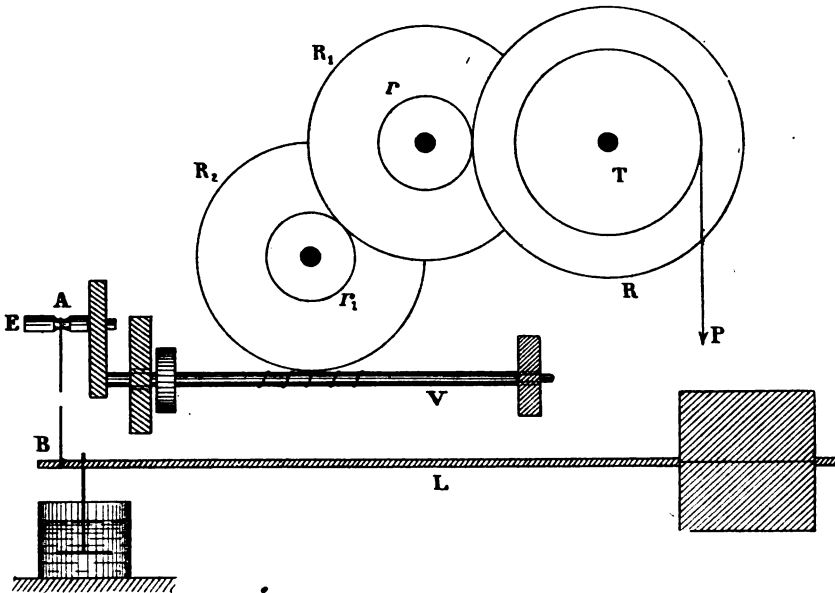


Fig. 191.

V en fonction des poids P a l'allure ABEC, représentée figure 192. Ce résultat était facile à prévoir, puisque les frottements tant des rouages que de la lame, augmentent rapidement avec la vitesse.

Supposons que AB soit un ressort convenablement choisi, suffisamment extensible. *Empêchons la lame de vibrer* et faisons varier le poids P d'une manière continue; nous obtenons une courbe de forme ABEC comme avec l'accouplement rigide. Le ressort AB absorbe de l'énergie du fait qu'il est périodiquement allongé, tant à cause du frottement intérieur fonction de la vitesse que des phénomènes d'hystérésis.

Rendons à la lame sa liberté.

Si P est inférieur au poids P_1 qui dans l'expérience précédente impose aux rouages des vitesses inférieures à la vitesse V_1 correspondant au synchronisme (portion AB de la courbe), l'amplitude de la vibration de la lame est insensible.

Tout se passe donc comme plus haut.

Si P est supérieur à P_1 , la lame vibre; au lieu de la courbe BEC, on

obtient l'horizontale BDF. Il faut toutefois prendre certaines précautions; la vitesse doit croître lentement jusqu'à la valeur V_1 , de manière que l'amplitude de l'oscillation de la lame puisse atteindre une valeur suffisante. Sinon, la vitesse devient supérieure à V_1 , la lame ne s'accroche pas : on reste sur la courbe ABC.

Si le poids devient trop grand, supérieur à P_2 par exemple, la lame refuse de s'accrocher quelles que soient les précautions prises.

Au reste la lame, une fois accrochée, peut se désaccrocher; la vitesse croît brusquement, on rattrape la courbe ABC.

Ainsi entre certaines limites pour le poids, on peut réaliser deux phé-

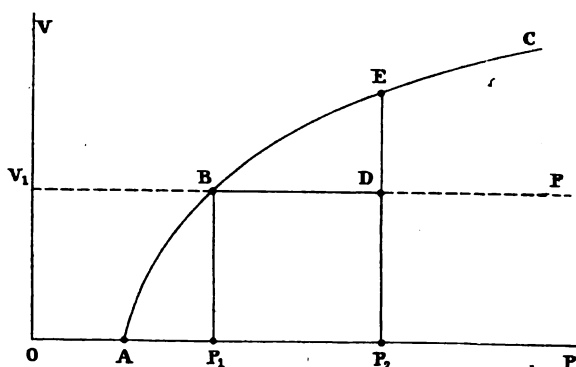


Fig. 192.

nomènes très différents suivant que la lame vibre ou ne vibre pas; quand elle vibre, elle joue le rôle de régulateur d'absorption et synchronise avec elle le train d'engrenages.

A la vérité, quand on détermine avec soin la courbe BDF, on ne trouve pas rigoureusement une horizontale. Elle se relève un peu : la vitesse croît légèrement quand P croît. Cela tient à la réaction du ressort sur la période de la lame et à l'influence du frottement qui permet d'imposer à un oscillateur une période différente de sa période propre.

Du reste il est inutile d'avoir un appareil étalonné une fois pour toutes, puisque l'appareil se réétalonne quand on le désire et en quelques minutes, avec une précision plus que suffisante pour les expériences même réputées précises.

3° — L'explication du résultat repose sur l'isochronisme des oscillations de la lame vibrante et sur l'existence d'un frottement intérieur tant pour la lame que pour le ressort intermédiaire, qui est notable et qui croît rapidement avec l'amplitude. Lorsque le poids P est supérieur à P_1 l'excès d'énergie disponible pour un tour du tambour T est utilisé, non à changer la vitesse, mais à augmenter l'amplitude de l'oscillation de la lame; d'où la nécessité, pour obtenir l'accrochage, de laisser à celle-ci le temps de prendre son amplitude de régime. Si le poids P est

trop grand, cet excès ne peut plus être absorbé; la vitesse croît, le synchronisme cesse, la lame *se décroche* et cesse de vibrer. On conçoit que le décrochage soit particulièrement à craindre quand le poids P diffère beaucoup de P_1 , et qu'une fois produit, même pour un poids peu différent de P_1 , ce soit, définitivement, la lame cessant presque aussitôt de vibrer. La théorie montre le rôle considérable que joue le décalage entre les oscillations des deux points extrêmes A et B du ressort.

Le dispositif précédent sert commodément à régler la rotation d'un miroir tournant, quand elle doit être de quelques tours par seconde.

CHAPITRE X

DIAPASONS. LAMES FLEXIBLES

Je réunis dans ce chapitre ce qui a trait à l'emploi chronométrique des lames flexibles et des diapasons. Pour ce qui regarde leur théorie élastique, je renvoie au volume intitulé *Élasticité-Résistance des Matériaux*.

171. Forme des diapasons.

1° — On appelle *diapason* une sorte de pincette en acier fondu à tiges prismatiques peu flexibles. La figure 193 représente un diapason dont le manche fileté est fixé par un écrou E à une pièce massive AA, elle-

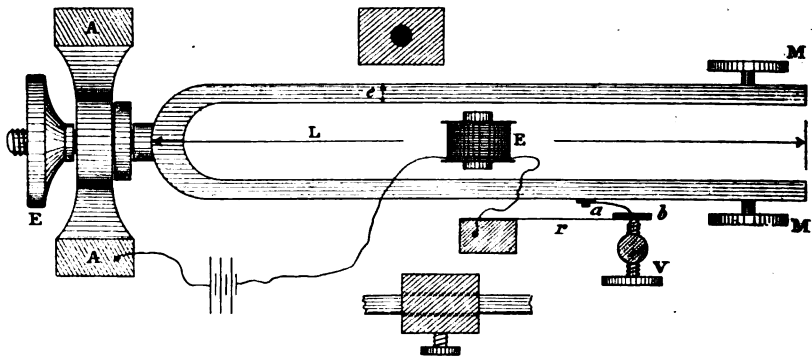


Fig. 193.

même fixée sur une planche. En raison de sa forme symétrique, il peut vibrer alors même que le manche serait tenu à la main ou que son support n'aurait qu'une stabilité médiocre. C'est le grand avantage, le seul du reste, que le diapason présente sur une simple lame vibrante. Mais la symétrie doit être réalisée par une construction soignée.

Inversement cette forme compliquée rend impossible l'obtention d'une formule rigoureuse donnant la fréquence du son qu'il émet.

La formule approchée suivante détermine l'ordre de grandeur des dimensions à donner à un diapason, à partir d'un diapason de même matière dont on connaît la fréquence.

Appelons *largeur* du diapason la dimension perpendiculaire au tableau; *épaisseur* la petite dimension e ; *longueur* la distance marquée L .

La fréquence est indépendante de la largeur (ce qui est évident *a priori*); elle est proportionnelle à l'épaisseur et en raison inverse du carré de la longueur :

$$N = k \frac{e}{L^2}.$$

Le coefficient k est voisin de 82 000, quand e et L sont évalués en centimètres. Par exemple pour :

$$e = 1 \text{ centimètre}, \quad L = 40 \text{ centimètres},$$

on a :

$$N = 51.$$

Les fabricants ont le tort de mettre sur leurs diapasons le nombre $2N$ de *demi*-oscillations par seconde. L'*ut* au-dessus du la_2 dit du diapason, a pour les physiciens la fréquence :

$$ut_1 = 512 = 2^9.$$

Les fabricants les numérotent 1024; ce qui est absurde.

J'ai sous les yeux un diapason numéroté 128 dont la fréquence est 64 : il correspond à l'*ut*₁.

Il est un peu moins de trois octaves au-dessous du la_2 normal.

Sa largeur est $e = 1$ cm. environ; sa longueur est de 36 cm.

2° — MODIFICATION DE LA PÉRIODE.

Pour changer de petites quantités la fréquence d'un diapason, on utilise *deux* surcharges mobiles glissant sur les tiges et que fixent des vis de serrage. Une explication est ici nécessaire.

Les diapasons sont chers; on vend couramment 250 francs le diapason à entretien électrique représenté par la figure 193. Cela vient de ce que la symétrie du diapason qui constitue son seul avantage, exige une construction soignée. Corrélativement si pour changer la période on n'utilise qu'une surcharge, les deux lames n'ont plus la même période. D'où des phénomènes compliqués.

Kœnig a construit un appareil curieux mais cher.

Les tiges (22×15 mm. de section) sont percées d'un canal de 3 mm. de diamètre. Les canaux sont reliés entre eux par un canal transversal rectiligne à travers le talon dont on augmente le volume.

Un ajutage et un tube de caoutchouc relie la cavité à un vase cylindrique plein de mercure dont on fait varier le niveau au moyen d'un cylindre plongeur porté par une vis micrométrique.

Le diapason construit par Kœnig (le seul qui ait jamais existé) donnait de 183 à 196 oscillations par seconde, suivant que les tiges

étaient pleines ou vides de mercure. On diminue la fréquence en augmentant la quantité de mercure, ce qui augmente la masse sans changer la réaction élastique.

Il est clair que le diapason doit être maintenu vertical.

Nous trouverons au paragraphe 197 un procédé commode quand il s'agit d'obtenir une très petite variation de la fréquence.

172. Lames vibrantes.

Pour les expériences de démonstration, on laissera leurs diapasons aux constructeurs. Pourquoi compliquer la difficulté technique, puisque

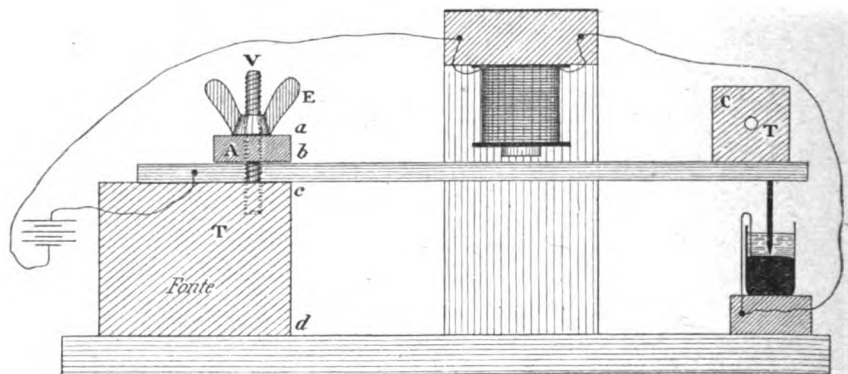


Fig. 194.

les expériences, aussi démonstratives, sont *plus belles* avec de grandes amplitudes, ce qui implique des fréquences de l'ordre de 25 à 40?

Je conseille donc l'emploi de simples lames de fer (feuillard) de 0,3 cm. d'épaisseur sur 2 cm. de largeur.

La fréquence est donnée par la formule :

$$N = 24\,600 : L^2.$$

Pour $L = 30$ centimètres par exemple,

$$N = 27.$$

Mais la compensation qui existe sur le talon entre les effets des deux tiges du diapason, n'existe plus ici. D'où la nécessité d'un talon T très lourd, formé d'une masse de fonte ou de plomb, contre lequel la lame est fortement serrée. On utilise une lame transversale A et deux vis V noyées dans le bloc; le serrage se fait avec des écrous E à oreilles.

On s'arrange de manière que la face *ab* de la traverse A prolonge la face *cd* du bloc.

Quand la vibration est verticale, le contact d'entretien (voir plus loin) se fait commodément avec du mercure recouvert d'alcool ou de pétrole (fig. 194).

173. Mesure des amplitudes.

1° — Le moyen le plus simple de déterminer l'amplitude des vibrations d'un diapason, consiste à fixer à l'extrémité et parallèlement à la

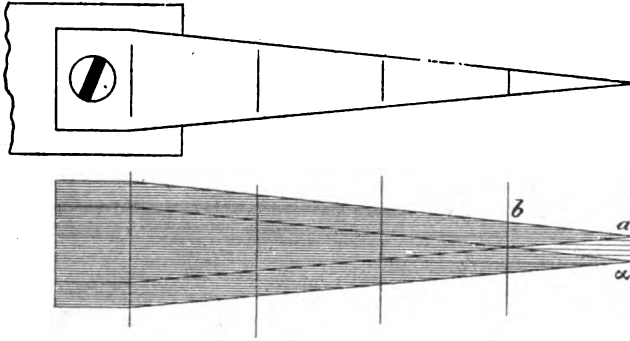


Fig. 195.

tige (fig. 195) une lamelle de clinquant, en forme d'angle aigu, de 6° environ, soit $0,1$ radian. Il est préférable de la noircir.

Plaçons dessous une feuille de papier blanc.

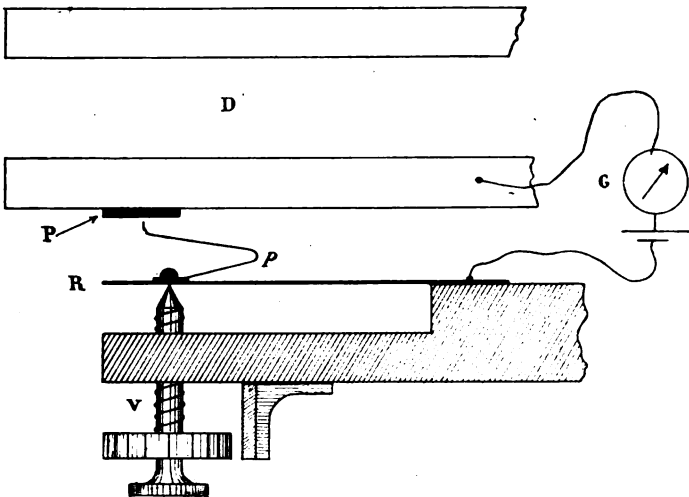


Fig. 196.

Quand le diapason oscille, la lamelle apparaît doublée noire sur fond blanc; à l'extrémité se détache un triangle gris.

Soit $\overline{ab}$ la hauteur de ce triangle.

Le parcours total de la pointe (double de l'amplitude) est :

$$\overline{a\alpha} = 0,1 \cdot \overline{ab}.$$

D'où une mesure approximative de l'amplitude. On augmente la précision en polissant les lames et en traçant dessus des traits équidistants

(de manière qu'avec un éclairage convenable, ils soient vus brillants sur fond obscur). On éclaire fortement le papier blanc.

On vise avec un microscope peu grossissant à oculaire micrométrique.

On peut encore armer le diapason ou la lame d'une lentille et déterminer la longueur de l'image d'un point lumineux. On peut remplacer la lentille par le système d'un miroir plan fixé au diapason et d'une lentille de projection. Le lecteur construira aisément la figure.

2° — Un autre dispositif est représenté par la figure 196.

Une des branches du diapason porte une plaque de platine P . Le ressort R , fixé au support du diapason porte le fil de platine p . Une vis à tête divisée pousse le ressort et permet d'établir le contact Pp au bout des oscillations. Un galvanoscope G constate si le courant passe.

Pour déterminer l'amplitude, on cherche la position du fil p telle que le courant ne passe plus, d'abord quand le diapason est au repos, puis quand il vibre. La vis donne l'amplitude.

3° — La figure 197 représente un troisième dispositif.

Sur les extrémités des tiges sont fixées des lamelles de clinquant m

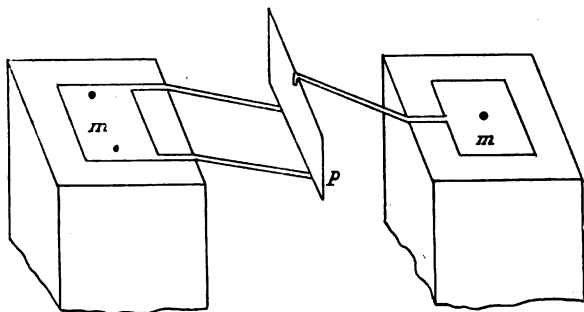


Fig. 197.

de la forme représentée. Grâce à leur élasticité, elles maintiennent une petite plaque métallique très mince p sur laquelle est collé un miroir de quelques millimètres de rayon. Les mouvements alternatifs des tiges produisent une rotation du miroir qu'on détermine par la méthode de Poggendorff, ou qu'on inscrit sur une plaque photographique.

Pour que les images du point lumineux ne se recouvrent pas sur le cliché, on imprime au diapason un mouvement de rotation uniforme autour de son axe de symétrie (vertical dans la figure).

La sensibilité est en raison inverse de la hauteur de la plaque p .

174. Amortissement. Variation avec la température.

Les oscillations s'amortissent avec une rapidité qui dépend de l'état moléculaire *actuel* de la matière.

L'expérience vulgaire prouve qu'un diapason *tenu à la main* vibre un temps de l'ordre de la minute. Corrélativement on ne l'entend pas.

Si l'on pose le talon sur une caisse de résonance, le son devient perceptible; corrélativement il s'éteint plus vite.

L'amortissement d'une lame dépend essentiellement de la fixité du support. Si la lame est tenue à la main, il est impossible de la faire vibrer.

On a cherché comment l'amortissement varie avec la température. Les phénomènes sont extrêmement compliqués parce qu'ils dépendent

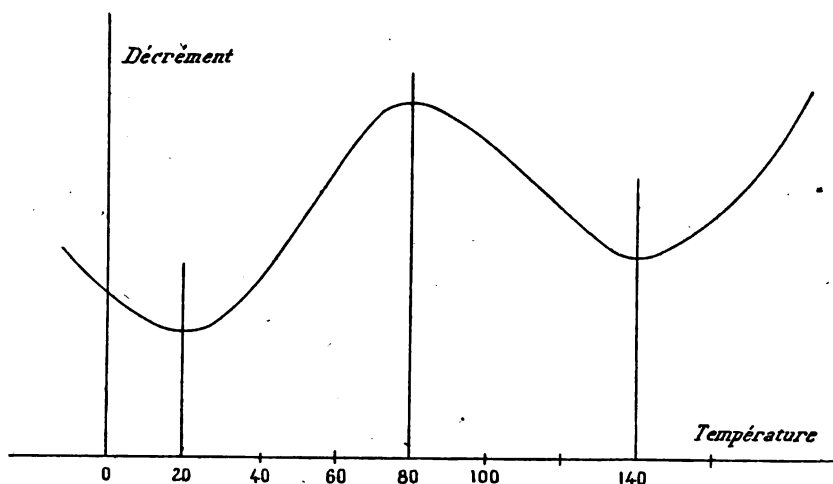


Fig. 198.

non seulement de la température actuelle, mais encore de tous les échauffements antérieurs (phénomènes à hystérésis).

Un résultat semble toutefois sortir des expériences : l'amortissement ne varie pas toujours dans le même sens quand la température s'élève. Il semble que le décrément passe par un maximum au voisinage de 80°, et par deux minima vers 20° et 140°.

Nous sommes dans le cas où le métal se fatigue, c'est-à-dire où de nombreuses déformations *même petites* peuvent modifier, au moins temporairement, les fameuses *constantes* élastiques et encore davantage les frottements intérieurs.

Mais allez donc faire comprendre à des gens qui veulent à toute force pondre un mémoire, que ce qu'ils déterminent n'a pas de sens !

173. Entretien avec un archet; archet tournant.

1° — On peut entretenir le mouvement des lames et des diapasons avec l'*archet*.

L'*archet* se compose d'une *tige* de bois dur et sec, terminée par une saillie appelée *tête*. On tient l'archet par la saillie opposée (*hausse*) qui glisse le long de la tige et qu'on déplace au moyen d'une vis de fer.

Pour cela la hausse porte un écrou qui se trouve dans une cavité creusée dans la tige; on manœuvre la vis avec un bouton d'ivoire.

J'ai entaillé la tige pour montrer la cavité et l'écrou.

La partie frottante est constituée par un paquet de crins (queue de

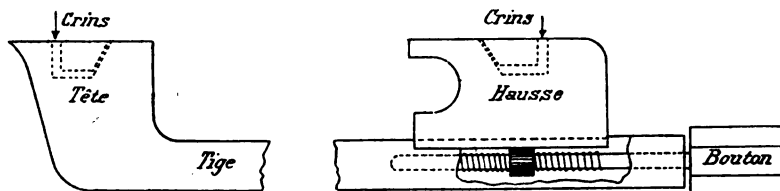


Fig. 199.

cheval). Ils sont peignés puis fixés dans la tête et dans la hausse par des cales de bois entrant de force dans des cavités convenables.

On tend les crins en agissant sur le bouton, c'est-à-dire en déplaçant la hausse. Pour que le crin ne glisse pas sur la corde, la lame ou le diapason, on l'enduit de colophane (résine, résidu de la distillation de la térébenthine).

On se sert de l'archet en faisant glisser les crins sur le corps à mettre en vibration. On appuie aussi régulièrement que possible. Avec un peu d'habitude on impose ainsi aux oscillations une amplitude énorme. *La reprise se fait sans changement de phase*, comme le prouvent les expériences de Lissajous.

2° — ARCHET CONTINU.

Dans le système de télégraphie *multiplex Mercadier*, on utilise des

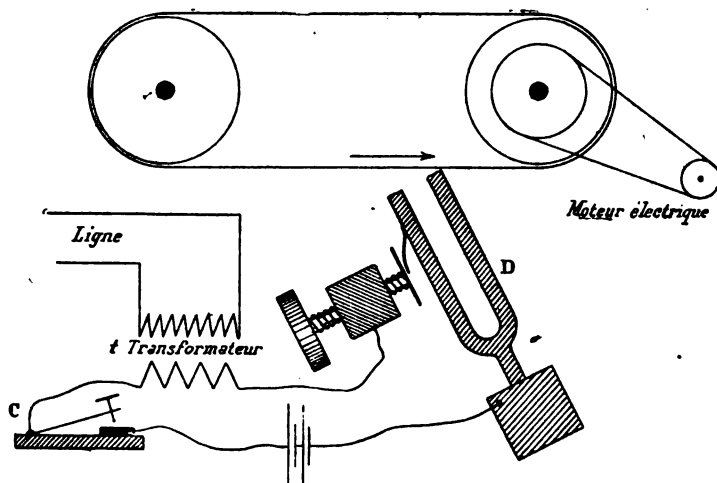


Fig. 200.

courants interrompus, de période parfaitement déterminée, qui agissent sur des *monotéléphones* (c'est-à-dire des plaques ne vibrant sensi-

blement que pour une fréquence déterminée du courant). Les courants interrompus sont fournis par des diapasons qu'il est nécessaire d'entretenir d'une manière permanente. L'entretien magnétique est sujet à des ratés : on utilise donc un archet continu. L'appareil peut servir dans tous les cas où l'on a besoin d'un courant interrompu, par exemple pour exciter à distance une série de diapasons convenablement accordés.

L'archet Magunna se compose d'un ruban de cuir poncé et colophané entraîné par une petite dynamo. Il attaque le diapason sous l'angle de 70° . On modifie la tension (qui doit être relativement petite) en écartant plus ou moins la poulie de renvoi.

L'entretien est facile pour des fréquences de 100 à 1 200. Pour des fréquences supérieures on diminue la vitesse. La fréquence est à peine modifiée par l'entretien, ce qu'on prouve à l'aide des battements.

176. Entretien à l'aide d'un échappement.

1° — Il est possible d'entretenir un diapason au moyen d'un échappement (fig. 201); mais c'est un quasi-tour de force mécanique dont peu de constructeurs sont capables.

Kœnig a construit une horloge réglée par un diapason de fréquence 64 (128 battements à la seconde). Il a été jusqu'à la fréquence 100. Dans le premier cas, la roue d'échappement porte 64 dents et fait un tour à la seconde. Le rouage contient des axes faisant un tour à la minute et un tour à l'heure, comme dans les horloges ordinaires.

L'ancre est fixée directement sur une des branches du diapason.

Une telle pendule est un objet de collection coûteux et sans intérêt pratique.

Pour construire l'appareil on n'oubliera pas que les déplacements linéaires des extrémités des branches du diapason sont notables, mais que leurs déplacements angulaires sont très petits. Pour avoir l'échappement à la tangente, on est donc conduit à mettre la roue d'échappement comme l'indique la figure 201 schématique : les becs de l'ancre sont sur un diamètre. On construira facilement l'appareil avec le rouage d'un réveille-matin dont le régulateur est un petit pendule, et avec une lame vibrante de fréquence 20.

2° — CHRONOGRAPHE DE HIPPE.

Quelque chose d'analogue est réalisé dans le chronographe enregistreur Hipp (genre Morse à deux ou trois plumes). La régulation est obtenue par une lame vibrante encastrée à l'une de ses extrémités à

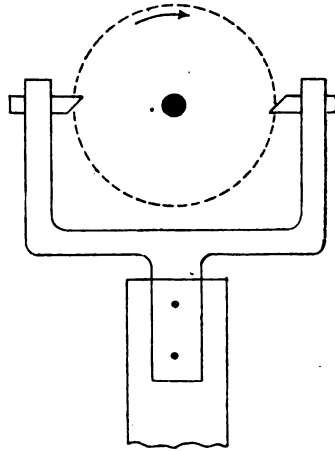


Fig. 201.

chacune de ses vibrations elle laisse passer une ou deux dents de loup d'une épaisse roue dentée qui sert de dernier mobile au rouage. Comme les dents choquent la lame, la période de celle-ci n'est certainement pas la même que si elle vibrerait en liberté; mais on obtient un mouvement quasi uniforme.

La lame rend un son dont il est facile de mesurer la hauteur connaissant la vitesse d'un mobile lent du rouage et la multiplication.

3° — DÉTERMINATION DE LA HAUTEUR D'UN DIAPASON.

La régulation d'un rouage au moyen d'un diapason, plus commodément au moyen d'une lame vibrante, permet de déterminer la hauteur d'un diapason. Arrangeons-nous, par exemple, pour que le ressort vibrant fasse $n = 433$ vibrations environ par seconde; d'après ce qui précède, ce nombre sera *exactement* connu par le jeu de l'appareil lui même.

Comptons le nombre p de battements que le diapason supposé normal (fréquence voisine de $n' = 435$) fait par seconde avec le ressort.

On a :

$$n' = n \pm p.$$

Surchargeons un peu le diapason (avec deux boules de cire molle); sa fréquence diminue. Si le nombre p diminue, il faut prendre le signe $+$. Si le nombre p augmente, il faut prendre le signe $-$.

177. — Entretien magnétique.

1° — Les diapasons sont entretenus magnétiquement par un électro placé à peu près au milieu de la longueur des tiges, pour éviter les sons partiels et obtenir une oscillation quasi pendulaire. Le diapason joue le rôle du battant dans la sonnerie d'appartement (tome I, § 176).

Le contact se produit entre un fil de platine a et la lamelle de platine b portée par un ressort r ; on en règle la position avec la vis V (fig. 193).

Le réglage est peu stable en raison de la petitesse des amplitudes. On est tout le temps à manœuvrer la vis V : le diapason s'arrête ordinairement à l'instant critique de l'expérience.

On a préconisé divers modes de réglage représentés par la figure 202. Une pièce P , mobile sur une glissière, est rapprochée ou éloignée du diapason au moyen d'une vis (non représentée). Elle porte une pièce de cuivre sur laquelle est disposé le contact. En 1 il s'effectue entre un fil ab de platine ou d'argent convenablement tendu, et le couteau métallique ou de charbon p , porté par le ressort mn et dont la position est réglée par la vis V .

Le fil ab est relié au diapason par le fil rs .

En 2 le fil ab est remplacé par une lame $\alpha\beta$ de platine ou d'argent. En 3 le fil rs agit sur la membrane métallique très mince d'un microphone à charbon tassé.

2° — On peut entretenir un diapason de fréquence N avec un diapason de fréquence N' voisine de $N : p$, où p est un nombre entier.

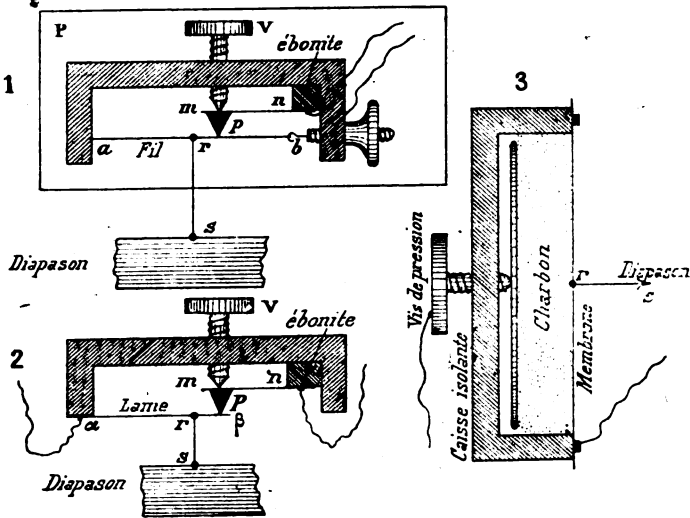


Fig. 202.

On y gagne que le diapason d'entretien a les tiges plus longues et

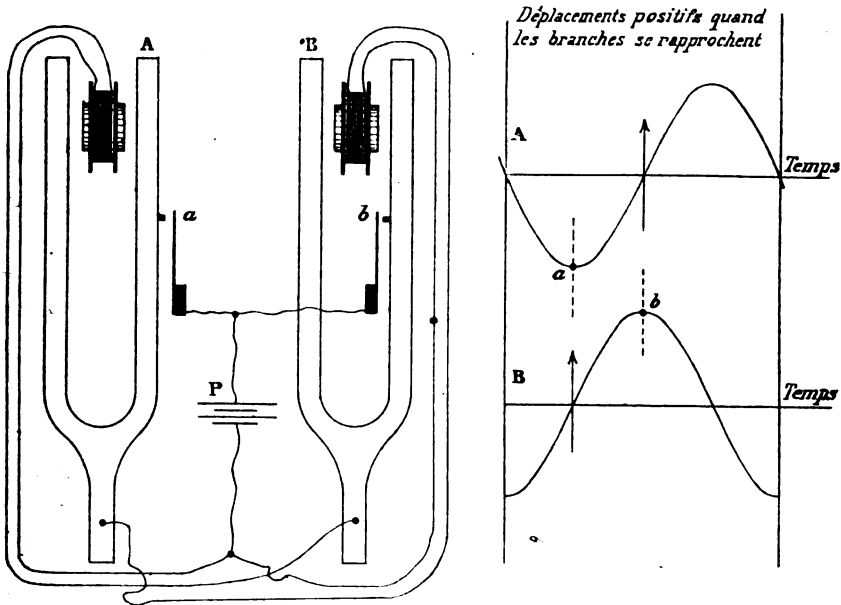


Fig. 203.

plus minces, une amplitude linéaire plus considérable, d'où des contacts plus réguliers.

Les deux diapasons sont synchronisés; le diapason entretenu donne exactement un harmonique du diapason d'entretien.

Le son qu'il rend a la fréquence pN' , alors même que la fréquence N du son qu'il donnerait s'il était libre, diffère de pN' .

L'amplitude est maxima quand on a : $N = pN'$; la différence de phase est nulle (voir plus loin).

3° — MONTAGES DIVERS.

Dans le tome I j'ai longuement étudié des appareils comparables à la sonnerie. J'y renvoie le lecteur. Voici trois montages intéressants et théoriquement plus corrects que le montage habituel.

a) ENTRETIEN RÉCIPROQUE.

Le dispositif, dû à S. Thomson, imite le couplage des alternateurs.

Le diapason A entretient B qui entretient A, cela avec une seule pile P. Les contacts sont disposés comme le montre la figure 203.

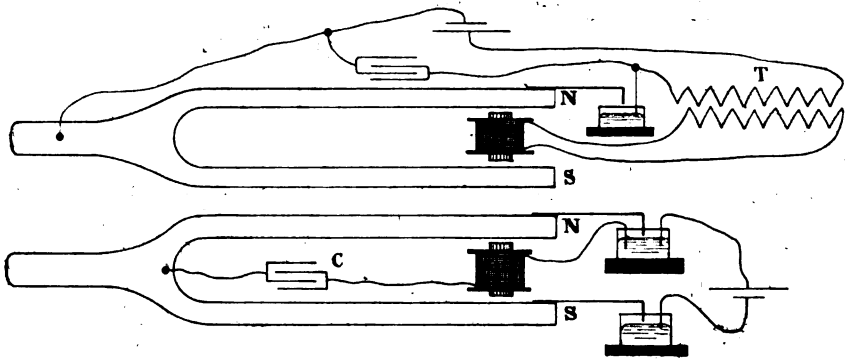


Fig. 204.

Les diapasons prennent un décalage d'un quart de période. Le schéma à droite indique leurs positions quand les contacts se produisent.

Les flèches montrent l'instant et le sens des impulsions.

Elles ont lieu au passage par la position d'équilibre, alors que les contacts se produisent pour l'élongation maxima.

b) ENTRETIEN PAR INDUCTION.

L'électro est polarisé (c'est un aimant permanent).

Au passage du diapason par la position d'équilibre le circuit de la pile P est ouvert (ou fermé). Il contient le primaire d'un transformateur T. D'où courant d'un sens ou de l'autre : on connecte la pile de manière qu'il y ait répulsion (ou attraction) entre l'électro et le diapason. Le condensateur évite les étincelles; on peut s'en passer

c) ENTRETIEN PAR UN CONDENSATEUR.

La figure 204 en bas indique le montage de ce curieux mode d'entretien indiqué (comme le précédent) par Gregory en 1889.

L'électro doit être polarisé.

178. — Emission et enregistrement de courants interrompus.

Les courants qui entretiennent le diapason sont obtenus au moyen d'appareils divers.

En voici quelques-uns que le lecteur s'amusera à reproduire.

1° — EMPLOI D'UN CYLINDRE VIBRANT TRANSVERSALEMENT.

Sur un socle rigide SS', fixons solidement une boîte de fer-blanc (boîte de conserve). Entretenons en vibration sa paroi latérale au moyen d'un

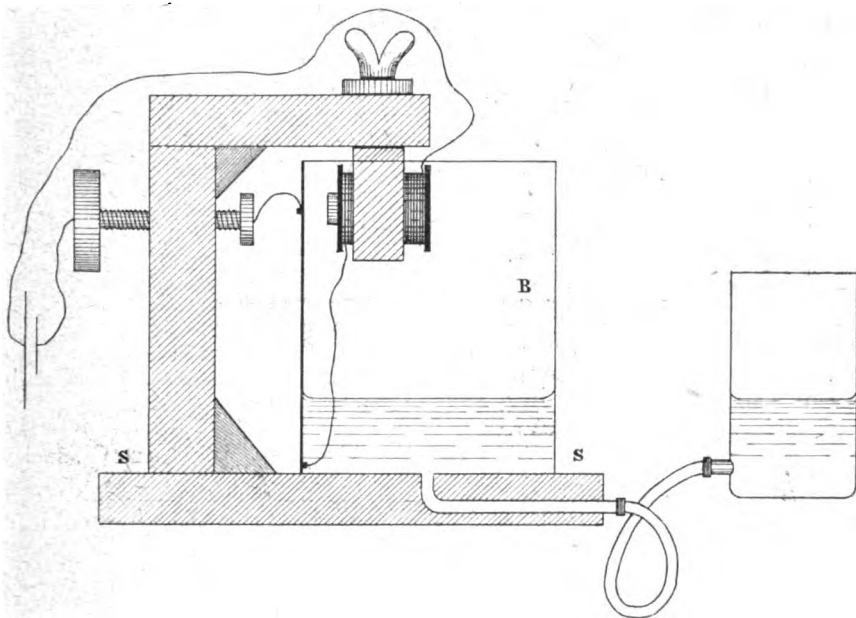


Fig. 205.

électro E et d'un contact à fil de platine disposé à la manière ordinaire. L'intérêt de ce dispositif est de permettre le changement continu de la période par l'introduction ou la soustraction d'une couche d'eau plus ou moins épaisse qui joue le rôle de surcharge inerte.

2° — EMPLOI D'UNE CORDE.

La figure 206 indique le montage.

La corde (métallique, mais d'un métal quelconque) est tendue entre les points fixes AA. Elle porte en son milieu un fil de cuivre amalgamé à la surface qui peut plonger dans le mercure (recouvert de pétrole) que contient le godet G.

Un aimant est placé de manière que si le courant traverse la moitié du fil, la force électrodynamique pousse le fil verticalement vers le haut, d'où entretien.

Conformément à la théorie de l'entretien, l'amplitude augmente quand on introduit dans le circuit une spirale de fil augmentant la self-induction.

Généralement le fil rend, outre le fondamental, des partiels *qui ne sont pas harmoniques* (corde surchargée en son milieu).

Une position convenable de l'aimant donne un son simple très analogue au son d'un tuyau.

On peut utiliser l'appareil pour obtenir un courant interrompu un grand nombre de fois par seconde (1 000 ou davantage).

Avec un fil d'acier ou de fer, on substitue à l'aimant un électro, de préférence un électro blindé (tome I, § 177).

Avec deux fils on répète commodément les expériences de résonance.

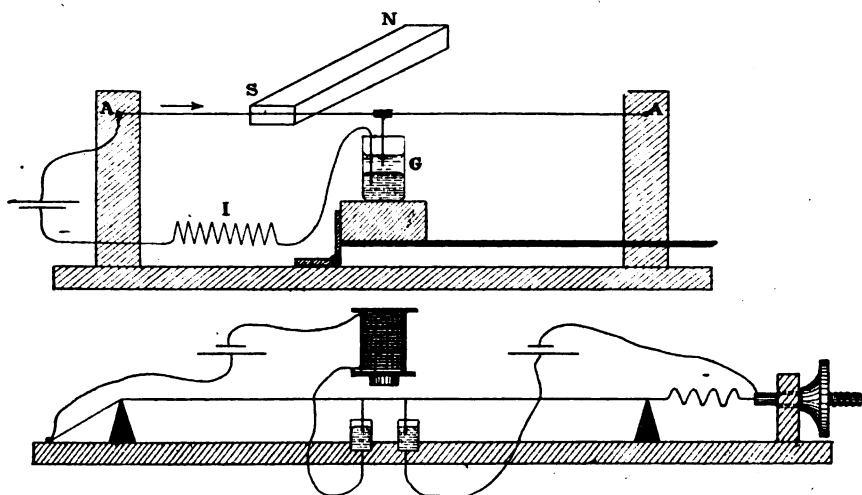


Fig. 206.

Le grand avantage d'un fil comme disjoncteur périodique est qu'on change aisément et rapidement la période dans de larges limites.

Le fil passe sur deux chevalets. L'une de ses extrémités est invariablement fixée; l'autre s'attache à un ressort de boudin peu déformable qu'on tend à l'aide d'une pièce mue par une vis micrométrique.

L'appareil peut être disposé pour séparer le courant d'entretien du courant interrompu (ce que montre la figure 206 en bas).

3° — ENREGISTREMENT DIRECT DES COURANTS INTERROMPUS.

La méthode très simple vaut la peine d'être signalée.

Un mouvement d'horlogerie analogue à celui d'un Morse déroule du papier légèrement humide imprégné d'iodure de potassium et d'amidon. Une ou plusieurs pointes de platine glissent dessus.

Quand un courant passe en utilisant une des pointes comme anode, le papier montre une trace bleue d'iodure d'amidon.

On peut donc inscrire par des points bleus les discontinuités périodiques d'un courant, avec un retard extrêmement faible et sans l'intermédiaire d'un électro.

179. Résonance.

1° — La théorie générale de la résonance (tome I, § 182 et suivants) s'applique naturellement ici.

Montons l'expérience avec des lames vibrantes.

a) Utilisons d'abord pour chaque lame un courant d'entretien interrompu par la lame même. A l'aide de surcharges donnons aux lames des fréquences peu différentes N_1 et N_2 . Mesurons la différence $N_1 - N_2 = n$, en déterminant le temps qui s'écoule entre les passages de l'ellipse de Lissajous (voir plus loin) par une de ses variétés.

Pour préciser déterminons le temps qui s'écoule entre deux évanouissements consécutifs de l'ellipse suivant l'une des diagonales du rectangle circonscrit.

b) Ceci fait, entretenons le diapason 2 au moyen du courant interrompu par le diapason 1, c'est-à-dire au moyen d'impulsions discon-

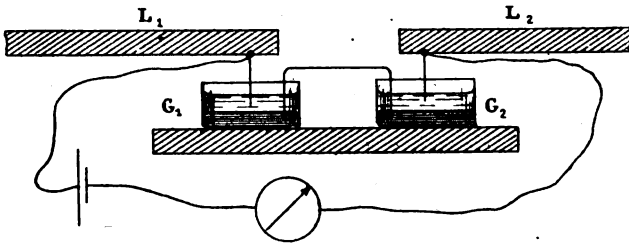


Fig. 207.

tinues de fréquence N_1 . Le diapason 2 se synchronise : l'ellipse devient immobile. Mais la phase dépend de la différence n des fréquences.

Elle est nulle pour $n = 0$; elle croît quand n augmente.

2° — COURANTS INTERROMPUS.

Pour obtenir des courants interrompus de fréquence bien déterminée et transportant des quantités d'électricité variables, on peut utiliser deux lames 1 et 2 de périodes peu différentes.

La lame 1 sert de disjoncteur pour le courant d'entretien ; le courant passe dans deux électros E_1 et E_2 disposés à la manière ordinaire. Nous savons que les lames prennent une différence de phase qui dépend de la différence de leurs fréquences.

La figure 207 représente schématiquement la partie de l'appareil relative au courant interrompu à réaliser.

Les lames portent des fils de platine de longueurs telles que, pour les positions d'équilibre, elles affleurent juste les surfaces du mercure dans les godets G_1 et G_2 .

Si les lames vibrent avec une différence de phase nulle, le courant passe pendant une demi-période pour chaque période.

Si les lames sont décalées, le courant passe pendant un temps moindre, qui peut descendre jusqu'au quart de période.

En tout cas en effet chaque lame ne ferme le circuit que pendant une demi-période.

Sous l'action de ce courant interrompu, un galvanomètre mis en circuit donne une déviation permanente. Elle varie avec le décalage, par suite avec la différence des fréquences qu'on fait varier avec une petite surcharge. C'est une intéressante expérience de cours.

3° — ENTRETIEN PAR RÉSONANCE.

Pour certaines recherches, on peut entretenir le diapason par résonance.

Un disque de laiton D tourne rapidement autour d'un axe vertical. Il est percé de 4 logements qui maintiennent 4 aimants permanents, sui-

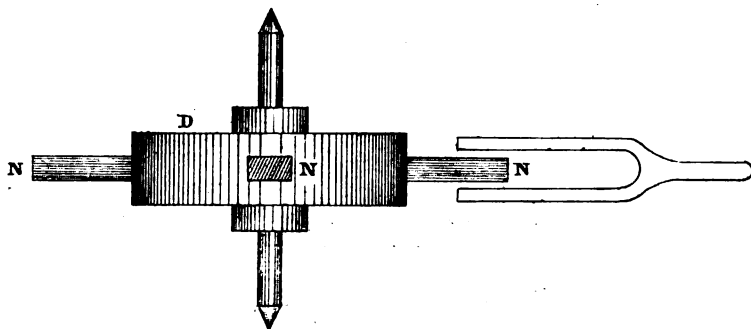


Fig. 203.

vant des rayons du disque et avec leurs pôles de même nom placés extérieurement.

Ces pôles passent entre les branches du diapason de fréquence N à entretenir.

Soit n la fréquence de rotation (nombre de tours à la seconde).

Le diapason vibre au maximum quand on a :

$$n = \frac{N}{4}, \quad \frac{N}{8}, \quad \frac{N}{12}, \dots, \frac{N}{4p}.$$

En mesurant n (voir § 185), on a N.

4° — APPLICATION A LA TÉLÉGRAPHIE MULTIPLEX.

Une curieuse application de la résonance est fournie par le télégraphe *multiplex Mercadier*. Par le procédé du § 175, 2°, envoyons simultanément sur une ligne des courants interrompus de fréquences $n_1, n_2, \dots$, assez différentes, au moyen de diapasons $D_1, D_2, \dots$ actionnant les primaires des transformateurs t . A la réception ces courants passent dans les secondaires des transformateurs τ dont les primaires contiennent en circuit des électros E agissant sur des plaques vibrantes T respectivement accordées pour les fréquences $n_1, n_2, \dots$. La plaque T_1 ne vibre qu'autant que le circuit du diapason D_1 est fermé. Elle reste inerte au

passage des courants de fréquence $n_2, n_3, \dots$ qui par hypothèse diffèrent notablement de n_1 .

Pour fermer le circuit des diapasons D utilisons des clefs Morse C. La lame correspondante T_1 vibre tout le temps que la clef C_1 est abaissée. D'où la réception au son avec la plaque T_1 agissant comme plaque téléphonique.

On réalise des points et des traits à la manière ordinaire.

On obtient des courants continus de même durée grâce au dispositif

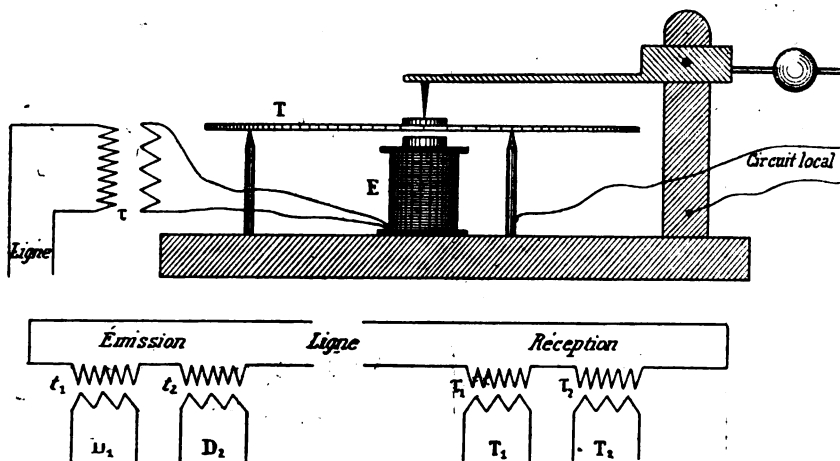


Fig. 209.

représenté en haut de la figure 209. Un circuit local passe dans la plaque T par l'intermédiaire d'un levier équilibré assez lourd *qui ne peut vibrer*. Quand la plaque vibre, la résistance du circuit augmente considérablement. D'où l'obtention d'un courant permanent dans la diagonale d'un pont de Wheatstone préalablement équilibré, courant qui dure tant que la plaque vibre.

180. Rôle des caisses de résonance.

1° — Helmholtz faisait ses expériences dans des conditions intéressantes.

Il utilisait des diapasons.

Près du diapason 2 qu'entretient le diapason 1, installons comme caisse de résonance un tube de longueur convenable, fermé à un bout, ouvert à l'autre d'un orifice qu'un disque peut obstruer plus ou moins. On modifie ainsi le son de plus forte résonance du tube; on peut le rendre plus ou moins voisin du son propre du diapason 2.

Nous remplaçons en définitive le diapason 2 par le système *diapason-caisse*, dont la période n'est pas celle du diapason 2, pour peu que le son de plus forte résonance de la caisse diffère de celui du diapason.

Dans ces conditions on constate que la forme de l'ellipse immobile se modifie quand on approche la caisse, et cela pour deux raisons. La première tient à la variation d'amplitude du diapason 2: elle diminue; on peut la ramener à sa valeur première par modification de l'intensité du courant d'entretien. La seconde tient à une variation dans la différence des phases des deux diapasons synchronisés par le courant; preuve d'une variation de la fréquence du système 2 supposé libre de vibrer suivant sa propre période.

Au contraire si la caisse est exactement accordée sur le diapason 2,

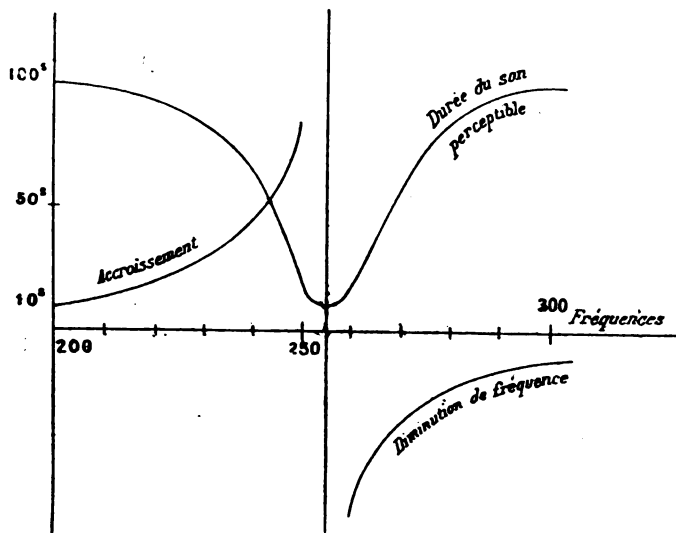


Fig. 210.

on modifie bien l'amplitude de la vibration du diapason quand on approche la caisse de celui-ci, mais on ne modifie plus sa fréquence. Corrélativement on ne modifie par la différence des phases des diapasons synchronisés par le courant.

2° — Voici une expérience de Kœnig.

Il opère avec un diapason $ut_3 = 256$. Le résonateur est un tube de 12 cm. de diamètre, fermé à un bout par un fond percé d'une ouverture de $2,5 \times 11$ cm., de l'autre par un piston mobile permettant de faire varier la hauteur propre de la masse d'air.

Le diapason vibre devant l'ouverture rectangulaire.

On élève peu à peu le son propre du résonateur en poussant le piston. Quand il est au-dessous du $la_2 = 213$, le diapason vibre pendant 90 secondes, sa fréquence n'est pas altérée.

Pour le la_2 , l'amortissement est sensiblement augmenté; la fréquence est *augmentée* de 0,003 environ.

A mesure que la fréquence du résonateur s'approche et dépasse 256,

l'amortissement croît, passe par un maximum, puis décroît. Pour le maximum, il y a renforcement notable; mais le son ne dure que 10 secondes.

La fréquence du diapason croît tant que celle du résonateur s'élève tout en restant au-dessous de 256. Au voisinage de ce nombre, l'accroissement est de 0,036. Mais au moment de l'unisson, l'altération de la fréquence disparaît brusquement : la fréquence est normale.

Quand, à partir de 256, on hausse le résonateur, la fréquence du diapason est brusquement *diminuée*. Puis l'altération décroît pour devenir insensible au-dessus du ré₃ dièze.

Le lecteur remarquera le fait singulier d'un résonateur qui est au-dessous (ou au-dessus) de l'unisson et qui produit une augmentation (ou une diminution) de la fréquence. C'est juste le contraire de ce qui semble naturel (§ 210).

Kœnig mesure la variation de fréquence en déterminant la période de variation de la figure de Lissajous donnée par un diapason invariable et par le diapason modifié. Quand la fréquence varie de 0,01, la période de la variation est de 100 secondes.

Mesure de la période.

181. Inscription directe des oscillations. Applications chronographiques.

1° — Nous retrouvons l'expérience étudiée au début du tome 1, § 22.

On arme l'extrémité du diapason d'un crin ou d'un style léger. On dispose une plaque enfumée parallèlement à son plan de vibration; on

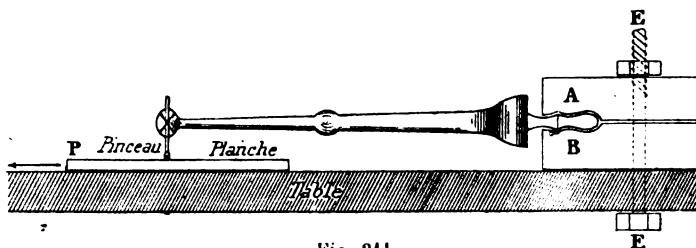


Fig. 211.

la déplace dans son propre plan, d'un mouvement uniforme, parallèlement aux tiges vibrantes, de manière que le style y trace un trait fin.

L'expérience de cours se fait aisément avec une paire de pincettes : c'est un diapason donnant un son grave.

Si l'on ne veut qu'une expérience qualitative, on fixe une paire de pincettes contre une table à l'aide de deux pièces de bois A et B et d'un écrou E. L'une des branches est armée d'un pinceau, qu'on trempe dans l'encre. Sur une planche, on colle une feuille de papier. On met

la pincette en oscillations; on tire la planche dans le sens de la flèche. Le pinceau dessine une sinusoïde (plus ou moins déformée, le mouvement de la planche n'étant pas uniforme).

2° — Cette expérience de cours se transforme aisément en un procédé chronographique d'emploi très général.

La plaque enfumée est remplacée par un cylindre recouvert de papier enfumé. Pour mettre en place le papier, on le mouille, on le gomme sur son bord, on l'enroule sur le cylindre, et on le colle à recouvrement. En séchant il se tend et donne une surface parfaitement lisse qu'on enfume à la manière ordinaire.

Le diapason est monté avec son axe horizontal et de manière que, pour le cylindre au repos, son style décrive un fragment de la génératrice supérieure.

Quand le cylindre tourne uniformément, le diapason trace une sinusoïde dont l'axe est dans une section droite du cylindre.

Pour que les tracés ne se recouvrent pas après la rotation d'un ou plusieurs tours, on donne au diapason un mouvement relatif suivant l'axe du cylindre. Parfois (mais rarement) l'axe du cylindre est une vis; le cylindre est alors animé d'un mouvement hélicoïdal; le diapason est fixe.

Plus souvent le cylindre n'est animé que du mouvement de rotation; le diapason est porté par un chariot qui se déplace parallèlement à l'axe du cylindre, entraîné par celui-ci comme l'outil d'un tour à fileter.

3° — Il est avantageux de ne pas imposer au diapason le tracé de la sinusoïde.

On peut utiliser comme intermédiaire un électro mis dans le circuit d'entretien du diapason qui peut alors être placé dans de meilleures conditions de stabilité, à quelque distance de l'enregistreur. L'armature de l'électro porte le style qui trace, non plus une sinusoïde, mais deux traits correspondant à la fermeture et à la rupture du courant.

Il est clair que pour obtenir un grand nombre de périodes à la seconde, l'armature doit avoir un moment d'inertie extrêmement petit et être rappelée par un couple considérable. Si par exemple l'électro doit obéir à un diapason de fréquence 100, il est clair que le temps mis par l'armature pour aller d'un de ses butoirs à l'autre, doit être inférieur à 0^s,005.

Deprez a construit de *très petits* électros qui permettent d'enregistrer jusqu'à 600 signaux à la seconde.

4° — Pour intéressante que soit cette application de l'électro; elle n'est guère à conseiller dans le cas qui nous occupe.

Mieux vaut utiliser une lame vibrante *aa*; une pince *P* mue par la vis *V*, permet de changer sa longueur utile et de la syntoniser (au moins approximativement) avec le diapason.

Elle porte comme armature une masselotte de fer doux *m* sur laquelle

agit un électro E excité par le courant interrompu envoyé par le diapason.

Nous savons que la lame se syntonise *exactement* sur le diapason;

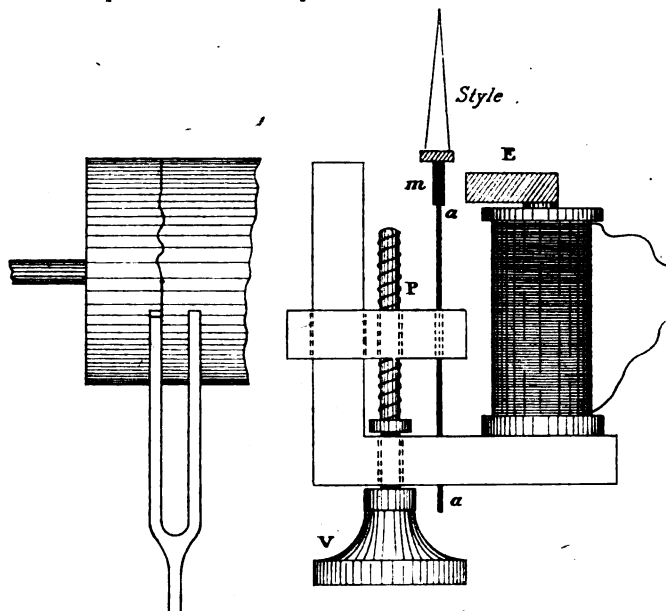


Fig. 212.

l'amplitude de la vibration dépend de l'intervalle entre sa fréquence propre et celle du diapason.

À l'extrémité de la lame est fixé un léger style de roseau.

L'appareil inscripteur a de petites dimensions; il est facile à loger, à régler; de plus il donne des signaux plus facilement lisibles.

On ne pourrait pas l'utiliser seul parce que sa période propre est mal déterminée; mais elle n'agit guère ici que sur l'amplitude.

5° — ENREGISTREMENT PORTATIF DES SECONDES.

Il est souvent utile d'enregistrer la seconde ou une fraction de la seconde (le cinquième en général); le diapason, quand il subsiste, sert à fractionner cet intervalle. Pour les appareils qu'on doit transporter, on utilise commodément un style mû directement par une grosse montre (que nous appellerons chronomètre, si le lecteur le désire).

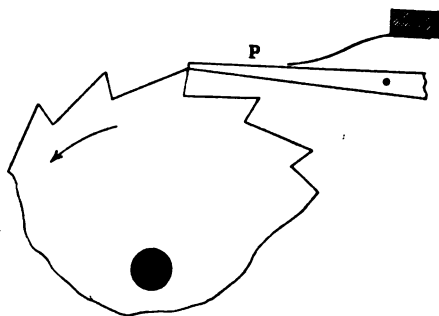


Fig. 213.

Le style tourne autour d'un axe (mobile pour faciliter le réglage). On donne à sa pointe un mouvement brusque en appuyant une pièce P raccordée au style contre les dents d'une roue (fig. 213). D'où les soubresauts de la pointe, équidistants d'un intervalle qui dépend du nombre des dents de la roue et du temps qu'elle met à faire un tour. Généralement deux roues sont accolées dont l'une porte 5 fois plus de dents que l'autre : en faisant glisser la pièce P sur son axe, la pointe du style enregistre la seconde ou le cinquième de seconde.

182. Inscription photographique des amplitudes. Mesure de la période.

1° — Lorsqu'on veut déterminer, par exemple, la variation de la fréquence et de l'amortissement en fonction de l'amplitude, on utilise commodément la méthode d'inscription étudiée au tome I, paragraphe 78, dans le cas du pendule.

Sur un cylindre tournant C on enroule une pellicule photographique. On fait tomber dessus l'image P' d'un point P fortement éclairé,

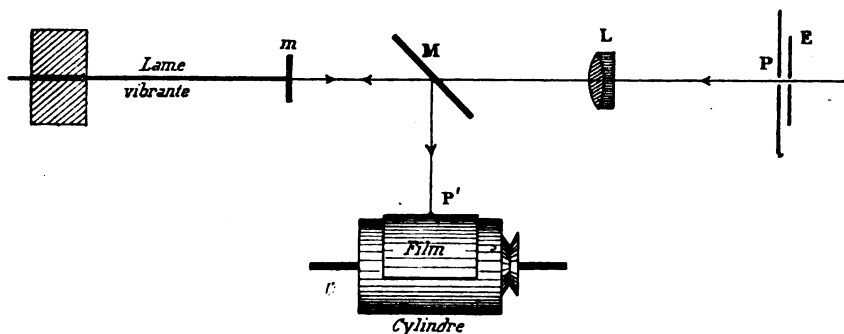


Fig. 214.

image que donne une lentille L par réflexion sur un miroir *m* collé sur la lame ou sur le diapason, et sur un second miroir fixe M.

On enregistre une sinusoïde.

Comme il ne s'agit pas de déterminer la loi du mouvement, on diminue beaucoup la vitesse de rotation, du film, de sorte que les sinusoïdes se trouvent très serrées; leurs zéros sont à une distance l'un de l'autre inférieure au millimètre.

Les maximums qui correspondent à la vitesse nulle de rotation du miroir *m*, sont très nettement marqués; ils forment un trait interrompu qui donne immédiatement la loi de décroissance des amplitudes en fonction du nombre des oscillations; cela que la vitesse de rotation du cylindre C soit constante ou non.

Il est important d'observer que la longueur du trait enregistré est proportionnelle, non pas au déplacement linéaire de l'extrémité *m* de

la lame vibrante (ou de la branche du diapason), mais à sa rotation : si le miroir se tran-*slate* sans tourner, l'image P' de P est immobile.

Soit théoriquement, soit par une expérience directe, il faut donc relier la longueur de l'image au déplacement linéaire qui est lui-même fonction de la rotation.

Il va de soi que le miroir M doit être un peu en avant du tableau, la lentille et le point P un peu en arrière, pour que le miroir M n'intercepte pas la lumière qui tombe sur le miroir m .

2° — Reste à repérer les temps sur les sinusoïdes.

Un procédé curieux consiste dans l'emploi d'un arc à courant alternatif pour l'éclairage du point lumineux : la sinusoïde apparaît en traits

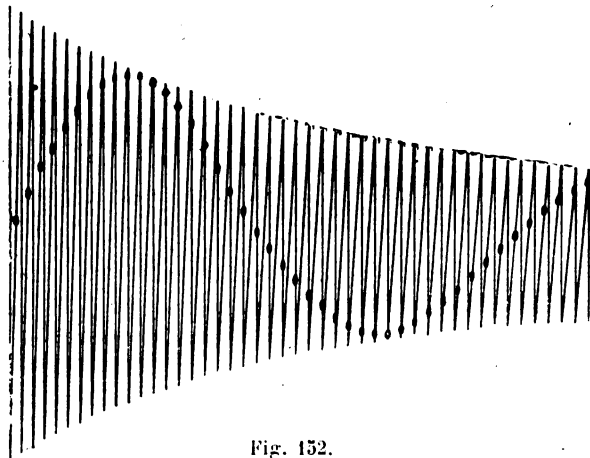


Fig. 152.

discontinus. En raison même de l'inertie des alternateurs industriels, on peut considérer comme rigoureusement invariable, pendant un temps assez court, la période du courant : chaque discontinuité de la courbe enregistrée correspond à un intervalle de temps toujours le même, au moins pour une expérience de courte durée.

Je signale le procédé, mais il est rarement applicable en raison de la petite fréquence des courants alternatifs industriels, de la variation continue de l'éclat du charbon, et aussi des variations continues de la période. Le procédé suivant est bien meilleur.

Parallèlement à l'écran percé du trou P , est un écran E porté par un diapason entretenu électriquement qui fait par exemple 100 oscillations à la seconde. Posons que son plan d'oscillation est vertical.

S'il était opaque et percé d'une fine fente horizontale, il produirait tous les centièmes de seconde, des éclairs (durant 0,0001 de seconde pour fixer les idées). Sur le film on obtiendrait non plus les sinusoïdes complètes, mais seulement un ou plusieurs points de chaque sinusoïde, à supposer la période de la lame plus longue que celle du diapason chargé de produire les éclairs.

Mais on n'aurait pas ainsi les amplitudes.

On tourne la difficulté en prenant pour écran E une lamelle de verre peinte en jaune, sauf une ligne très fine qui est juste avant le trou quand le diapason est au repos. Le jaune diminue la puissance photo-chimique de la lumière. Des sinusoïdes on ne voit donc que les extrémités (la quasi-immobilité du miroir compense la perte de lumière par absorption), et les points noirs qui correspondent au passage de la fente sur le trou.

Dans ces conditions on ne demande au cylindre sur lequel le papier photographique est enroulé, que de tourner *à peu près* uniformément; la vitesse angulaire se trouve déterminée par les procédés ci-dessus décrits.

Si la fréquence du vibreur étudié est identique à celle du diapason qui produit les éclairs, les points noirs sont sur des exponentielles.

Les exponentielles deviennent des droites parallèles si la vibration étudiée n'est pas amortie.

Si les périodes des deux appareils diffèrent, les points noirs sont sur des sinusoïdes amorties dont la période est celle des battements (fréquence égale à la différence des fréquences).

183. Mesure stroboscopique de la période.

1° — Pour mesurer la période en valeur absolue, on peut armer le diapason ou la lame d'un style qui trace une sinusoïde sur un cylindre enfumé tournant avec une vitesse connue.

Mais il est à craindre que la période soit altérée par le frottement.

Le procédé doit être réservé à la division du temps en parties égales :

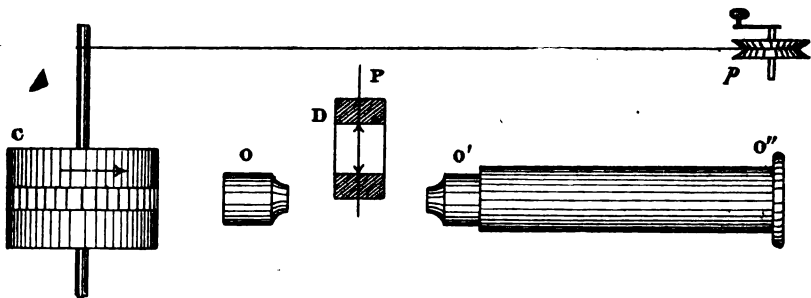


Fig. 216.

on inscrit simultanément la seconde ou la demi-seconde; la sinusoïde permet de la couper en petites parties.

2° — Le procédé habituel utilise la stroboscopie (fig. 216). Je conseille aux Français de ne pas présenter M. Lippmann comme inventeur de la méthode. Ce physicien a passé sa vie à démarquer des choses connues; j'admets volontiers que c'est par ignorance : ne montrons pas une ignorance égale qui nous rend parfaitement ridicules à l'étranger.

C'est très bien de se considérer comme le nombril du monde quand personne n'existe pour vous donner un démenti : malheureusement ce n'est pas ici le cas. Depuis Savart qui l'utilisa l'un des premiers, et Plateau qui la dota de procédés réguliers, la stroboscopie est une méthode classique.

Imaginons un cylindre, de 30 cm. de diamètre par exemple, tournant avec une vitesse uniforme de l'ordre du tour à la seconde, vitesse facile à connaître en valeur absolue par inscription chronographique ordinaire. La circonférence vaut 1 m. environ. Collons sur le cylindre une bande de papier portant des traits blancs sur fond noir. L'équidistance des traits sera de 5 à 10 mm., de sorte que pour chaque tour, en un point donné, passeront de 200 à 100 traits.

Je prends ces nombres pour fixer les idées : on choisira le nombre des traits en rapport avec la période à déterminer.

Comme il est préférable d'avoir des traits blancs sur fond noir et qu'il est ennuyeux et peu précis de déterminer une à une leurs positions, avec un compas, on pourra se servir d'une roulette dentée qu'on fera tourner sur la bande tendue sur un plan. La position des traits est ainsi déterminée. On se servira de papier noir; on tracera les traits à la gouache. En mouillant légèrement le papier, on peut s'arranger de manière qu'il y ait un nombre exact d'intervalles sur le pourtour du cylindre. Nous allons voir du reste qu'une légère variation des intervalles n'a pas d'importance.

Un objectif O projette les traits sur le plan P; on les regarde avec un microscope O'O'. En D est le diapason qui oscille dans le sens de la double flèche; par conséquent, il ne laisse voir des traits qu'une longueur périodiquement variable.

Dans le plan P les images horizontales des traits ont à chaque instant l'équation :

$$y = vt - ke;$$

v est la vitesse linéaire du déplacement vertical des images dans le plan P; e est l'équidistance des images; k est la suite des nombres entiers.

Considérons une des images. La branche verticale du diapason parallèle à Oy sert d'écran mobile et limite sa longueur.

A chaque instant elle a pour équation :

$$x = x_1 + x_0 \sin \omega t.$$

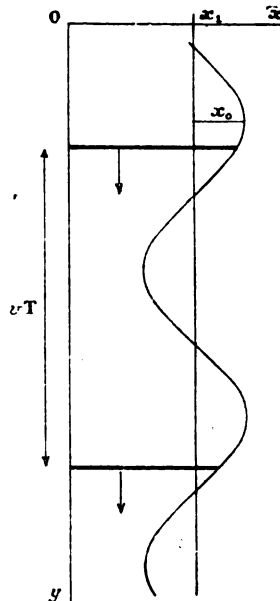


Fig. 217.

En raison de la persistance des impressions lumineuses, nous verrons donc dans le champ une partie éclairée limitée par la courbe :

$$x = x_1 + x_0 \sin \omega \frac{y + ke}{v}.$$

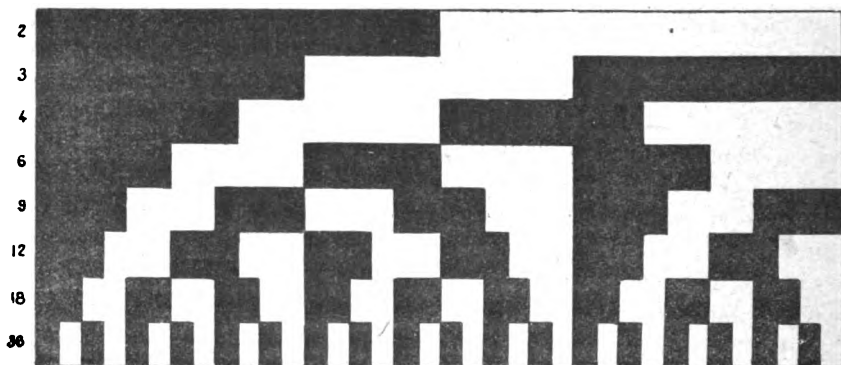
Mais nous avons une série de traits lumineux parallèles qui défilent successivement.

Pour qu'ils fournissent tous la même limite, il faut que :

$$\frac{\omega ke}{v} = 2\pi k, \quad e = vT.$$

L'écartement des traits doit être tel qu'en une période T du diapason, l'un d'eux se substitue exactement au précédent.

L'écartement peut être encore double, triple,... de la valeur ainsi



Bande stroboscopique à coller sur le pourtour du cylindre

Fig. 218.

déterminée. Quand une de ces conditions est satisfaite, la partie lumineuse du champ est limitée par une sinusoïde *immobile*.

Si e diffère très peu d'une des valeurs précédemment déterminées, la sinusoïde se modifie d'un trait à l'autre : nous voyons donc une limite moins nette et qui se déplace vers le haut ou vers le bas du champ suivant que le cylindre tourne moins vite ou plus vite qu'il ne faut pour l'immobilité (avec les sens choisis bien entendu et après les deux renversements dus aux objectifs O et O').

L'expérience consiste à maintenir la sinusoïde immobile en moyenne et à enregistrer la vitesse du cylindre par comparaison avec une horloge étalonnée.

Pour modifier très légèrement la vitesse du cylindre, on tourne dans un sens ou dans l'autre une poulie p sur laquelle s'enroule un cordon qui passe sur l'axe du cylindre. Ainsi l'on diminue ou l'on augmente le frottement du cordon sur l'axe.

3° — On généralise le procédé en traçant sur le cylindre des traits dont le nombre croît progressivement d'une extrémité à l'autre. On donne au cylindre une vitesse angulaire *invariable*; on le déplace parallèlement à son axe de manière à voir les traits immobiles. D'où l'on déduit la fréquence du corps oscillant sur lequel est monté le système à travers lequel on regarde. Ce peut être un comparateur d'Helmholtz ou un vibroscope de Lissajous (§ 187).

184. Seconde méthode.

1° — La figure 219 représente une projection horizontale de l'appareil.

En E est un écran fixe percé d'une fine fente verticale. En P est la projection d'une plaque verticale percée d'une fente fine et portée par

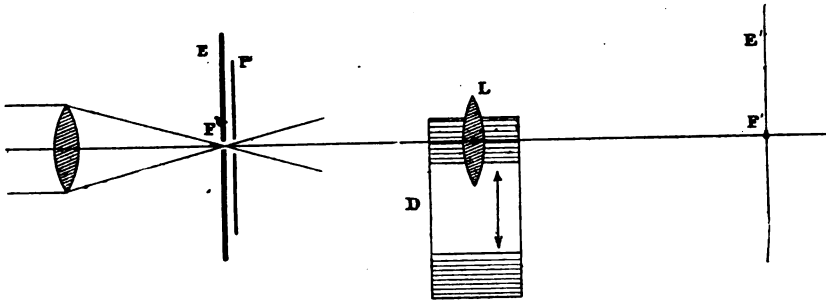


Fig. 219.

l'extrémité d'un pendule qui bat la seconde. Les deux fentes sont en face l'une de l'autre et la lumière passe, quand le pendule traverse sa position d'équilibre. Nous avons donc un éclair toutes les secondes, plus généralement deux éclairs dans la période du pendule.

Le diapason vertical D porte une lentille L qui donne l'image de la fente F sur l'écran E'. Naturellement la position de l'image F' de F dépend de la phase du diapason au moment où se produit l'éclair.

Ceci posé, si la fréquence du diapason est un multiple exact Φ de la fréquence de l'éclair (par exemple, si l'éclair se produit toutes les secondes et si $\Phi = 64$ exactement), l'image F' se forme toujours à la même place sur l'écran E'.

Mais si l'on a :

$$\Phi = 64 + 0,1 = N + 1 : n,$$

au second éclair la phase du diapason a crû de 36° ; au troisième, elle a crû de 72° , etc.... Bref nous verrons successivement l'image F' dans 10 positions différentes. Au bout de 10 secondes, le diapason a avancé exactement d'une vibration : les phénomènes se reproduisent.

Généralement si la fréquence est d'un entier N plus la fraction $1 : n$, la période du phénomène comprend n images distinctes, d'autant plus rapprochées que n est plus grand. Pour connaître le nombre n , il faut

donc compter le nombre des images qui apparaissent de seconde en seconde pendant une période du phénomène, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'image se reforme au même point de l'écran E'.

La méthode donne la fraction $1 : n$, mais ne donne pas l'entier N . Pour savoir si la fraction est à additive et soustractive, le plus simple est de surcharger la lame ou le diapason avec un peu de cire molle : la fréquence diminue. Si la fraction est additive, le nombre des images augmente, si elle est soustractive, le nombre des images diminue.

2° — Michelson recommande de charger le diapason de manière que la période du phénomène soit d'environ 10 secondes. Généralement la onzième position de l'image ne coïncide pas exactement avec la première.

On détermine alors combien il faut de périodes *approchées* du phénomène pour que la coïncidence soit rigoureuse (période *exacte* du phénomène).

Autrement dit, on prend pour fréquence du diapason :

$$\Phi = N + \frac{1}{10}(1 - \epsilon).$$

Au bout de 10 secondes, le diapason a fait :

$$10N + 1 - \epsilon \text{ vibrations.}$$

L'image revient plus exactement à la même position après un p périodes, p étant tel qu'on ait $p\epsilon = 1$. Mesurant p , on a la correction ϵ .

On détermine ainsi le nombre n à un centième près.

La méthode suppose que l'on compare à l'horloge un diapason auxiliaire entretenu électriquement. On compare ensuite à ce diapason auxiliaire les diapasons à étalonner, par exemple en utilisant la méthode des figures de Lissajous.

3° — Reste à déterminer l'entier N .

Installons deux appareils au voisinage l'un de l'autre de manière que les horloges puissent être comparées l'une à l'autre par la méthode des coïncidences. Soit T_1 et T_2 leurs périodes supposées voisines. Nous trouvons ainsi pour les fréquences du diapason :

$$\Phi_1 = N_1 + a_1,$$

par rapport à l'horloge de période T_1 ,

$$\Phi_2 = N_2 + a_2,$$

par rapport à l'horloge de période T_2 .

Écrivons que la période du diapason reste constante :

$$(N_1 + a_1)T_1 = (N_2 + a_2)T_2.$$

Nous devons choisir les entiers N_1 et N_2 de manière que cette équation soit satisfaite.

4° — On a donné à la méthode les formes les plus diverses.

Nous pouvons produire l'éclair avec un miroir fixé au pendule (§ 22 du tome I) et le recevoir sur un miroir fixé au diapason.

La figure 220 représente le dispositif autocollimateur de Reed commode dans certains cas. L'éclair illumine la fente f latérale d'une lunette derrière laquelle est un prisme à réflexion totale.

La lumière passe à travers l'objectif, tombe sur le miroir m porté par le diapason, et revient faire l'image de la fente f dans un plan que vise un oculaire positif.

Pour la manière d'installer le miroir producteur d'éclairs, le lecteur se reportera au paragraphe 22 du tome I.

Quand le diapason vibre, on voit dans le champ de la lunette une succession d'images dont les positions varient périodiquement. Elles sont assez fines pour que la coïncidence de l'une d'elles avec le fil réticulaire soit perceptible. La période du phénomène est déterminée par deux passages consécutifs de l'image sur le réticule; comme les images se produisent toutes les secondes environ, il est facile de compter leur nombre n dans une période.

On détermine le nombre $n' = qn$ de passages pour q périodes; le quotient $n' : q$ donne le nombre n qui n'est pas nécessairement entier.

5° — Les éclairs peuvent être produits par un diapason D de fréquence N entretenu électriquement et maintenu dans des conditions aussi invariables que possible. Chaque branche porte un petit écran percé d'une fente fine F ; les fentes sont l'une devant l'autre quand le diapason est au repos. D'où des éclairs au passage par la position d'équilibre quand le diapason vibre.

Le diapason D' de fréquence n à étudier porte un miroir sur lequel la lumière se réfléchit. On regarde la fente F dans une lunette par réflexion sur le miroir. Si l'on a rigoureusement $n = 2N$, la lumière tombe sur le miroir quand celui-ci est dans un azimut toujours le même : l'image dans la lunette est fixe.

Si $n = 2N + \nu$, l'image oscille avec une fréquence ν qu'on mesure.

La méthode sert pour déterminer une modification du diapason D' ,

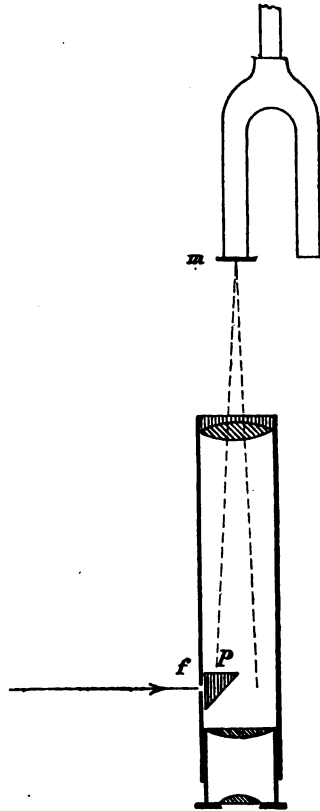


Fig. 220.

par exemple pour savoir comment le magnétisme, la température, l'amplitude,... influent sur la fréquence.

Si l'on prévoit une diminution de la fréquence, on s'arrangera de manière que d'abord n soit légèrement plus grand que $2N$. Ainsi le nombre des oscillations par seconde sera toujours facile à compter.

La méthode est très analogue au comptage des battements, mais elle s'applique dans des conditions où les sons seraient difficilement perceptibles.

185. Manière de vérifier que la vitesse angulaire d'un arbre est constante.

1° — C'est une application de la méthode précédente.

La fente mobile, au lieu d'être fixée sur un pendule, est percée dans un disque entraîné par l'arbre. A chaque tour du disque, par suite à chaque tour de l'arbre, se produit un éclair.

Recevons l'éclair sur la lentille L de la figure 219; tout ce que nous avons dit subsiste.

Si la période de rotation du disque vaut exactement un nombre entier de périodes du diapason, l'image est unique et immobile.

Si p périodes de rotation du disque valent exactement q périodes du diapason, nous aurons p images immobiles.

Inversement en maintenant les images immobiles, nous sommes assurés de maintenir une valeur constante du rapport $p : q$, c'est-à-dire d'imposer à l'arbre une vitesse angulaire constante.

2° — La méthode la plus souvent utilisée consiste à regarder un plateau tournant à travers une paire de fentes, disposées sur les branches d'un diapason de manière que la lumière ne passe qu'à l'instant où le diapason traverse sa forme d'équilibre. Sur le plateau est collé un papier blanc divisé en anneaux concentriques, respectivement noircis sur (par exemple) $q = 4, 5, 6, 7, 8$ secteurs équidistants.

Pour maintenir constante la vitesse angulaire du plateau, on s'arrange de manière à voir immobile l'un des anneaux. Il faut pour cela que le plateau tourne de $p : q$ tours entre chaque découvrément de la fente (éclair); p est un nombre entier quelconque.

Utilisons un diapason de fréquence n ; l'intervalle entre les éclairs est : $1 : 2n$. Le plateau tourne $p : q$ tours dans le temps $1 : 2n$.

Il fait donc par seconde le nombre N de tours :

$$N = 2np : q.$$

Soit par exemple $n = 64$; le nombre N minimum est :

$$q = 4, \quad p = 1, \quad N = 32.$$

J. J. Thomson et Searle utilisent cette méthode dans leur détermination du nombre « v ». Comme ils donnent $N = 16$ comme minimum dans les conditions précédentes, les fentes étaient réglées pour ne

fournir qu'un éclair par vibration du diapason, à l'un des bouts de l'oscillation par conséquent. Dans ces conditions les éclairs durent plus longtemps, mais on est plus sûr de leur équidistance.

185 bis. Méthode de Mach.

1° — Sur un disque de verre enduit de vernis noir enlevons un trait fin dessinant une spirale d'Archimède. Faisons tourner le disque autour de

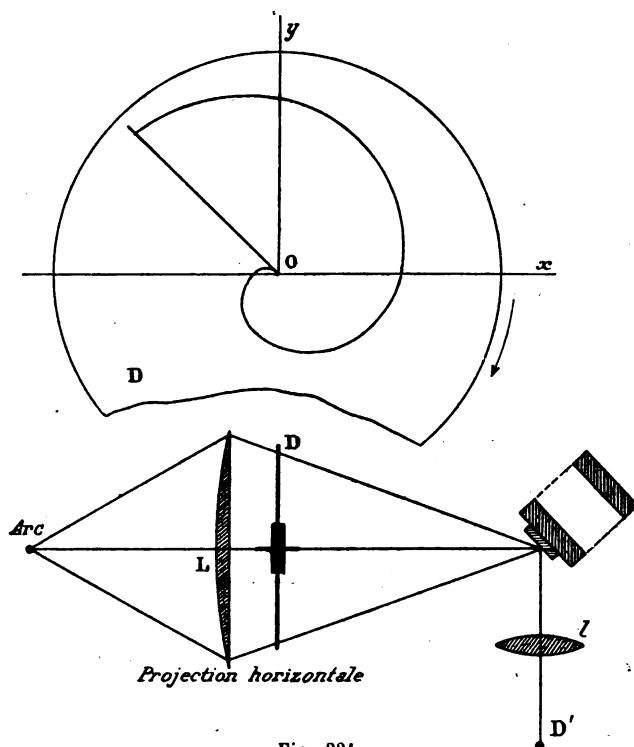


Fig. 221.

son axe géométrique O, à la vitesse de n tours par seconde. Suivant Ox et près du disque plaçons une fente fine horizontale; éclairons par derrière au moyen d'un arc et d'une lentille : nous réalisons ainsi un point lumineux qui n fois par seconde part du point O et se déplace uniformément suivant Ox.

Regardons-le dans un miroir qui oscille autour d'un axe horizontal (fixé sur un diapason vertical). L'image du point oscille suivant Oy.

Grâce à la persistance des impressions lumineuses, chaque parcours horizontal du point fournit une sinusoïde visible en son entier.

2° — Voyons comment elle se déplace.

Soit $T = 1 : n$ la période de rotation, $T' = 1 : n'$ la période du diapason. Supposons $n > n'$, $T < T'$.

Admettons qu'à l'origine des temps le miroir passe par sa position d'équilibre quand le point lumineux émerge du centre du disque : nous avons la sinusoïde 1.

Quand à nouveau le point lumineux émerge du centre, le miroir n'a pas fini son oscillation. La nouvelle sinusoïde débute par un point $Ad'y$ négatif (sinusoïde 2). Et ainsi de suite.

A la vérité toutes ces sinusoïdes sont distinctes : le phénomène est discontinu. Mais si n et n' diffèrent peu, les courbes successives sont assez voisines pour que l'on croie voir une sinusoïde se déplacer d'un mouvement continu et uniforme.

Dans notre hypothèse ($n > n'$) elle s'éloigne du centre.

Le mouvement est de sens inverse (centripète) pour $n < n'$.

3° — Déterminons la vitesse du mouvement.

Le point A revient en O après une oscillation complète et la sinusoïde est rétablie dans sa position initiale quand la condition :

$$\tau = kT' = (k+1)T,$$

est satisfaite.

Il revient au même de dire que pendant le temps τ , une période de la

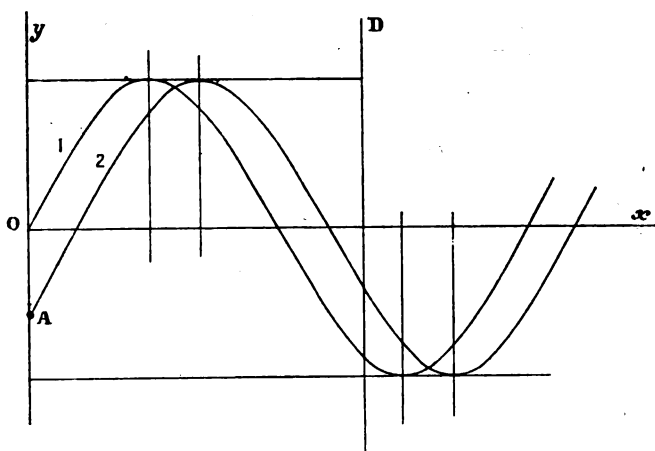


Fig. 222.

sinusoïde passe à travers une droite quelconque D parallèle à Oy. Soit p le nombre de périodes qui traversent la droite dans l'unité de temps. On a :

$$p = \frac{1}{\tau} = \frac{n'}{k} = \frac{n}{k+1}.$$

D'où :

$$n = p(k+1), \quad n' = kp, \quad n = n' + p,$$

équation qui donne n quand on connaît n' et qu'on mesure p .

4° — Il n'est pas nécessaire que la spirale aille jusqu'au centre du disque; on peut en utiliser seulement un arc relativement petit.

Au lieu d'une spirale tracée sur l'arc 2π , on peut tracer q spirales chacune sur l'arc $2\pi : q$; le phénomène est le même.

La formule donnant le nombre n de tours du disque devient :

$$nq = n' + p.$$

Le phénomène peut se projeter avec une lentille l qui donne une image réelle D' du disque D ; de même on peut l'observer dans un viseur dont l est l'objectif.

185 ter. Mode d'observation des compte-secondes.

Les compte-secondes à plume inscrivante sont facilement déréglables; le limbe se salit; bref on ne saurait les recommander.

Voici comment il est souvent possible de tourner la difficulté

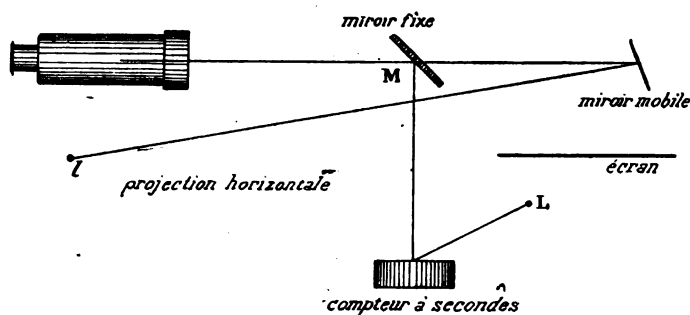


Fig. 222 bis.

(fig. 222 bis). L'appareil oscillant ou tournant dont il faut mesurer la période, porte le miroir mobile; quand il passe dans un azimuth bien déterminé, il réfléchit dans la lunette la lumière d'une fente l .

D'où un éclair qui sert de *top*.

On regarde dans la lunette un compte-secondes (fortement éclairé par la lampe L) par réflexion sur un miroir M demi-transparent. On suit donc le déplacement de l'aiguille fortement grossi. On lit sa position lors des éclairs. Comme on voit constamment le limbe, il est facile de prévoir où l'aiguille se trouvera pour l'éclair suivant et de préparer l'œil à la lecture.

CHAPITRE XI

COMPOSITION DES VIBRATIONS ET APPLICATIONS

186. Expériences de Lissajous. Mouvements rectangulaires.

1° — Il est important de répéter ces expériences avec des appareils robustes, faciles à construire, qu'on ait la satisfaction de modifier à son gré et de démolir au besoin. Pour connaître les phénomènes, peu

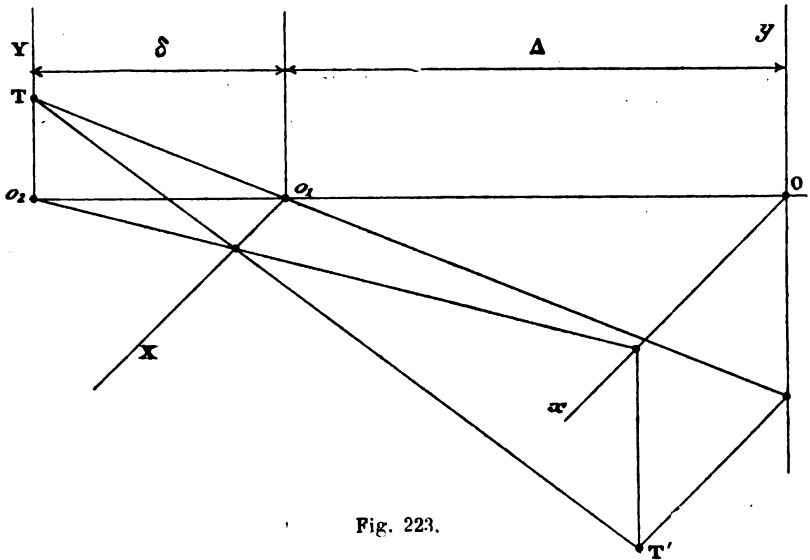


Fig. 223.

importe que la fréquence soit 25 ou 500 : il est préférable qu'elle soit 25 si l'expérience est plus belle et plus simple.

Sur la lame L_2 oscillant verticalement, fixons un petit carré de clinquant C percé d'un trou d'épingle T (fig. 223 en perspective, fig. 224 en projection horizontale). Soit y_0 l'amplitude de l'oscillation :

$$Y = Y_0 \sin(\omega_2 t + \beta).$$

Sur la lame L_1 , oscillant horizontalement, fixons la lentille convergente l_2 . Soit X_0 l'amplitude de l'oscillation de son centre optique :

$$X = X_0 \sin(\omega_1 t + \alpha).$$

La lentille l_1 envoie sur le trou T un faisceau intense de rayons conver-

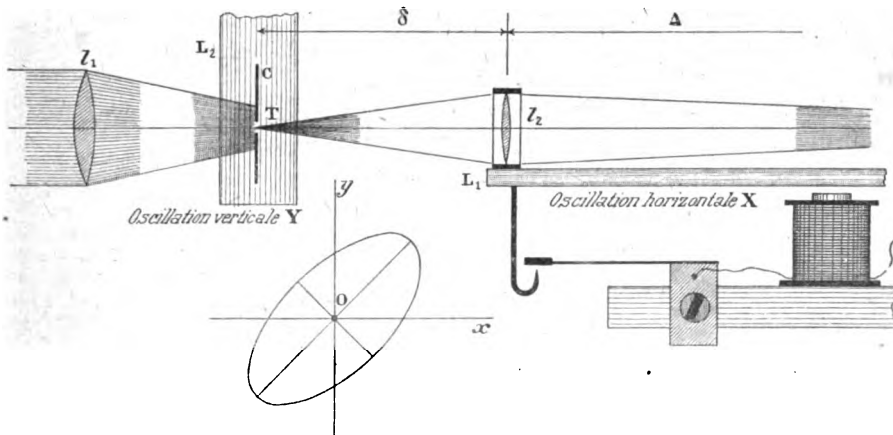


Fig. 224.

gents. La lentille l_2 donne une image T' du trou T , sur un écran placé à la distance Δ . Cherchons l'équation de la courbe décrite par T' :

$$x = x_0 \sin(\omega_1 t + \alpha), \quad y = y_0 \sin(\omega_2 t + \beta). \quad (1)$$

On a évidemment :

$$x = X \frac{\Delta + \delta}{\delta}, \quad y = -Y \frac{\Delta}{\delta}.$$

Dans le chapitre 1 du tome I nous étudions en détail la forme des courbes (1); j'y renvoie le lecteur.

2° — En particulier si les lames sont à l'unisson, la courbe est une ellipse *immobile* :

$$x = x_0 \sin(\omega t + \alpha), \quad y = y_0 \sin(\omega t + \beta),$$

dont la forme varie avec la différence de phase $(\alpha - \beta)$.

Si $\alpha - \beta = 0$ ou $= \pi$, l'ellipse s'aplatit suivant les diagonales du rectangle de côtés $2x_0$, $2y_0$, dans lequel l'ellipse est toujours inscrite.

Supposons les périodes très voisines.

Soit N_1 et N_2 les fréquences; posons :

$$N_1 - N_2 = n.$$

Les équations deviennent :

$$x = x_0 \sin(2\pi N_1 t + \alpha), \quad y = y_0 \sin(2\pi N_1 t - 2\pi n t + \beta).$$

Nous pouvons donc supposer que les fréquences sont les mêmes, en considérant la différence de phase comme variable. L'ellipse se déforme continûment; la fréquence du phénomène périodique est n . D'où suit qu'en comptant le nombre de fois que l'ellipse s'évanouit par seconde suivant l'une des diagonales du rectangle dans lequel elle reste inscrite, nous déterminons la différence $n = N_1 - N_2$, des fréquences des lames. C'est un procédé très commode et très précis de comparaison des fréquences, procédé analogue à la méthode des coïncidences.

3° — EMPLOI DE MIROIRS OU DE LENTILLES.

Les expériences originales de Lissajous étaient montées avec des miroirs. Il n'est pas inutile de comparer les deux systèmes.

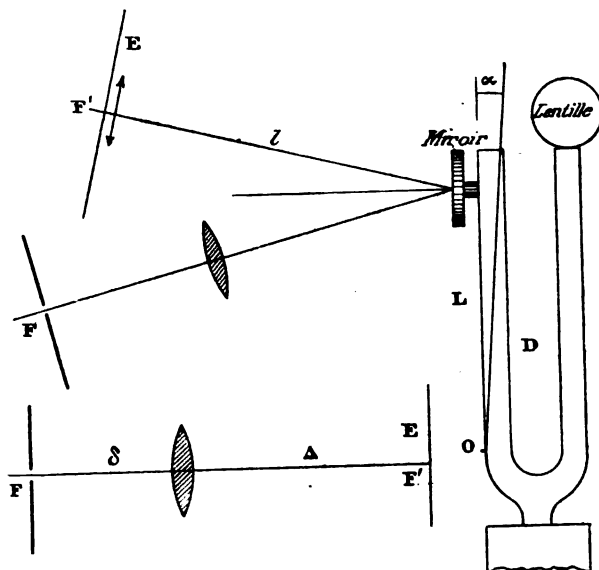


Fig. 225.

Un miroir par la méthode de Poggendorff mesure un déplacement *angulaire*; une lentille mesure un déplacement *linéaire*.

Les avantages et inconvénients relatifs du miroir et de la lentille sont compris dans cette formule.

Assimilons la lame vibrante (fig. 225) à un pendule de longueur L tournant autour d'un axe O (assimilation peu exacte mais suffisante pour calculer les ordres de grandeur).

L'amplitude angulaire est α .

Avec une lentille et par réflexion sur le miroir, obtenons une image réelle de la fente F , sur un écran E à la distance l du miroir.

L'amplitude de l'oscillation de l'image F' est :

$$A = 2\alpha l.$$

Employons une lentille avec la disposition représentée au bas de la figure 225. L'amplitude de l'oscillation du centre optique de la lentille est αL . L'amplitude de l'oscillation de l'image F' est :

$$A' = \alpha L (\Delta : \delta).$$

D'où la formule :

$$\frac{A'}{A} = \frac{L \Delta}{2l \delta}.$$

Approximativement on a le même encombrement pour $l = \Delta$.

D'où :

$$A' : A = L : 2\delta.$$

Les amplitudes sont donc généralement du même ordre de grandeur.

Certaines remarques sont utiles.

Il est plus facile de régler un appareil à lentille qu'un appareil à miroir, ne serait-ce qu'en raison de la supériorité optique des lentilles

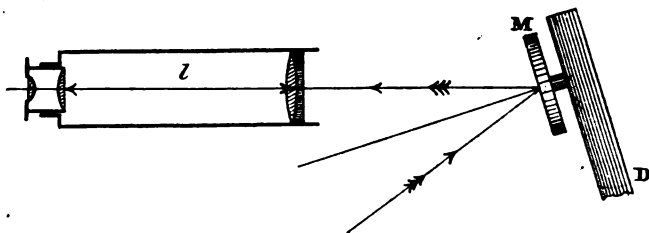


Fig. 226.

sur les miroirs de petites dimensions. Les miroirs ont une double face réfléchissante ou bien ils se ternissent.

Le miroir produit sensiblement le même effet, qu'on le mette au bout de la lame ou plus près du milieu; l'expérience montre en effet que le bout de la lame reste sensiblement rectiligne. Il produit rigoureusement le même effet *angulaire* qu'on le mette sur un pendule au bout ou près de l'axe : mieux vaut toujours le mettre près de l'axe pour éviter un changement de mise au point résultant de la translation.

Au contraire la lentille doit être placée au bout de la lame ou du pendule. Cela revient à dire que dans l'amplitude A , la longueur L n'intervient pas; elle intervient dans l'amplitude A' .

On utilise parfois un miroir et une lunette (fig. 226) : on met la lunette au point sur la fente F . La distance l de la formule $A = 2\alpha l$, est alors la distance du centre optique de l'objectif de la lunette au plan dans lequel se fait l'image. Cette distance est alors toujours petite (60 cm. au maximum avec les lunettes usuelles des laboratoires), mais l'oculaire grossit ordinairement une dizaine de fois. On rattrape d'un côté ce qu'on perd de l'autre, et l'encombrement est moindre.

Si l'on utilise une lentille, on se borne à observer avec un oculaire positif qui avec la lentille constitue une lunette.

187. Comparateur d'Helmholtz. Vibroscope de Lissajous.

1° — Disons quelques mots du comparateur d'Helmholtz dont l'importance historique est grande (fig. 227).

Il s'agit d'étudier les oscillations (par exemple) d'une corde C.

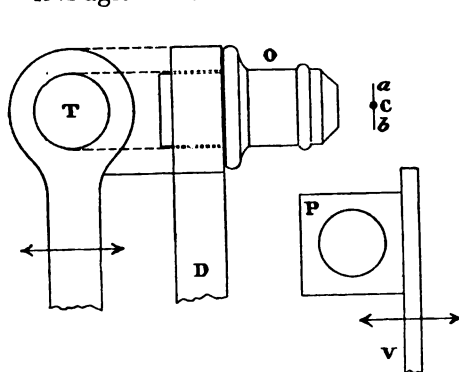


Fig. 227.

Tendons-la horizontalement, normalement au tableau.

Faisons-la osciller dans un plan vertical : le point C se déplace de a en b , puis de b en a .

Installons un diapason D vertical, entretenu électriquement, qui oscille normalement au tableau. Les extrémités de ses tiges sont élargies en disques et percées de trous T taraudés dans les-

quels on peut visser l'objectif O d'un microscope et un contre poids de même masse.

L'objectif donne du point C une image qu'on observe avec l'oculaire habituel maintenu fixe. On colle sur la corde des grains d'amidon qu'on éclaire fortement. On voit donc dans le microscope la courbe qui résulte de la composition des mouvements rectangulaires du point C (grain d'amidon) et de l'objectif. C'est exactement l'expérience du paragraphe précédent réalisée avec un appareil très commode, malheureusement coûteux.

A la vérité, il n'est pas difficile d'en construire un capable de très jolies expériences avec un oculaire de 25 francs et un objectif de 15.

On soudera une plaque P sur la lame vibrante V.

Sur cette plaque on fixera l'objectif à plat par un procédé quelconque.

On disposera l'oculaire fixe à distance convenable.

Au lieu d'une corde on peut viser un point de la surface d'un diapason. On l'enduit d'un peu de gomme arabique très claire, on jette de la poudre d'antimoine finement tamisée. On éclaire très obliquement : la surface polie du diapason n'est pas lumineuse, sauf aux points où se trouvent les grains à facettes qui apparaissent comme de petites étoiles.

2° — Lissajous a construit un appareil analogue destiné à étudier les mouvements vibratoires de grande amplitude des objets relativement éloignés (anches...).

Il est quasiment impossible de faire vibrer l'objectif d'un viseur, vu sa masse. Lissajous tourne la difficulté en utilisant une lunette terrestre

dont il fait vibrer le second verre du train redresseur (le troisième de la lunette à partir de l'objectif).

Même pour des objectifs de grande ouverture, les ouvertures des verres du train sont petites : la difficulté signalée n'existe plus. On coupe donc la lunette au niveau du train, on maintient solidaire les deux morceaux du tube par un cadre métallique; dans ce cadre oscille le diapason qui porte le verre mobile et qu'on entretient électriquement.

188. Phasemètre.

On sait que deux courants alternatifs, de même période, obtenus par induction peuvent être décalés l'un par rapport à l'autre. Arrangeons-nous de manière qu'ils entretiennent deux vibreurs sans différence respective de phase. La détermination de la forme de l'ellipse de Lissajous donnera la phase relative des vibreurs, par suite celle des courants d'entretien (qui par hypothèse est la même).

Aux diaphragmes de deux téléphones sont fixés deux petits miroirs; on installe les appareils de manière à obtenir la figure de Lissajous. On modifie le serrage de chaque disque de manière à le mettre à l'unisson du courant alternatif correspondant : la résonance est alors maxima, le décalage est nul. On détermine la différence de phase entre les disques.

189. Composition d'un mouvement rectiligne et d'un mouvement oscillatoire.

1° — Pour enregistrer le mouvement d'un point vibrant, par exemple, suivant une horizontale, on lui associe généralement un plan se déplaçant suivant la verticale, ou, ce qui revient au même, un cylindre tournant autour d'un axe parallèle à la vibration; plan et cylindre ont un mouvement uniforme dans le cas le plus simple.

Les phénomènes deviennent plus curieux quand on reçoit la vibration horizontale sur un plan animé lui-même d'une vitesse horizontale (uniforme pour simplifier) ou sur un cylindre d'axe vertical.

Pour obtenir un résultat net, il faut donner au cylindre un mouvement hélicoïdal de manière que les traits qui correspondent à chaque tour ne se recouvrent pas.

Pour savoir ce qui se passe, ramenons le plan au repos en imprimant au système une vitesse égale et de signe contraire.

Le point oscillant est alors animé de deux mouvements :

$$y_1 = at, \quad y_2 = b \sin \omega t.$$

Le mouvement résultant est :

$$y = y_1 + y_2 = at + b \sin \omega t.$$

Il est représenté par la courbe y de la figure 228.

La vitesse à chaque instant est :

$$\frac{dy}{dt} = a + b \omega \cos \omega t.$$

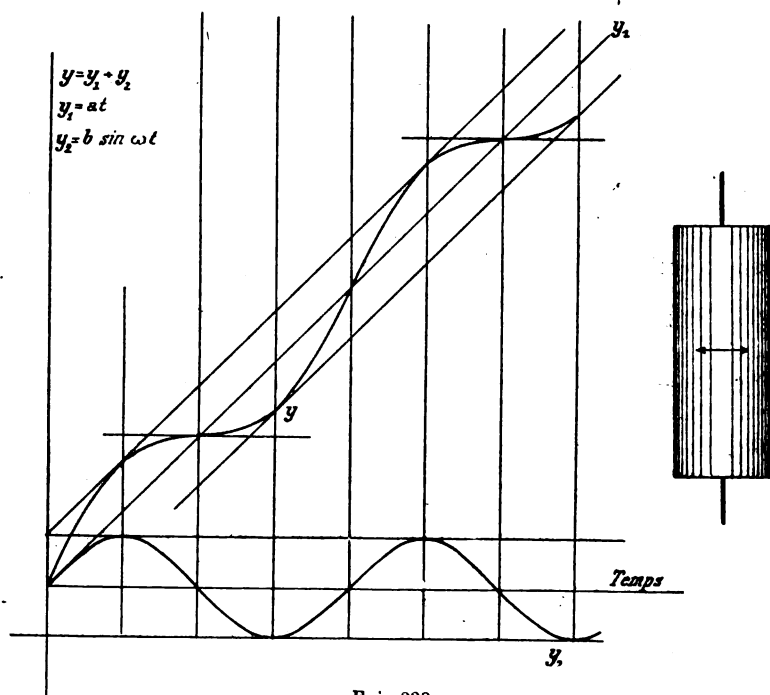
Elle s'annule deux fois à chaque oscillation, pourvu qu'on ait :

$$\cos \omega t = -\frac{a}{b\omega}, \quad a < b\omega.$$

La courbe présente une inflexion horizontale, si l'on a pour la vitesse nulle :

$$-\cos \omega t = 1, \quad \omega t = \pi + 2k\pi, \quad a = b\omega.$$

En effet nous avons alors à comparer deux vitesses, l'une rigoureusement, l'autre sensiblement uniforme, égales et de sens contraires.



Fgi. 228.

Si nous collons sur le cylindre du papier photographique, nous obtenons des points noirs parfaitement nets quand les conditions précédentes sont réalisées : ils correspondent aux temps d'arrêt relatifs de l'image du point lumineux.

2° — L'expérience suivante s'explique de même.

Le point lumineux A est entraîné par un disque qui met le temps T' à faire un tour.

Au voisinage de la position représentée sa vitesse linéaire est :

$$v = \frac{2\pi R}{T'}.$$

Si le miroir M était immobile, les images virtuelles A' des points voisins de A auraient une vitesse égale à v et de même sens.

Soit :

$$\theta = \theta_0 \sin 2\pi \frac{t}{T}, \quad \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi\theta_0}{T} \cos 2\pi \frac{t}{T},$$

les équations de l'oscillation du miroir autour d'un axe normal au tableau. Sa vitesse angulaire maxima est :

$$\varphi = 2\pi\theta_0 : T.$$

Le point A' et les points voisins sont le plus possible immobiles si l'on a :

$$2\varphi l = v; \quad 2\theta_0 = \frac{T}{T'} \frac{R}{l}.$$

Quand la condition est réalisée, on voit immobiles le point A et les points voisins qui passent sur la droite A'C quand le miroir a sa vitesse maxima dans le sens marqué.

On réalise commodément l'expérience en faisant porter le miroir par

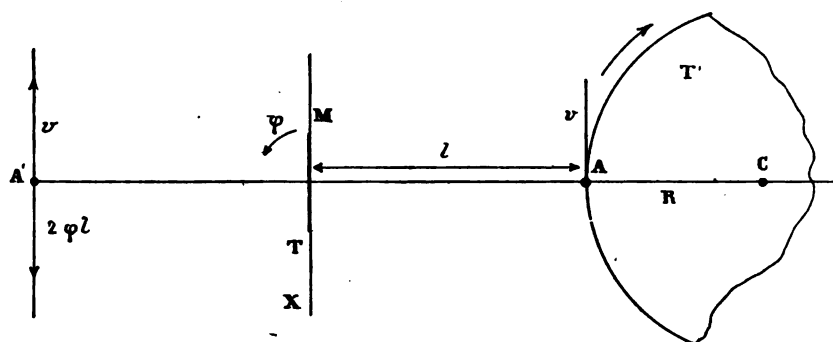


Fig. 229.

un diapason; le point lumineux (aiguille fortement éclairée) est lié à une *roue phonique* (§ 192) entretenue par le diapason.

La roue phonique à son axe vertical; l'aiguille est verticale. Le plan de vibration du diapason est horizontal; son axe de symétrie est dirigé suivant la droite XX.

Il ne doit pas être trop près de la roue phonique, près de laquelle on se met pour observer le phénomène.

On voit l'aiguille immobile.

On peut disposer une série d'aiguilles équidistantes sur la roue.

S'il y a n aiguilles et que le tour de la roue corresponde à n période du diapason, on a :

$$T' = nT, \quad 2\theta_0 = \frac{R}{nl}.$$

3° — On peut disposer le miroir autrement.

La verge V porte le miroir M vertical et oscille dans un plan horizontal.

Au-dessous installons un disque tournant, armé d'un certain nombre d'aiguilles radiales angulairement équidistantes que nous éclairons

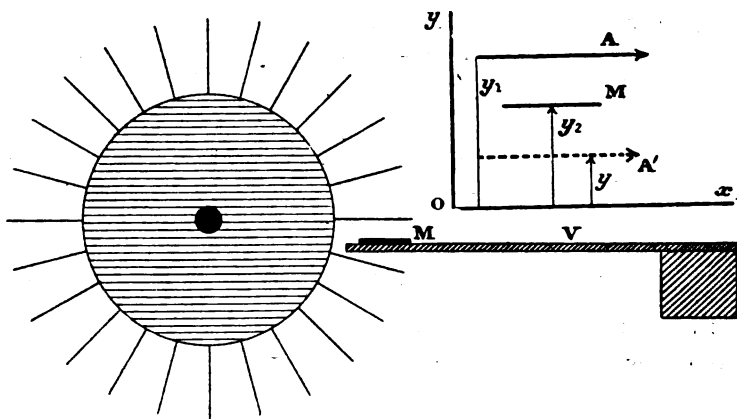


Fig. 230.

fortement au voisinage de la verge. Regardons ces tiges à leur passage sous la verge par réflexion sur le miroir M.

Mettons la verge en vibration : pour une valeur convenable de la vitesse angulaire du disque, nous voyons les aiguilles immobiles.

Soit :

$$y_1 = e_0 - ke + at,$$

la distance des aiguilles à une droite de référence Ox . Je leur suppose un mouvement de translation, ce qui est suffisamment précis si le rayon du disque est assez grand.

Soit :

$$y_2 = b \sin \omega t,$$

le mouvement du miroir.

La position de l'image A' de l'aiguille A est à chaque instant :

$$y = y_1 - 2(y_1 - y_2) = 2y_2 - y_1 = 2b \sin \omega t - e_0 + ke - at.$$

Écrivons que la vitesse absolue de l'image est nulle :

$$\frac{dy}{dt} = 2b\omega \cos \omega t - a = 0.$$

Cette condition est satisfaite d'autant plus longtemps que $\cos \omega t$ est moins variable : ce qui a lieu lorsque :

$$\cos \omega t = 1, \quad 2b\omega = a.$$

C'est alors que les aiguilles paraissent immobiles.

Il est difficile de baser une méthode de mesure sur ce phénomène, parce que l'amplitude b de la vibration de la verge intervient dans le résultat : or elle toujours difficile à déterminer avec précision.

190. Non-isochronisme des oscillations.

Cherchons dans quelles limites la période des oscillations d'une lame est indépendante de l'amplitude.

Installons l'expérience du paragraphe 186. Ajustons les lames de manière à donner l'unisson à peu près exactement. Maintenons aussi constants que possible le courant d'entretien, par suite l'amplitude, de la lame L_1 . Faisons varier le courant d'entretien, par suite l'amplitude, de la lame L_2 . Enfin déterminons la période $1 : n$ de la déformation de l'ellipse, c'est-à-dire le temps que met l'ellipse à repasser par l'une de ses variétés, par exemple par l'une des diagonales du rectangle circonscrit.

Nous trouvons que ce temps est à peu près indépendant de l'amplitude, autrement dit, que les oscillations restent isochrones même pour des amplitudes relativement énormes (de l'ordre de 5 mm. par exemple, pour une lame de 30 cm. d'épaisseur et de 3 mm. de largeur, ce qui fait un déplacement total de l'ordre du centimètre). Pour les plus grandes amplitudes accessibles, l'augmentation de la période est de l'ordre du centième de la période relative aux amplitudes très petites.

191. Influence de la température sur la période.

1° — Les expériences sont difficiles parce que les diapasons et lames vibrantes (étant généralement en acier) ne prennent que lentement la température ambiante. Il faut les maintenir à température constante pendant une heure ou deux, dans une étuve à deux enceintes dans l'intervalle desquelles on met de la glace fondante ou de l'eau chaude à température connue et invariable.

Les diapasons ne sont pas entretenus électriquement pour ne pas compliquer l'interprétation du résultat. Il faut les exciter (par un coup de marteau, par arrachement d'une pièce serrée entre les branches) au moment même de l'observation.

Le diapason étudié et le diapason de comparaison sont choisis de manière qu'à la même température, les fréquences N_1 et N_2 diffèrent peu. On détermine la différence $n = N_1 - N_2$, des fréquences en mesurant la fréquence n de la variation de forme de l'ellipse obtenue par la méthode de Lissajous. Pour cela les diapasons portent des miroirs et les étuves sont percées de fenêtres.

Par exemple si les diapasons ont à peu près la même fréquence 72, si l'ellipse se confond avec l'une des diagonales du rectangle circonscrit toutes les 15 secondes, la différence des fréquences est $1 : 15 = 0,067$.

L'un des diapasons fait donc par seconde $72 + \epsilon$ oscillations ; l'autre

en fait $72 + \epsilon + 0,067$. Peu importe la valeur du nombre ϵ supposé petit : il n'intervient pas dans le calcul de la différence n ; il n'intervient que comme correction de correction dans le calcul de la variation relative de la fréquence qui est, dans notre exemple :

$$\frac{0,067}{72 + \epsilon} = \frac{0,067}{72} \left(1 - \frac{\epsilon}{72}\right).$$

On a trouvé que la fréquence d'un diapason diminue quand la température s'élève, avec un coefficient de l'ordre de 0,0001 :

$$N = N_0(1 - 0,0001t) = N_0(1 - \beta t).$$

La valeur numérique du coefficient β varie dans des limites considérables avec l'expérimentateur ou, si l'on veut, avec le diapason utilisé.

2° — Déduisons de ce résultat le sens de la variation du module E d'élasticité (module d'Young).

Nous avons vu que la fréquence des oscillations d'une lame est de la forme :

$$N = ke : L^2.$$

Dans le facteur k explicitons le module d'élasticité E et la densité ρ de la matière. La théorie de l'élasticité apprend qu'il faut poser :

$$N = \frac{k'e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (1)$$

Soit γ le coefficient de dilatation linéaire de l'acier. On a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{1}{\rho_0} (1 + 3\gamma t), & \sqrt{\frac{1}{\rho}} &= \sqrt{\frac{1}{\rho_0}} (1 + 1,5\gamma t); \\ \frac{e}{L^2} &= \frac{e}{L_0^2} (1 - \gamma t). \end{aligned}$$

Posons :

$$E = E_0(1 - \epsilon t), \quad \sqrt{E} = \sqrt{E_0} (1 - 0,5\epsilon t).$$

Substituons dans la formule (1) :

$$N_0(1 - \beta t) = \left(k' \frac{e}{L^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \right)_0 (1 + 0,5\gamma t) (1 - 0,5\epsilon t).$$

Si le module d'Young restait constant ($\epsilon = 0$), on aurait simplement $2\beta + \gamma = 0$, $\beta < 0$.

D'où résulterait une *augmentation* de la fréquence du fait de l'échauffement.

Comme on constate toujours le phénomène inverse, il faut conclure que ϵ n'est pas nul : *le module d'Young décroît quand la température s'élève.*

On a généralement :

$$2\beta = \epsilon - \gamma.$$

Le coefficient de dilatation linéaire de l'acier est de l'ordre de 0,00001, petit par conséquent devant le coefficient β donné par l'expérience. D'où sensiblement : $\epsilon = 2\beta$.

La variation de la fréquence quand la température s'élève, est donc presque uniquement due à la diminution du module d'Young.

Entre 0 et 200°, le module d'Young décroît continûment et à peu près linéairement en fonction de la température.

Les expériences pour déterminer sa variation ont donné, suivant les méthodes, les nombres les plus discordants, compris entre les formules :

$$E = E_0(1 - 0,00025t), \quad \text{et} \quad E_t = E_0(1 - 0,00045t).$$

Autrement dit, suivant les expérimentateurs et les méthodes, la variation pour une élévation de 100° est comprise entre 2,5 et 4,5 0/0.

On ne sortira de ce gâchis que le jour où l'on cessera de chercher des constantes absolues *qui n'existent pas*, ou tout au contraire on s'efforcera de chercher les conditions qui font varier les constantes.

3° — Fixons les idées par quelques nombres.

Admettons la formule numérique :

$$N = N_0(1 - 0,0001t).$$

Utilisons un diapason $ut_1 = 512$.

La variation de fréquence par degré est 0,05 environ.

Il suffit de chauffer de 19°,5, un diapason qui est d'accord avec un autre à la température initiale, pour obtenir un battement par seconde.

On montre donc aisément dans un cours non seulement l'influence de l'échauffement, mais aussi la lenteur avec laquelle le diapason chauffé revient à la température initiale.

Roue phonique et applications.

192. Moteur entretenu par une lame vibrante.

Pour entretenir un moteur synchrone au moyen du courant discontinu envoyé par un diapason, je conseille le dispositif suivant qui facilite l'accrochage et permet d'intéressantes expériences avec un matériel aisément construit.

D'un tournebrosche du commerce utilisons le train d'engrenages; remplaçons le barillet par un tambour sur lequel s'enroule une corde tendue par un poids; autrement dit, remplaçons le ressort moteur par un poids P.

Aux masses servant de volant, substituons l'armature A, constituée par une plaque de fer doux de 5 mm. d'épaisseur découpée comme le montre la figure 231.

Elle tourne entre les pôles P d'un électro BB monté en série avec l'électro qui entretient la lame vibrante. Dans l'électro BB passent des courants discontinus, de sens invariable, de même période que la lame, dont la durée est environ la moitié de la période de la lame.

Nous réalisons ainsi un moteur synchrone dont la période électrique

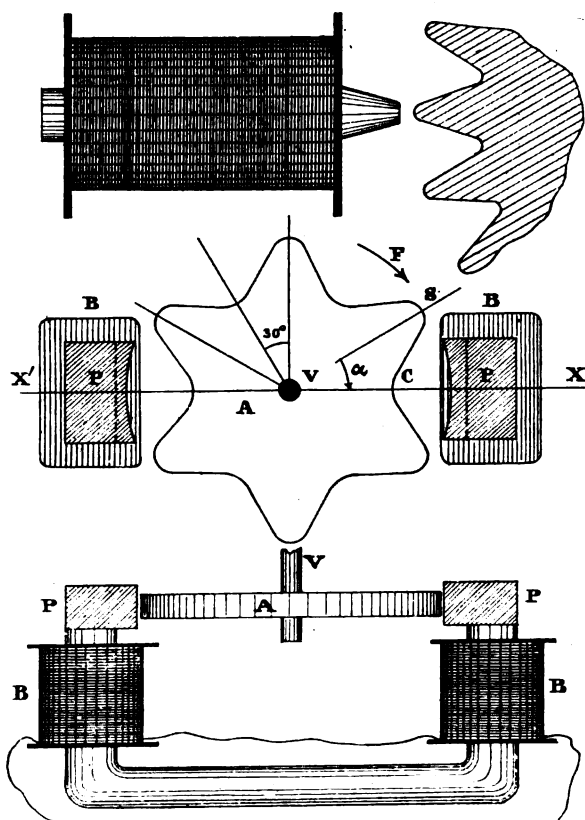


Fig. 231.

correspond (dans nos hypothèses) au sixième de tour de l'arbre V. Si la lame fait 60 vibrations par seconde et si l'armature est *accrochée*, l'arbre V fait 10 tours par seconde.

Au lieu de 6 dents, rien n'empêche de donner à l'armature A, 4 ou 2 dents (c'est alors une simple barre arrondie); l'arbre V fait alors 15 ou 30 tours par seconde.

La seule difficulté est l'accrochage. On l'obtient en modifiant le poids moteur jusqu'à ce que le moteur tourne de lui-même un peu plus vite qu'il ne faudrait; les phénomènes électriques contrarient le mouvement. L'accrochage se produit spontanément; le moteur est, si l'on peut dire, *négalif*.

L'accrochage obtenu, on peut supprimer le poids : le mouvement continue indéfiniment. Cette suppression ne doit pas être brusque : la diminution du poids moteur correspond à un changement de décalage auquel il faut donner le temps de se produire.

L'expérience est facile avec des lames dont la fréquence est de 60 à 80.

On peut augmenter le nombre des festons de l'armature F, utiliser par exemple une roue d'engrenage en fonte douce (fig. 231, en haut). D'autre part, il n'est guère possible sur un train ordinaire de tourne-broche d'obtenir plus de 20 à 25 tours par seconde pour l'arbre V, sans augmenter le poids moteur d'une manière dangereuse pour les arbres.

Il est commode d'employer des lames donnant une oscillation d'assez grande amplitude (plusieurs millimètres); on utilise alors le contact à mercure de la figure 194.

2° — Cherchons les conditions de stabilité pour la rotation; raisonnons sur la figure 231, c'est-à-dire sur une armature à six dents.

Pour fixer la position de l'armature, donnons l'angle α que fait la ligne VS avec VX. Comptons α positivement dans le sens de la flèche F (sens du mouvement); l'angle α marqué vaut donc -30° .

L'action de l'électro sur l'armature est nulle par raison de symétrie quand une saillie S ou un creux C passent sur la ligne X'X.

Le couple est moteur quand α est compris entre -30° et 0; il est résistant quand α est compris entre 0 et 30° . Ces 60° font une période du phénomène. A partir de la position figurée, le couple part de 0, croît, passe par un maximum pour $\alpha = -15^\circ$ environ, s'annule pour $\alpha = 0$, devient résistant, passe par un maximum négatif pour $\alpha = 15^\circ$, enfin s'annule pour $\alpha = 30^\circ$.

Pour qu'il y ait stabilité, il faut que le couple moteur soit plus grand à mesure que le retard est plus grand; il faut que le couple résistant soit plus grand à mesure que l'avance est plus grande. Il faut donc qu'à l'instant où se produit l'action magnétique, α soit compris entre -15° et $+15^\circ$ qui correspondent aux valeurs maxima du couple.

Si le moteur retarde il faut pour que l'avance se produise, qu'au moment où agit l'électro, la ligne VS soit à moins de 15° en arrière de VX. Si le moteur avance, il faut pour que le retard se produise, que la ligne VS soit à moins de 15° en avant de VX.

La synchronisation n'est possible que si le travail à fournir ou à absorber par l'électro est assez petit.

Si pour une raison quelconque, ce travail varie brusquement, le décalage doit changer. Voici ce qu'il faut entendre par là.

Diminuons le poids moteur P; le travail à fournir par l'électro doit augmenter, ou le travail à absorber par lui doit diminuer. Donc l'angle α que fait VS avec VX au moment où agit l'électro, doit diminuer. Positif, il deviendra plus petit; négatif, il deviendra plus grand en valeur absolue.

Tout ceci est quasi évident : on diminue le poids P, le moteur

retarde. La stabilité exige qu'à ce retard corresponde une augmentation du couple magnétique moteur, ou une diminution du couple résistant.

Tout cela est quasi évident : mais le lecteur fera bien de ne pas croire tout de suite qu'il comprend. La question est difficile et vaut la peine qu'on la médite. A l'heure actuelle, il n'y a pas en France un professeur de physique sur cent capable de discuter convenablement ces « petites » questions de stabilité. Ils estiment cela au-dessous d'eux : ce sont questions « trop vertes et bonnes pour les goujats ».

3° — La conséquence de ces décalages est un état perpétuel d'oscillation du moteur autour de son décalage d'équilibre.

D'où résultent deux inconvénients : le mouvement n'est pas uniforme, le décrochage est possible.

On les évite au moyen d'un amortisseur.

Le procédé le plus simple consiste à disposer la plaque A horizontalement et à centrer dessus une boîte cylindrique plate, remplie d'eau ou de mercure, fermée par un couvercle étanche.

Si la rotation est uniforme, le liquide se conduit comme un solide ; il n'offre aucune résistance au mouvement. Il ne fait qu'augmenter le moment d'inertie du système.

Si le mouvement de rotation se complique d'une oscillation, s'il est de la forme :

$$\alpha = at + b \sin \omega t,$$

le liquide intervient par sa viscosité pour annuler le terme oscillatoire.

4° — Si l'on dispose d'un petit moteur de ventilateur, il est préférable d'entretenir la roue phonique par le procédé du § 136, 2°. On modifie à son gré et sans à-coup le couple moteur, par la variation de l'un des poids P ou p , cela sans arrêter le moteur. Il est bon de ne laisser à la régulation par le fer tournant qu'un travail minime à effectuer. Grâce à ce dispositif d'entretien, la plus grande partie du rouage, devient inutile : l'appareil n'exige que quelques poulies de renvoi très mobiles qu'on trouve aisément dans le commerce. La vis sans fin doit être maintenue pour faciliter le comptage.

193. Mesure de la hauteur d'un son, d'une vitesse angulaire.

1° — MESURE DE LA HAUTEUR D'UN SON.

Le mécanisme précédent est commode pour mesurer la hauteur d'un son. Connaissant en effet le nombre des dents des diverses roues du rouage, on peut mesurer la vitesse de la plaque A en déterminant le nombre de tours que fait l'une des roues dans un temps donné.

D'autre part en utilisant un diapason dont les tiges sont surchargées, on peut l'amener à l'unisson du son à déterminer : d'où la hauteur commune des deux sons.

Si les deux sons ne sont pas absolument de même hauteur, les battements permettent de connaître la différence des hauteurs.

C'est là une méthode infiniment meilleure que l'emploi de la *sirène* théoriquement fautive (le son de la sirène n'est pas simple) et que sa difficulté rend quasiment inapplicable; sans parler du prix ridicule des appareils. Le matériel nécessaire à l'application de la méthode actuelle peut être réalisé à peu de frais.

L'emploi d'un diapason n'est pas nécessaire. On peut utiliser un tuyau d'orgue avec un microphone comme relai. Le circuit du microphone fait partie du primaire d'un petit transformateur; les courants obtenus dans le secondaire actionnent un électro dont l'armature, très légère et convenablement ramenée, coupe périodiquement le courant du moteur synchrone.

Avec un tuyau de longueur variable (par exemple, bouché par un tampon mobile), on réalise un son parfaitement stable et simple, auquel il est facile de comparer les hauteurs.

2° — MESURE DES VITESSES ANGULAIRES.

La méthode permet de déterminer la vitesse moyenne d'un appareil tournant quelconque. Sur un des arbres T de cet appareil, on dispose un collecteur à balais qui rompt le courant des électros BB un nombre connu de fois par tour de l'arbre T. Du nombre de tours de la plaque A par seconde, on déduit le nombre de tours de l'arbre T.

194. Emploi de la roue phonique pour les signaux chronographiques. Lanterne chronométrique.

1° — Dans ces derniers temps on a généralisé l'emploi du moteur synchrone (*roue phonique*) pour l'obtention de signaux lumineux chronographiques enregistrés sur une bande de papier sensible.

Une lame L entretenue électriquement fait un nombre connu de vibrations par seconde; elle impose donc à un disque de fer denté une vitesse angulaire connue. Sur le même axe et solidairement est montée une roue percée de fentes qui tourne de manière à découvrir périodiquement une fente F convenablement éclairée. On réalise donc par seconde un nombre connu d'éclairs, 100 pour préciser.

En modifiant de 10 en 10 la largeur des fentes percées dans la roue, on marque les dixièmes de seconde d'un trait plus épais.

On projette la fente F sur le papier sensible au moyen d'un objectif convenable. Au lieu de marquer les intervalles de temps par des éclairs, il revient au même de les marquer par des éclipses de la source : dans le premier cas on a des traits noirs sur fond blanc, dans le second des traits blancs sur fond noir.

Théoriquement il revient au même de faire porter par la lame L l'écran occultant périodiquement la source. L'avantage de la roue phonique est de laisser à la lame une amplitude petite, tout en conservant pour l'écran un déplacement considérable. Le réglage devient incomparablement plus facile.

2° — La construction d'une *lanterne chronométrique* étant d'une

extrême facilité (avec une simple lame vibrante entretenue électriquement), j'indique quelques manipulations.

On vérifie aisément la loi de la chute des corps en fixant une bande de papier sensible sur le corps tombant en chute quasi libre. On le prend assez long et lourd; on le guide convenablement. Les vitesses sont mesurées par les intervalles de deux traits consécutifs (images de la fente F), correspondant à deux éclairs voisins.

On fait tomber les éclairs sur un miroir lié à un oscillateur de torsion, on projette sur un tableau, ou sur un papier sensible. On prouve ainsi que la vibration est sinusoïdale.

On entretient au moyen de la même lame deux roues phoniques R, R', du même nombre de dents et dont les axes sont dans le prolon-

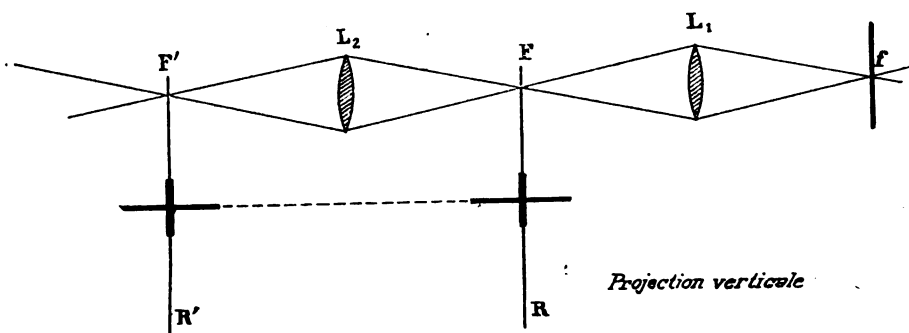


Fig. 232.

gement l'un de l'autre. Projetant avec une lentille L_2 une fente F de l'un sur une fente F' de l'autre, on vérifie qu'il est possible de transmettre par les fentes de la seconde roue tous les éclairs issus de la fente f que les fentes de la première roue laissent passer : preuve qu'elles ont même vitesse angulaire. Mais si l'on modifie le frottement de l'une d'elles, il se produit un décalage (§ 192) : la lumière cesse de passer. On la réobtient par un déplacement horizontal convenable de la lentille L_2 .

On peut ainsi vérifier la théorie du paragraphe 192.

On modifie le frottement d'une manière continue en perçant les fentes dans un disque de cuivre rouge dont on approche plus ou moins un aimant : d'où courants induits et frottement électromagnétique.

194 bis. Régulation d'une dynamo par un diapason (Lebedew).

1° — La puissance de la dynamo est de l'ordre d'un quart de cheval. On la monte en dérivation.

Sur le circuit du rotor sont intercalés les résistances r et r' .

L'arbre de la dynamo porte un disque de cuivre denté (de 4 dents dans la figure); les vides sont remplis d'un isolant. Un balai B et le diapason D peuvent mettre la résistance r' en court-circuit, par suite augmenter le courant dans le rotor. La fréquence N du diapason est

4 fois le nombre n de tours à imposer par seconde à l'arbre de la dynamo : le diapason a donc la fréquence que doit avoir le passage d'une dent sous le balai B.

On s'arrange de manière qu'avec la résistance $r + r'$ en circuit, le rotor aille un peu trop lentement, qu'avec la résistance r il aille un peu trop vite. Le diapason est entretenu électriquement par le dispositif ordinaire (non représenté).

2° — Admettons que les contacts en A se produisent de manière qu'à

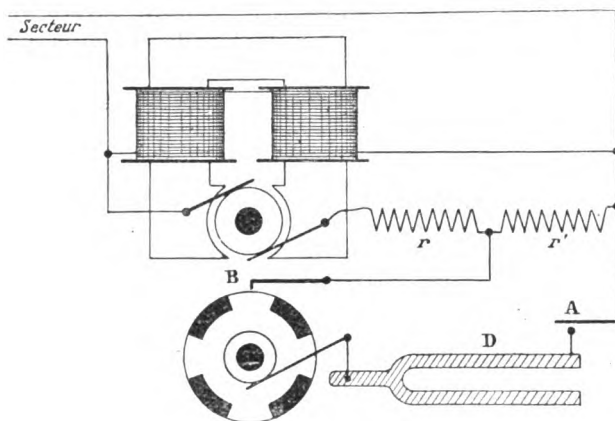


Fig. 233.

l'instant de leur milieu, le balai B soit au milieu des dents conductrices. La résistance est le plus possible diminuée. Par hypothèse la vitesse du rotor s'accélère. Il arrivera un moment où le milieu des contacts A correspondra au contact du balai B avec le milieu des dents isolantes : par hypothèse le rotor doit alors retarder.

Automatiquement la vitesse de rotor prendra la valeur *moyenne* désirée, avec un décalage moyen des milieux des contacts A et B tel que la somme des travaux moteurs et résistants soit nulle. Il y aura variation périodique de ce décalage, mais la régulation se fera de manière que somme toute le nombre n de tours du rotor soit $N : 4$.

Si le motor doit conduire un appareil dont les frottements sont susceptibles de varier, il faut lui imposer un frottement *constant* assez grand, par exemple en lui faisant entraîner un petit ventilateur réglable.

3° — ENTRETIEN D'UN SECOND DIAPASON.

On utilise parfois ce dispositif pour exciter un électro dont l'amplitude doit être grande et constante.

Un second disque analogue à celui représenté, est monté sur l'arbre et produit des courants interrompus, de période voulue et qu'on prend aussi intenses qu'on désire.

A la place d'un disque, mieux vaut utiliser une petite turbine à mer-

cure : l'axe du moteur est alors vertical. Rappelons que la turbine lance un jet horizontal de mercure qui produit une communication électrique quand il rencontre une tige verticale.

Théorie des vibrations des verges cylindriques.

193. Position du problème.

Je partirai de l'équation aux dérivées partielles démontrée dans mon *Cours d'Elasticité* :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0, \quad a^2 = \frac{EI}{\rho S}. \quad (1)$$

E est le module d'Young; ρ est la densité (masse par unité de volume); S est l'aire de la section droite. Enfin I est le moment d'inertie de la

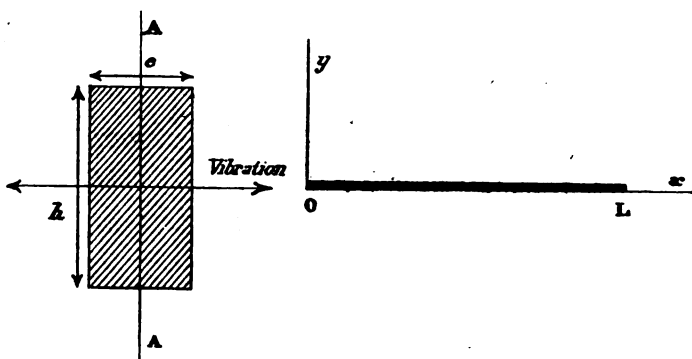


Fig. 234.

section droite par rapport à un axe AA' passant par le centre d'inertie de cette section et normal au plan de vibration.

Comme c'est le cas habituel, s'il s'agit d'une verge de section rectangulaire, on a (fig. 234) :

$$S = eh, \quad I = \frac{e^3 h}{3}, \quad a = e \sqrt{\frac{E}{3\rho}}.$$

Substituons dans l'équation (1) la solution :

$$x = u \sin \frac{\omega^2 a}{L^2} t.$$

La fonction u doit satisfaire à l'équation différentielle :

$$\frac{d^4 u}{dx^4} = \frac{\omega^4}{L^4} u = b^4 u,$$

en posant :

$$bL = \omega.$$

La solution générale est de la forme :

$$u = A \cos bx + B \sin bx + C \cosh bx + D \sinh bx.$$

On a :

$$\begin{aligned} 2 \cosh v &= e^v + e^{-v}, & 2 \sinh v &= e^v - e^{-v}. \\ d. \cosh v &= \sinh v. dv, & d. \sinh v &= \cosh v. dv. \\ \cosh^2 v - \sinh^2 v &= 1. \end{aligned}$$

Pour $v = 0$, $\cosh v = 1$, $\sinh v = 0$.

La période du mouvement vibratoire est donnée par la formule :

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{\omega^2 a}{L^2}, \quad T = \frac{2\pi L^2}{\omega^2 a} = \frac{2\pi}{b^2 a} = \frac{2\pi}{b^2 e} \sqrt{\frac{3\rho}{E}}.$$

En définitive la théorie de l'Élasticité conduit aux résultats suivants :

Il faut déterminer les paramètres B, A, B, C, D, d'après les conditions imposées et au moyen de l'équation :

$$u = A \cos bx + B \sin bx + C \cosh bx + D \sinh bx,$$

La période du mouvement vibratoire pour une verge de section rectangulaire est alors :

$$T = \frac{2\pi}{b^2 e} \sqrt{\frac{3\rho}{E}}.$$

2° — VERGE ENCASTRÉE A UN BOUT.

Nous supposons toujours la verge encastrée au bout $x = 0$.

Nous y avons identiquement :

$$u = 0, \quad \frac{du}{dx} = 0.$$

On vérifie immédiatement qu'il faut poser :

$$A + C = 0, \quad B + D = 0.$$

La condition à satisfaire devient :

$$u = A(\cos bx - \cosh bx) + B(\sin bx - \sinh bx).$$

196. Verge non surchargée (cas ordinaire).

Il faut écrire qu'au bout libre ($x = L$) le couple et l'effort tranchant sont nuls. La théorie de l'Élasticité fournit les deux conditions :

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = 0, \quad \frac{d^3 u}{dx^3} = 0.$$

D'où les conditions :

$$\begin{aligned} A(\cos bL + \cosh bL) + B(\sin bL + \sinh bL) &= 0, \\ A(-\sin bL + \sinh bL) + B(\cos bL + \cosh bL) &= 0. \end{aligned}$$

Ces équations sont compatibles si l'on a :

$$\cos bL \cdot \cosh bL = -1.$$

Nous ne prendrons que la première racine de cette équation :

$$bL = 1,494 \cdot \frac{\pi}{2} = 1,873, \quad b^3 L^2 = 3,516.$$

D'où :

$$T = \frac{2\pi}{3,516} \cdot \frac{L^2}{e} \sqrt{\frac{3\rho}{E}} = 3,151 \cdot \frac{L^2}{e} \sqrt{\frac{\rho}{E}}.$$

197. Verge surchargée à l'extrémité. Caléidophone.

Résolvons d'abord le problème sans tenir compte de la pesanteur, c'est-à-dire en ne considérant que la masse m de la surcharge.

1° — Supposons d'abord la masse de la verge négligeable devant m .

Partons de la formule suivante qui donne la flèche f de la lame quand on exerce à son extrémité une force F normale à sa direction (voir mon *Cours d'Elasticité*) :

$$F = f \frac{3EI}{L^3}.$$

Le travail nécessaire pour passer de la flèche f , à la flèche $f + df$, est :

$$dW = F df = f df \cdot \frac{3EI}{L^3}, \quad W = \frac{f^2}{2} \frac{3EI}{L^3} = \frac{f_0^2}{2} \frac{3EI}{L^3} \sin^2 \omega t.$$

W est l'énergie potentielle qui correspond à la flèche f . Nous posons :

$$f = f_0 \sin \omega t.$$

A chaque instant la force vive de la masse m (dont je néglige la rotation) est :

$$\frac{m}{2} \left(\frac{df}{dt} \right)^2 = \frac{m}{2} f_0^2 \omega^2 \cos^2 \omega t.$$

Écrivons que la somme de l'énergie potentielle et de la force vive est constante. Il vient la condition :

$$\frac{3EI}{L^3} = m \omega^2, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{mL^3}{3EI}}.$$

2° — Introduisons la masse m' de la verge.

Pour cela il faut connaître la forme qu'elle prend à chaque instant.

La théorie de l'Elasticité fournit la relation :

$$y = \frac{f}{2L^2} (3Lx^2 - x^3),$$

qui redonne bien $y = f$, pour $x = L$.

Soit ϵ la masse par unité de longueur.

La force vive de l'élément εdx est à chaque instant :

$$\frac{\varepsilon dx}{2} \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = \frac{\varepsilon dx (3Lx^2 - x^3)^2}{8L^3} \left(\frac{df}{dt} \right)^2,$$

avec la condition $EL = m'$.

On trouve aisément :

$$\frac{m'}{2} \frac{33}{140} \left(\frac{df}{dt} \right)^2.$$

A la place de m , il faut donc introduire :

$$m + \frac{33}{140} m' = m + \frac{m'}{4} \text{ approximativement.}$$

D'où la période :

$$T = \pi \sqrt{\frac{(4m + m')L^3}{3EI}}.$$

3° — Faisons maintenant $m=0$; retrouvons la formule ci-dessus donnée pour une verge de section rectangulaire. On a :

$$m' = ehL\rho, \quad I = \frac{e^3 h}{3},$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{m' L^3}{3EI}} = \pi \sqrt{\frac{eh\rho L^4}{Ee^3 h}} = \frac{\pi L^2}{e} \sqrt{\frac{\rho}{E}},$$

formule qui légitime celle du § 171.

4° — Enfin tenons compte de la rotation de la masse.

L'angle dont la masse tourne, est égal à la variation de l'inclinaison de la tangente au bout de la lame. On a pour $x=L$:

$$\alpha = \frac{dy}{dx} = \frac{f}{2L^3} (6Lx - 3x^2) = \frac{3f}{2L}.$$

Soit mi^2 le moment d'inertie de la masse m ; l'énergie cinétique est :

$$\frac{mi^2}{2} \left(\frac{d\alpha}{dt} \right)^2 = \frac{mi^2}{2} \frac{9}{4L^2} \frac{df}{dt}.$$

La masse m doit être multipliée par :

$$1 + \frac{9i^2}{4L^2}.$$

4° — EMPLOI D'UNE SURCHARGE m POUR FAIRE VARIER LA FRÉQUENCE.

Installons des surcharges égales et *variables*, ayant chacune la masse m , aux extrémités des verges d'un diapason de masse M .

La fréquence diminue comme :

$$1 : \sqrt{4m + m'}.$$

La masse de la verge est m' ;

la masse du diapason est à peu près $M = 2m'$.

Le rapport des fréquences N_0 à vide ($m=0$), et avec les surcharges m est :

$$\frac{N}{N_0} = \sqrt{\frac{m'}{4m+m'}} = 1 : \sqrt{\frac{8m}{M} + 1} = 1 : \sqrt{8a+1}.$$

Nous posons :

$$a = m : M.$$

La fréquence diminue donc relativement très vite pour de faibles surcharges m (fig. 235). Mais la courbe représentative prend ensuite une

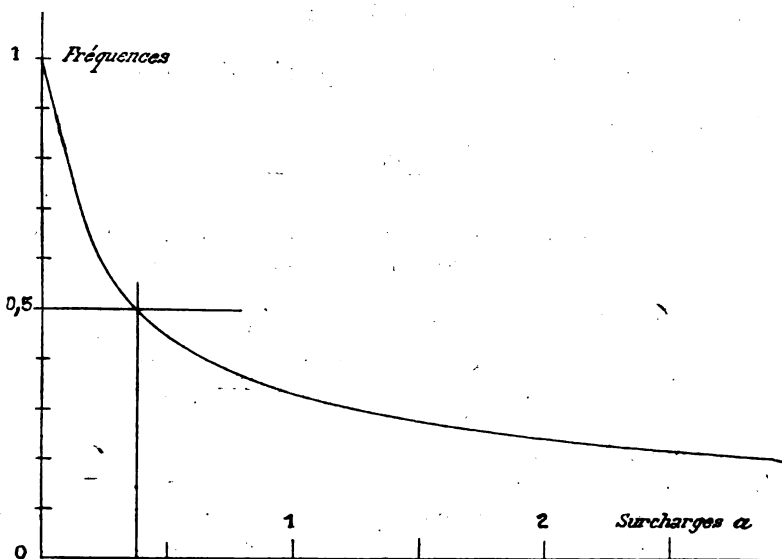


Fig. 235.

direction de plus en plus horizontale. Il n'est pas pratique d'obtenir par ce procédé une diminution de fréquence de plus de moitié.

D'ailleurs la méthode est incommode dans l'impossibilité d'avoir des surcharges *rigides* et continûment variables.

Aussi préfère-t-on l'emploi de surcharges invariables mais mobiles le long des verges. On ramène aisément la fréquence au tiers de sa période à vide, pourvu que l'épaisseur de la verge soit de 3 à 4 mm. et que sa fréquence soit de l'ordre de 50 (c'est-à-dire qu'elle soit assez longue).

Pour modifier la période du diapason *en marche*, on peut utiliser l'artifice suivant. Sur les grosses masses de réglage qu'on fait en plomb est fixé un petit aimant. On dépose dessus de petits bouts de fil de fer qui sont ainsi fixés au diapason avec une rigidité suffisante.

198. Déplacement d'une masse.

Supposons la masse de l'ordre de grandeur de celle de la lame. On peut admettre que la partie vibrante de la lame a pour longueur la dis-

tance du bord d'encastrement au bord le plus voisin de la masse. Ce qui est au contact de la masse et en dehors ne fléchit plus sensiblement. Rapprocher la masse de l'étau revient donc à diminuer la longueur de la lame vibrante, et à augmenter la surcharge de toute la partie de la lame qui la dépasse.

On explique ainsi que la fréquence varie à peu près linéairement en fonction du déplacement de la surcharge.

199. Verge surchargée en tenant compte de la pesanteur.

1° — Limitons-nous à l'étude qualitative du phénomène (fig. 236).

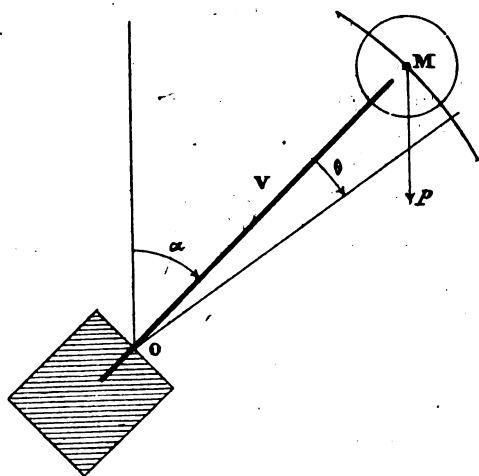
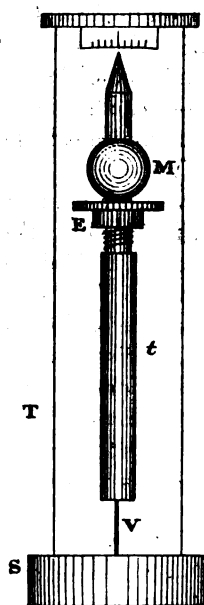


Fig. 236.



On donne au système d'une verge V et d'une masse additionnelle M , l'inclinaison α variable d'une expérience à l'autre.

On demande comment la période varie avec l'angle α .

Montrons que la loi de variation est de la forme :

$$T = T_0 + T_1 \cos \alpha. \quad (1)$$

Soit p le poids de la surcharge, l sa distance au point O . Dans la position représentée le couple, est $pl \sin \alpha$: la verge est fléchie.

Quand le système vibre, la masse se déplace d'un angle θ petit.

Le couple devient :

$$pl \sin(\alpha + \theta) = pl \sin \alpha + \theta \cdot pl \cos \alpha.$$

La partie constante $pl \sin \alpha$ est équilibrée par la flexion. Reste donc la partie variable qui tend à *écarter* le système de sa position d'équilibre, c'est-à-dire qui produit un effet *inverse* de celui de l'élasticité.

Donc la période est augmentée. Comme cette augmentation est petite, elle est proportionnelle à sa cause : ce qui est la proposition énoncée.

Pour $\alpha = 90^\circ$, le couple auquel est soumise la masse M , est constant.

Il produit une flexion de la verge, mais ne modifie pas la loi des oscillations.

Enfin pour $\alpha > 90^\circ$, la partie *variable* du couple dû à la pesanteur produit des effets de même sens que l'élasticité : la période est diminuée.

De cette analyse résulte que, même sans surcharge, la période d'un diapason dépend de son azimut. Elle est maxima si le diapason est vertical, le talon en bas. Elle est minima si le diapason est vertical, le talon en haut. La loi de variation de la période est exprimée par la formule (4).

2° — La combinaison d'une verge et d'un poids permet d'obtenir un pendule battant la seconde et n'ayant qu'une longueur minime (fig. 236, à droite).

La verge V supporte un tube creux t dans lequel est fixé un cylindre plein fileté. On règle le moment d'inertie de l'oscillateur au moyen de l'écrou E qui déplace la masse M .

La verge V est solidement encastrée dans un support S à vis calantes (non représentées). Un tube de verre T protège l'appareil.

On l'utilise par exemple pour vérifier la stabilité d'une caisse de pendule à secondes. On le place sur la caisse : si au bout d'un certain temps le pendule vibre par sympathie, la caisse manque de stabilité (§ 236).

Si l'on retourne l'appareil de 180° , la pesanteur et l'élasticité ajoutent leurs effets : les oscillations deviennent rapides.

200. Diapason oscillant dans un liquide.

1° — Nous retrouvons le problème du tome I, paragraphe 88.

En vibrant, le diapason ou la lame déplacent le liquide, ce qui produit une surcharge. Pour l'évaluer il faudrait connaître, pour une amplitude déterminée du diapason, les amplitudes de tous les éléments de volume fluides mis en mouvement.

Soit x une variable fixant la déformation.

L'énergie potentielle est de la forme $T = Ax^2$.

Dans l'air l'énergie cinétique est de la forme Bx'^2 .

Dans le liquide, elle prend la forme :

$$(B + b)x'^2.$$

Appliquons l'équation de Lagrange. Il vient dans le cas général :

$$(B + b)x'' - Ax = 0.$$

La période est augmentée dans le rapport $\sqrt{1 + \frac{b}{B}}$.

On voit tout ce que recouvre l'expression de *surcharge* ordinairement employée. La surcharge *fictive* dépend du système entier des mouvements entretenus dans le liquide par le diapason.

Nous sommes donc infiniment loin de résoudre le problème *a priori*.

2° — Une hypothèse simple, probablement inexacte, nous permet d'aller plus loin.

Posons que pour les divers liquides, les mouvements entretenus sont les mêmes; la surcharge fictive est donc proportionnelle à la densité du liquide.

Quand on passe de l'air (densité négligeable) au liquide de densité d , la période est multipliée par le facteur

$$\sqrt{1 + k\delta};$$

k est un coefficient qui dépend de la forme de la lame vibrante.

Voici quelques expériences de Kolacek.

Il trouve qu'en passant de l'air à l'eau, la période d'un certain diapason est multipliée par 1,43. D'où :

$$1 + k = 1,277, \quad k = 0,277.$$

Calculons le facteur pour :

le mercure	$\delta = 13,6$	$\sqrt{1 + k\delta} = 2,18$
l'acide sulfurique	$\delta = 1,71$	1,21.

Kolacek plonge des diapasons (de fréquences 496 et 433) rapidement dans le mercure. Conformément à la formule et malgré l'amortissement rapide, il trouve que le son baisse d'une octave.

Des expériences plus étendues seraient nécessaires, avec entretien du diapason. Mais je crois infiniment plus utile de résoudre le même problème sur une sphère vibrante, ne serait-ce que pour juger les théories classiques sur le mouvement du liquide au voisinage d'un oscillateur de forme simple et nous débarrasser de résultats basés sur une application inconsiderée des formules de l'Hydrodynamique.

201. Modification de la période d'un diapason au moyen d'un électro-aimant.

Le paragraphe précédent explique une expérience de Crova, intéressante mais qu'il interprétait tout de travers (fig. 237).

Quand on place un électro E très près d'une verge vibrante V, on augmente sa période.

Nous sommes en effet dans le cas d'une force qui agit dans le sens F et qui croît à mesure que le corps lui obéit. C'est exactement ce qu'on pose pour la pesanteur quand $\alpha < 90^\circ$: à mesure que la masse M descend (c'est-à-dire obéit à la pesanteur), le couple de la pesanteur augmente.

Dans l'expérience actuelle, à mesure que la verge se rapproche de l'électro (c'est-à-dire obéit à son attraction), l'attraction augmente.

Donc la période croît.

Comme précédemment l'attraction peut être divisée en une partie constante qui fléchit la verge (c'est autour de cette forme fléchie que la

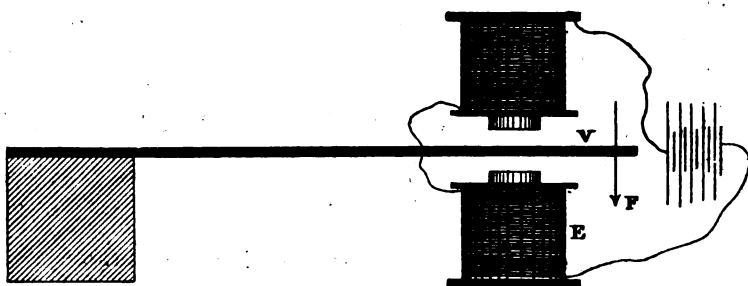


Fig. 237.

verge oscille), et en une partie variable, proportionnelle au déplacement et qui tend toujours à écarter la verge de sa nouvelle position d'équilibre.

On augmente l'action de l'électro en le doublant : la verge est entre ses pôles dans une position qui serait d'équilibre *instable*, à supposer qu'on annule la réaction élastique.

On se trouve alors dans le cas du paragraphe précédent pour $\alpha = 0$.

S'il s'agit d'un diapason, on utilise un diapason supplémentaire, placé entre les tiges de l'électro (comme l'électro E de la figure 193), et dans lequel on fait passer un courant permanent dont on modifie l'intensité avec un rhéostat. La variation de période est toujours très faible : on utilise ce dispositif pour modifier la période de variation de l'ellipse dans le procédé du paragraphe 186, ou sa forme dans le procédé du paragraphe 190.

CHAPITRE XII

MESURE DE TRÈS PETITS INTERVALLES DE TEMPS

Emploi d'un corps tombant en chute plus ou moins libre.

202. Généralités.

1° — Les chronoscopes de cette catégorie reposent sur le principe suivant : donner à un corps AA un mouvement rectiligne de vitesse suffisante et connue; s'arranger de manière que le début et la fin de l'intervalle à mesurer soient *marqués* sur le corps.

Posons qu'à l'origine des temps, le repère O marqué sur le corps AA passe dans le plan XX normalement auquel il se meut (c'est un plan horizontal dans le cas d'une chute verticale).

Les *marqueurs* M_1 et M_2 sont aux distances H_1 et H_2 de ce plan.

Le corps AA se déplace. Par hypothèse sa vitesse est connue; ce qui revient à dire que l'on connaît la fonction :

$$t = f(h);$$

h est la distance du repère O au plan XX; t est le temps qui s'est écoulé entre le passage du repère dans le plan XX et dans le plan parallèle distant de h .

Au début du phénomène dont on veut la durée, la marque M_1 se produit à la distance η_1 du repère. D'où :

$$h_1 = H_1 - \eta_1, \quad t_1 = f(h_1).$$

A la fin du phénomène, la marque M_2 se produit à la distance η_2 du repère. D'où :

$$h_2 = H_2 - \eta_2, \quad t_2 = f(h_2); \quad \tau = t_2 - t_1 = f(h_2) - f(h_1).$$

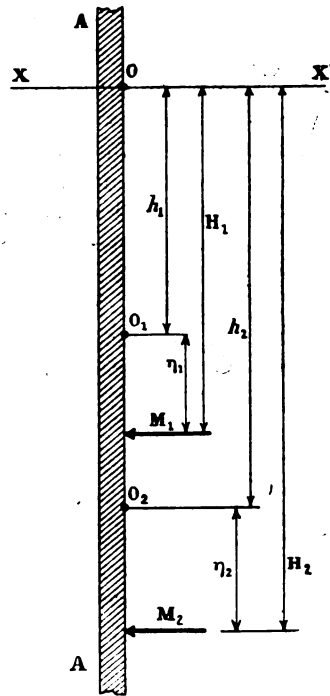


Fig. 238.

En particulier s'il s'agit d'un corps tombant en chute libre à partir du repos, on a :

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}, \quad \tau = \sqrt{\frac{2}{g}} [\sqrt{h_2} - \sqrt{h_1}].$$

2° — Fixons les idées par une expérience.

Pour déterminer le temps de pose qui correspond à un obturateur de chambre photographique, on photographie une bille brillante (grosse bille pour automobile éclairée par un arc) tombant devant une graduation en centimètres.

Sur une bande de papier noir mat (papier qu'on emploie pour tableaux noirs) de 20 centimètres de largeur, traçons (à la craie ou à la gouache) une graduation en centimètres sur une longueur de 2 mètres. Fixons-la verticalement et éclairons fortement.

La bille, lâchée sans vitesse du zéro de la graduation (zéro qui peut être fictif) tombe tout près et en avant d'elle.

Le temps qu'elle met à parcourir la hauteur $h_2 - h_1$ est :

$$\tau = \sqrt{\frac{2}{g}} [\sqrt{h_2} - \sqrt{h_1}].$$

On relève sur le cliché la position de la trace lumineuse continue de la bille (trait noir sur le cliché).

La seule difficulté est d'ouvrir l'obturateur ni trop tôt, ni trop tard. Le lecteur imaginera facilement un déclenchement automatique.

Par exemple la bille est suspendue à un électro dont le circuit contient un second électro déclenchant l'obturateur. On lâche la bille en coupant le circuit : *l'obturateur fonctionne un certain temps après le départ de la bille*. Nous retrouverons le même problème à propos du chronographe Le Boulangé.

3° — La méthode est d'autant plus sensible qu'à un intervalle τ donné correspond un intervalle $h_2 - h_1$ plus grand. On a :

$$dt = \sqrt{\frac{2}{g}} \frac{dh}{2\sqrt{h}}, \quad dh = \sqrt{2gh} \cdot dt.$$

La sensibilité de la méthode croît proportionnellement à la racine carrée du chemin parcouru par la bille au début de la photographie.

Il est donc avantageux que l'obturateur ne fonctionne qu'un certain temps après le lâcher de la bille, ce que l'inertie du déclenchement produit toujours. Comme on voit, ce n'est pas un inconvénient.

203. Corps tombant en chute libre. Chronographe Le Boulangé.

1° — L'électro E soutient une tige d'acier terminée par une masse d'acier qui sert de lest et maintient la tige verticale pendant sa chute libre. La tige est recouverte d'un cylindre de papier ou de métal mou, sur lequel le couteau C viendra faire une marque M.

L'électro e supporte un poids d'acier creux et lesté à sa base par un bouchon d'acier.

Le ressort R est maintenu bandé par un levier à griffe g (détente), passant dans une fenêtre et appuyé par le ressort r . Quand le poids tombe sur le levier, le ressort est lâché : le couteau C qu'il porte à sa base, fait une marque sur la section droite du cylindre qui est alors devant lui.

2° — Supposons le poids et la tige en place (soutenus par les électros); rompons *simultanément* les circuits des électros. Le poids tombe, agit sur la détente, le couteau part. Au bout du temps t auquel on ne demande que d'être constant, il fait la marque M sur la tige.

Au même instant la tige a parcouru le chemin h ; on la déduit de la distance H de l'arête du couteau au sommet du noyau de l'électro E , et de distance η de la marque au bout supérieur de la tige :

$$h = H - \eta,$$

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2(H - \eta)}{g}}.$$

Recommençons l'expérience; mais supposons que le circuit de l'électro e ne soit rompu qu'un temps τ après le circuit de l'électro E .

Quand la tige reçoit la nouvelle marque, elle a parcouru un chemin $h' > h$, chemin qu'on déduit de la position de la nouvelle marque :

$$h' = H - \eta'.$$

D'où :

$$\tau = \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{h'} - \sqrt{h}).$$

Pour que dans la première expérience les deux circuits soient simultanément rompus sans qu'on ait besoin de changer les connexions, le montage est fait comme l'indique la figure en haut et à gauche.

Les piles p et P ont même force électromotrice; quand on coupe le fil a , le courant s'annule dans les deux circuits.

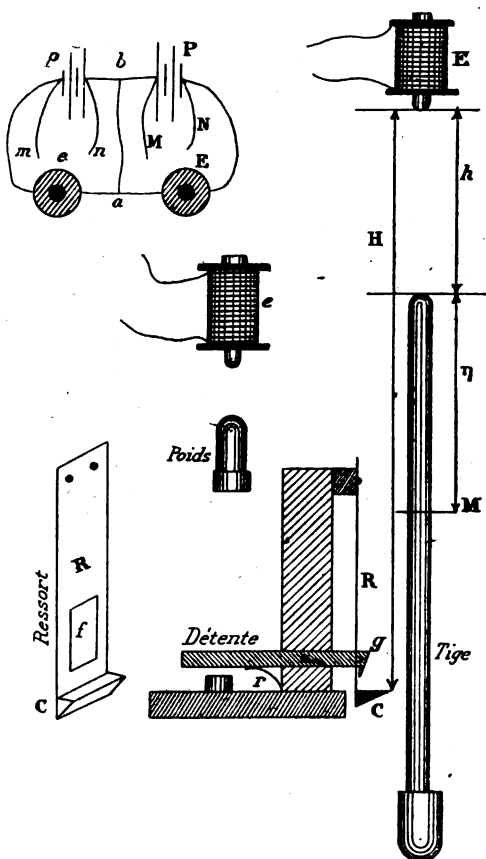


Fig. 239.

Comme le poids et la tige sont en acier, le magnétisme rémanent interviendrait. Pour qu'à la rupture du fil ab , le magnétisme des électros soit *interverti* et qu'il y ait répulsion sur les corps prêts à tomber, les électros portent deux enroulements. L'un, de quelques spires seulement, est traversé par un courant *permanent* de sens inverse du principal. Les fils mn , MN , indiquent les connexions avec la pile.

Quand le fil ab est coupé, les courants permanents de sens inverse agissent seuls. Ils intervertissent le magnétisme, *en le laissant très faible* : d'où très légère répulsion sur les corps tombant qui se détachent brusquement.

3° — Fixons les idées par quelques nombres.

Le tableau suivant facilite la discussion.

Les hauteurs h sont en millimètres, les temps sont en dix-millièmes de seconde.

$h = 50^{\text{mm}}$	$t = 1\ 010$		$h = 550^{\text{mm}}$	$t = 3\ 348$	55
100	1 428	418	600	3 497	49
150	1 749	321	650	3 640	43
200	2 019	170	700	3 778	38
250	2 258	139	750	3 910	32
300	2 473	115	800	4 038	28
350	2 671	98	850	4 163	25
400	2 856	83	900	4 283	20
450	3 029	73	950	4 401	18
500	3 193	64	1 000	4 515	14

Soit $h = 500$ millimètres; c'est la distance de disjonction.

Le temps correspondant est $0^{\text{s}},3193$.

Supposons la seconde marque à une distance $\eta - \eta'$ au-dessus de la première, on a :

$\eta - \eta' = 100^{\text{mm}},$	200,	300,	400,	500
$\tau = 0^{\text{s}},0304$	0,0585	0,0845	0,1090	0,1322
	281	260	245	232

Ainsi 100 millimètres entre les marques correspondent à peu près à 250 dix-millièmes de seconde; un millimètre correspond à 2,5 dix-millièmes de seconde.

On augmente la sensibilité de l'appareil, en augmentant la hauteur h . Prenons $h = 80$ centimètres, $t = 0^{\text{s}},4038$. Si la distance des marques est 10 centimètres, on aura $\tau = 0^{\text{s}},0243$, au lieu que précédemment on avait $\tau = 0^{\text{s}},0304$.

Pour $h = 20$ centimètres et la distance des marques toujours de 10 centimètres, on aurait $\tau = 0^{\text{s}},0454$. La sensibilité serait moindre.

4° — Appliquons à la mesure de la vitesse d'un projectile, un obus pour préciser.

DURÉES DES CHUTES LIBRES DE 5 A 1 000 MILLIMÈTRES
EN CENT-MILLIÈMES DE SECONDE.

5	3 193	255	22 800	505	32 085	755	39 231
10	4 515	260	23 022	510	32 244	760	39 361
15	5 530	265	20 243	515	32 402	765	39 491
20	6 385	270	23 470	520	32 559	770	39 619
25	7 139	275	23 677	525	32 715	775	39 748
30	7 820	280	23 891	530	32 870	780	37 876
35	8 447	285	24 104	535	33 025	785	40 003
40	9 030	290	24 314	540	33 179	790	40 136
45	9 578	295	24 522	545	33 332	795	40 257
50	10 095	300	24 730	550	33 484	800	40 384
55	10 589	305	24 935	555	33 636	805	40 510
60	11 060	310	25 139	560	33 788	810	40 635
65	11 511	315	25 341	565	33 938	815	40 761
70	11 948	320	25 541	570	34 088	820	40 885
75	12 365	325	25 740	575	34 237	825	41 010
80	12 770	330	25 937	580	34 386	830	41 134
85	13 163	335	26 133	585	34 533	835	41 258
90	13 545	340	26 327	590	34 681	840	41 381
95	13 916	345	26 519	595	34 827	845	41 504
100	14 278	350	26 711	600	34 973	850	41 627
105	14 630	355	26 901	605	35 119	855	41 749
110	14 975	360	27 090	610	35 264	860	41 871
115	15 311	365	27 278	615	35 408	865	41 992
120	15 641	370	27 464	620	35 552	870	42 114
125	15 963	375	27 649	625	35 695	875	42 234
130	16 279	380	27 833	630	35 837	880	42 355
135	16 589	385	28 015	635	35 979	885	42 475
140	16 894	390	28 196	640	36 120	890	42 595
145	17 193	395	28 377	645	36 263	895	42 715
150	17 487	400	28 556	650	36 401	900	42 833
155	17 776	405	28 734	655	36 541	905	42 952
160	18 060	410	28 910	660	36 680	910	43 071
165	18 340	415	29 086	665	36 819	915	43 189
170	18 616	420	29 261	670	36 957	920	43 307
175	18 888	425	29 435	675	37 095	925	43 424
180	19 156	430	29 607	680	37 232	930	43 542
185	19 420	435	29 779	685	37 369	935	43 658
190	19 681	440	29 949	690	37 505	940	43 775
195	19 938	445	30 119	695	37 640	945	43 891
200	20 192	450	30 288	700	37 776	950	44 007
205	20 443	455	30 456	705	37 910	955	44 123
210	20 691	460	30 623	710	38 044	960	44 238
215	20 635	465	30 789	715	38 178	965	44 353
220	21 177	470	30 954	720	38 311	970	44 468
225	21 417	475	31 118	725	38 444	975	44 583
230	21 653	480	31 281	730	38 577	980	44 697
235	21 887	485	31 444	735	38 708	985	44 811
240	22 119	490	31 605	740	38 840	990	44 924
245	22 348	495	31 766	745	38 971	995	45 037
250	22 575	500	31 926	750	39 101	1 000	45 150

Les circuits des électros contiennent chacun un cadre de bois sur lequel le fil zigzague de manière qu'on soit sûr que l'obus le coupera.

Les cadres sont (par exemple) à 50 mètres l'un de l'autre; la vitesse du projectile étant supposée voisine de 500 mètres à la seconde, les circuits sont coupés avec un retard de 0,1 seconde.

Dans les conditions susdites de montage, la distance des marques est voisine de 362 millimètres.

204. Mesure d'une grande vitesse angulaire constante.

1° — LEMME.

Une tige cylindrique tombe en chute libre. Elle traverse un plan horizontal dans lequel se trouve un appareil qui marque dessus des traits $h_0, h_1, h_2, \dots$ aux temps $t, t + \tau, t + 2\tau, \dots$

On demande comment sont espacés les traits et comment de cet espacement on peut déduire le temps τ .

D'après la loi de la chute des corps on a :

$$h_m = H + \frac{1}{2}g(t + m\tau)^2,$$

$$h_{m+1} = H + \frac{1}{2}g[t + (m+1)\tau]^2.$$

D'où :

$$h_{m+1} - h_m = m\theta + \Theta,$$

en posant :

$$\theta = g\tau^2, \quad \Theta = g\left[t\tau + \frac{\tau^2}{2}\right].$$

On aurait de même :

$$h_{p+1} - h_p = p\theta + \Theta.$$

D'où :

$$(h_{p+1} - h_p) - (h_{m+1} - h_m) = (p - m)\theta. \quad (1)$$

On numérottera donc les traits, en allant vers le haut (temps croissants). On déterminera la distance des traits consécutifs h_m et h_{m+1} , puis des traits consécutifs h_p et h_{p+1} .

On fera la différence des intervalles; on divisera par la différence des numéros d'ordre de deux traits homologues. On aura ainsi la quantité :

$$\theta = g\tau^2, \quad \text{d'où :} \quad \tau = \sqrt{\theta : g}.$$

Si pour une raison quelconque on n'utilise pas des traits consécutifs, on emploiera les formules suivantes faciles à démontrer comme ci-dessus :

$$h_{m+n} - h_m = \left(mn + n\frac{n-1}{2}\right)\theta + n\Theta.$$

$$h_{p+q} - h_p = \left(pq + q\frac{q-1}{2}\right)\theta + q\Theta.$$

$$\frac{1}{q}(h_{p+q} - h_p) - \frac{1}{n}(h_{m+n} - h_m) = \left(p - m + \frac{q-n}{2}\right)\theta.$$

En particulier pour $n = q$, on a :

$$(h_{p+n} - h_p) - (h_{m+n} - h_m) = n(p - m)\theta.$$

2° — APPLICATION.

Imaginons que le système *marqueur* tourne autour d'un axe vertical. Soit τ la durée du tour.

Dans une cavité ménagée normalement à l'axe est une ampoule de verre pleine d'un liquide coloré et terminée par un tube capillaire. Quand le système tourne, un jet très fin horizontal liquide se trouve projeté par la force centrifuge.

Une tige de laiton recouverte de papier buvard tombe à quelque distance de la circonférence tracée par l'extrémité du tube.

A chaque tour elle reçoit le jet qui marque un trait horizontal très fin. Le lemme précédent s'applique immédiatement.

La tige est terminée par une masselotte de fer que maintient un électro.

Le circuit de l'électro contient un second électro dont l'armature est chargée de briser l'extrémité du tube capillaire quand on rompt le circuit.

A l'instant voulu et simultanément la tige commence sa chute libre et le liquide sort de l'ampoule. On évite ainsi que le liquide se perde inutilement.

Après la chute sur la tige on trouve donc une série de traits dont les distances varient en progression arithmétique. On les numérote.

De la mesure de deux intervalles quelconques, les formules précédentes permettent de conclure la durée du tour.

Il est douteux que la chute *libre* commence immédiatement (en raison du magnétisme rémanent); peu importe, pourvu qu'on n'utilise pas les traits voisins du zéro (position du trait liquide pour la tige au repos).

On prendra commodément une tige de laiton de 80 centimètres de long et de 2 centimètres de diamètre, prolongée par un cylindre de fer de même diamètre et de 3 centimètres de longueur. Comme liquide on prendra une solution de fuchsine ou de méthyl violet dans l'alcool.

205. Chronoscopes.

1° — MANIPULATION.

L'appareil type sert dans les cours à vérifier la loi de la chute des corps et les lois fondamentales de la Dynamique.

Une lourde bande de glace enfumée P tombe en chute quasi libre devant un diapason ou une lame entretenus électriquement et dont le style décrit un fragment d'horizontale.

La glace est reçue sur des tampons de caoutchouc.

On fait deux expériences successivement avec le diapason arrêté (son style trace une droite) et le diapason en marche (le style trace une

courbe sinueuse). L'expérience consiste à déterminer la distance $\delta = h_2 - h_1$ des intersections de la courbe sinueuse avec la droite, en fonction du parcours moyen $h = (h_1 + h_2) : 2$.

Les frottements étant supposés nuls et T représentant la demi-période du diapason, on a :

$$h_1 = \frac{g}{2} t^2, \quad h_2 = \frac{g}{2} (t + T)^2; \quad v = \sqrt{2gh};$$

d'où sensiblement :

$$\delta = vT = \sqrt{2gh} \cdot T.$$

On complète l'expérience en installant une poulie (comme dans la machine d'Atwood) et en diminuant l'accélération due à la pesanteur par un contrepoids. Négligeons le moment d'inertie de la poulie. Soit P, p , les poids de la glace et du contrepoids. L'accélération devient :

$$\gamma = g \frac{P - p}{P + p}.$$

2° — Dans les applications chronométriques, il est impossible de négliger les frottements. Le diapason sert alors à déterminer la vitesse v en fonction du parcours h :

$$v = f(h).$$

La hauteur h est la distance d'un repère tracé sur la plaque mobile, à sa position au début de la chute.

Pour déterminer le temps que le repère met à passer de la distance h_1 à la distance h_2 , on compte le nombre entier et la fraction de périodes de la courbe ondulée dans l'intervalle (égal à $h_2 - h_1$) qui correspond au parcours considéré.

Peu importe la position de la lame vibrante, pourvu qu'on détermine une fois pour toutes sa distance à l'origine des h .

Pour fixer les idées, soit à établir la loi de la chute libre. On fait tomber une sphère métallique S très pesante qui au passage à deux hauteurs connues relie métalliquement les armatures d'un condensateur. Une étincelle éclate entre la plaque P et la pointe p , elle marque son passage sur le noir de fumée.

On mesure la distance des marques; on détermine le nombre correspondant de vibrations du diapason. On a le temps qui s'écoule depuis le contact de la sphère S avec les ressorts du conjoncteur I_1 , jusqu'au contact avec les ressorts du conjoncteur I_2 . Naturellement il faut que ces ressorts gênent le moins possible la chute de la sphère.

Un ressort r frottant contre la plaque assure le contact.

On peut le remplacer par une seconde pointe p' .

3° — Pour les applications balistiques, une série d'électros de circuits indépendants sont disposés à poste fixe le long de la plaque; leurs armatures font une marque quand leur circuit est rompu.

Le projectile passe successivement à travers des cadres parallèles équidistants. Chacun d'eux est traversé en zigzag par un fil appartenant au circuit d'un électro.

La difficulté réside dans les retards *inégaux* des armatures. Pour les éliminer, on fait une première expérience dans laquelle tous les circuits

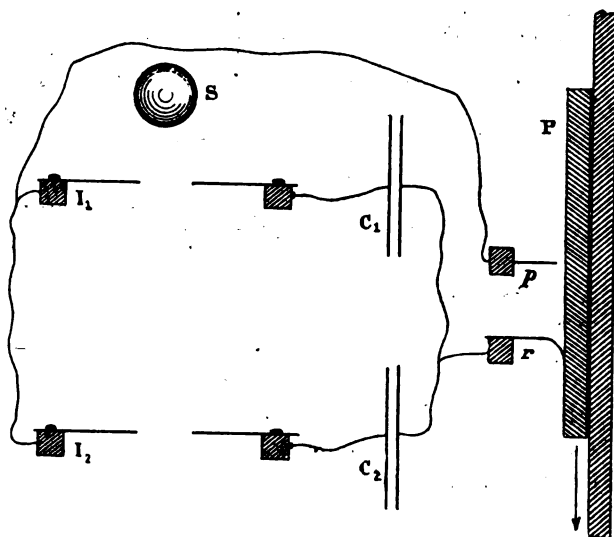


Fig. 240.

sont rompus en même temps par un disjoncteur spécial. D'où des marques par rapport auxquelles on détermine la position des marques dans l'expérience où le projectile rompt les circuits. On admet que le retard des armatures, quel qu'il soit, reste le même dans les diverses expériences. Il faut donc s'arranger de manière que les courants aient toujours les mêmes intensités et les butoirs les mêmes places.

On multiplie les cadres (on va jusqu'à 9) pour déterminer la résistance de l'air sur le projectile.

Galvanomètre ballistique.

206. Détermination de faibles durées par une mesure de quantité d'électricité.

Voici deux méthodes qui ont ceci de commun : par un procédé quelconque, on s'arrange de manière qu'au début et à la fin de l'intervalle à mesurer, un contact électrique soit coupé.

Il existe donc, à une distance quelconque de l'appareil, deux disjoncteurs I_1 et I_2 (fig. 241) reliés à l'appareil par un circuit métallique.

1° — MÉTHODE DU PONT DE WHEASTONE.

Un galvanomètre balistique G est sur la diagonale BC d'un pont de Wheatstone équilibré.

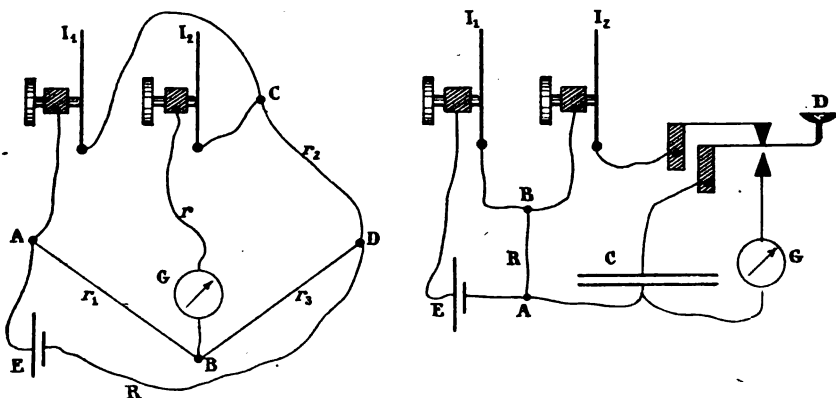


Fig. 241.

Au temps 0, on rompt la branche AC du pont en I_1 .

Soit E la force électromotrice de la pile.

Soit x la résistance équivalente à la dérivation BCD, BD. On a :

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{r + r_2} + \frac{1}{r_3}, \quad I = \frac{E}{R + r_1 + x}.$$

Au temps t on rompt la diagonale BC en I_2 .

Tout courant cesse de passer dans le galvanomètre.

Son élancement correspond à la quantité d'électricité :

$$Q = It.$$

Les résistances doivent être autant que possible dénuées de self.

Il semble d'abord plus simple, au début de l'intervalle à mesurer, de fermer un circuit contenant uniquement une pile et le galvanomètre G, puis de l'ouvrir à la fin de l'intervalle. Mais la précision des mesures exige que les opérations soient les mêmes au commencement et à la fin de l'intervalle. Le pont de Wheatstone permet précisément d'obtenir l'équivalent de la fermeture d'un circuit au moyen de la rupture d'un autre circuit.

2° — MÉTHODE DU CONDENSATEUR.

R est une *grande* résistance non inductive.

Entre les points A et B existe donc sensiblement une différence de potentiel égale à la force électromotrice E de la pile.

Elle charge le condensateur C de la quantité :

$$Q_0 = EC.$$

On mesure Q_0 en abaissant la clef D, ce qui relie les armatures du condensateur à travers le galvanomètre balistique G.

Une mesure en valeur relative suffit, les quantités d'électricité n'intervenant dans la formule définitive que par leur rapport : c'est un grand avantage de la méthode.

Soit à mesurer l'intervalle t .

Au temps 0 le conjoncteur I_1 est coupé. Le condensateur qui est alors chargé, commence à se décharger, à travers la résistance R.

Pour la charge Q qui reste au temps t , on a (voir *Magnétisme*, III, § 103) :

$$Q = Q_0 \exp. \left(-\frac{t}{CR} \right), \quad t = CR \log(Q_0 : Q).$$

Au bout du temps t , le disjoncteur I_2 isole le condensateur : la décharge cesse. On mesure la charge Q , avec la même unité que dans l'expérience préalable qui donne Q_0 . L'équation (1) fournit t , à la condition de connaître les paramètres C et R en valeurs absolues.

Fixons les idées par quelques nombres.

Avec les logarithmes vulgaires la formule devient :

$$t = 2,303. CR \log(Q_0 : Q).$$

Cherchons le temps nécessaire à ramener la charge à la moitié de sa valeur initiale :

$$Q_0 : Q = 2, \quad \log(Q_0 : Q) = 0,301, \quad t = 0,693. CR.$$

Soit :

$$R = 3\,000 \text{ ohms}, \quad C = 0,5 \text{ microfarad.}$$

$$CR = 0,0015, \quad t = 6,93 \times 1,5 \cdot 10^{-4} = 1,04 \cdot 10^{-3} \text{ seconde.}$$

Il faut environ 1 millième de seconde pour décharger le condensateur de moitié.

3° — APPAREIL DE CHUTE.

Pour vérifier la méthode, c'est-à-dire étudier la décharge des condensateurs dans les circonstances les plus variées (décharge apériodique ou décharge périodique), on a souvent employé (sous le nom d'*appareil de chute*) le dispositif que représente la figure 242. Les contacts 1 et 2 sont successivement ouverts par un poids cylindrique P qui tombe en chute libre, guidé par un fil d'acier vertical tendu qui passe dans un trou axial. Le cylindre est maintenu à la partie supérieure de sa course par un fil de fer très fin qu'un courant assez intense fond à l'instant voulu. Au bas de sa course il est reçu dans un cylindre de diamètre peu supérieur dans lequel l'air fait coussin et amortit le choc.

L'un des contacts est fixe; l'autre est porté par une vis verticale qui permet de modifier leur distance, par suite le temps qui s'écoule entre les ruptures. Ce temps est facilement calculable, connaissant la hauteur

de chute jusqu'au premier contact (de l'ordre de 2 m.), et la distance des deux contacts (variable de 0 à 10 cm., par exemple).

Entin les contacts sont disposés (comme l'indique la petite figure) de manière qu'après le passage du poids P , le ressort r maintienne la rupture.

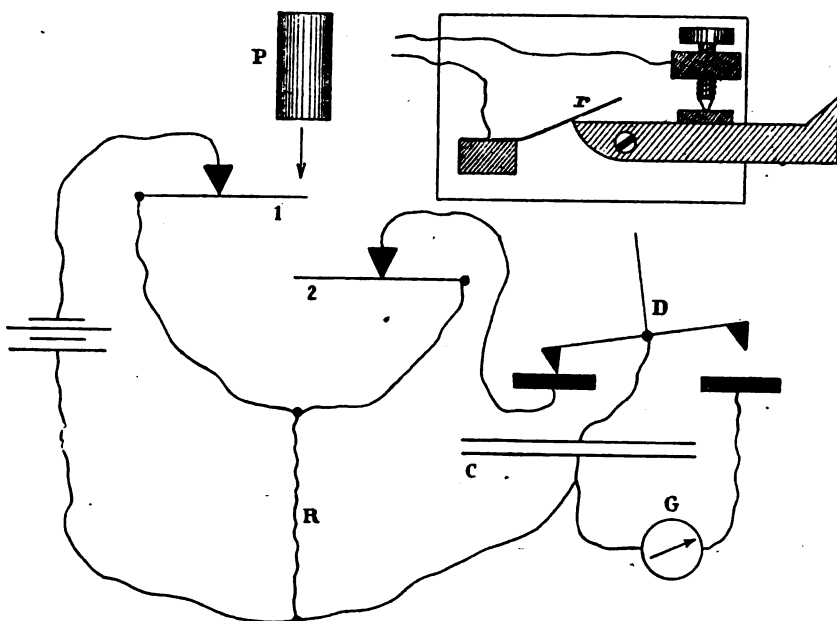


Fig. 242.

207. Application de la méthode du condensateur à la balistique.

1° — La figure 243 représente le dispositif de Radakovic supérieur au dispositif original de Sabine.

aa et bb sont des cadres vus de champ sur lesquels passe un fil métallique de manière qu'il soit nécessairement coupé par le projectile. Leur distance est l . Si l'on connaît le temps t qui s'écoule entre la rupture du fil aa et celle du fil bb , on connaît la vitesse moyenne $V = l : t$, du projectile entre les cadres.

Pour déterminer t on utilise la méthode du condensateur.

Il est chargé par la différence de potentiel $A - B$ que produit une pile aux extrémités d'une résistance R de l'ordre de quelques milliers d'ohms.

On mesure la charge Q_0 en établissant avec la clef D le contact 1 (charge), puis le contact 2 (décharge à travers le galvanomètre balistique G).

Ceci fait, on rétablit le contact 1, on tire le coup de fusil ou de canon, immédiatement après on établit le contact 2 : on mesure ainsi la

charge Q que contient le condensateur après s'être déchargé le temps t à travers la résistance R .

En effet la rupture du fil aa isole la pile : le condensateur se décharge

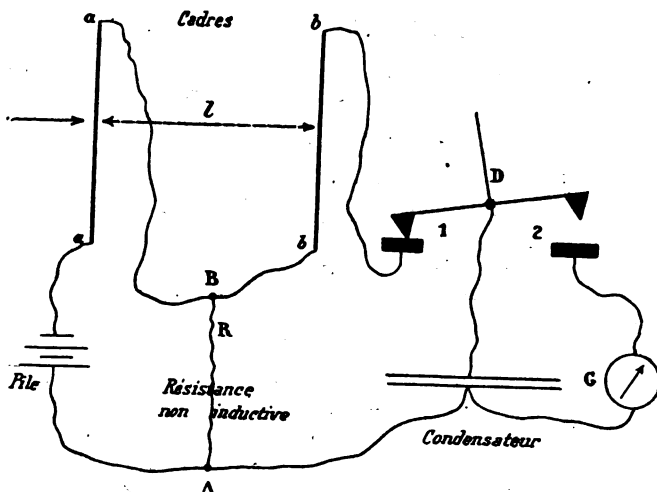


Fig. 243.

à travers la résistance jusqu'à ce que la rupture du fil bb l'isole et arrête la décharge.

On a :

$$t = RC \log(Q_0 : Q) = RC \log x.$$

2° — APPLICATION DE LA MÉTHODE.

De la formule :

$$Q = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{RC}\right), \quad \text{on tire :} \quad dt = RC \left(\frac{dQ_0}{Q_0} - \frac{dQ}{Q} \right).$$

Admettons des erreurs sur Q_0 et Q agissant dans le même sens sur l'évaluation du temps. On a :

$$dt = RC \frac{dQ_0}{Q_0} \left(1 + \frac{Q_0}{Q}\right) = RC \frac{dQ_0}{Q_0} (1 + x),$$

$$\frac{dt}{t} = \frac{1 + x}{\log x} \frac{dQ_0}{Q_0}.$$

Le facteur en x est minimum pour $x = 3,60$. Autrement dit, l'erreur sur le temps est minima quand on choisit la résistance R de manière que la charge finale soit à peu près le quart de la charge initiale.

Pour le minimum on a

$$\log x = \frac{1 + x}{x}, \quad t = RC \log x = 1,28 \cdot RC.$$

Par exemple pour :

$$C = 10^{-6} = 1 \text{ microfarad}, \quad R = 10^3 = 1\,000 \text{ ohms},$$

il vient :

$$t = 1,28 \cdot 10^{-3} \text{ seconde.}$$

Les grandeurs admises pour C et R conviennent donc quand le temps à mesurer est de l'ordre du millième de seconde (vitesse $V = 500$ mètres à la seconde, par exemple; distance des cadres $l = 50$ cm.).

3° — RÔLE DE LA SELF-INDUCTION.

Quand il existe de la self dans le circuit de décharge, l'équation de décharge, devient :

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0. \quad (1)$$

Si la self est très petite, on peut calculer le premier terme au moyen de la formule *approchée* :

$$Q = Q_0 \exp. \left(-\frac{t}{CR} \right), \quad \frac{d^2Q}{dt^2} = \frac{Q}{C^2 R^2}.$$

L'équation (1) devient :

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} \left(1 + \frac{L}{R^2 C} \right) = 0.$$

D'où l'intégrale plus approchée :

$$Q = Q_0 \exp. \left[-\frac{t}{CR} \left(1 + \frac{L}{R^2 C} \right) \right].$$

208. Mesure de la durée d'un contact.

1° — Une balle métallique tombe sur un plan métallique, frappe et rebondit. Pour déterminer la durée du contact, on installe le circuit que représente la figure 244.

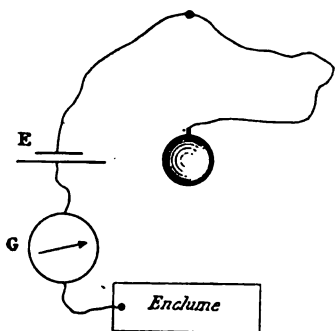


Fig. 244.

Il est fermé pendant la durée effective du contact. Aussitôt que la balle a rebondi, on place sur l'enclume un morceau de feutre pour que seul le premier contact détermine la quantité d'électricité mesurée par le balistique G.

Le courant ne s'établit pas instantanément. Sa durée d'établissement augmente avec le quotient $L : R$ de la self par la résistance. Il faut donc que la

résistance du circuit soit grande, ce qui présente l'avantage de diminuer l'influence de la variation de résistance *au contact*.

On en est quitte pour augmenter la force électromotrice E de la pile.

2° — On peut utiliser le contact à décharger partiellement un condensateur. Nous retombons sur la théorie du paragraphe 206, 2°.

209. Pendule d'Helmholtz.

1° — Il sert à produire deux ruptures de circuit ou deux fermetures à des temps dont la différence est connue et variable à volonté.

C'est un lourd pendule de fer dont l'axe tourne sur des paliers à billes. Un électro le maintient à 90° de la verticale; quand on rompt le circuit de l'électro, le pendule part. Il passe dans la verticale avec une vitesse difficile à calculer exactement, *mais qui est sûrement invariable* (comme maxima) au voisinage de la verticale.

Assimilons le pendule à un pendule simple d'un mètre de longueur. La vitesse linéaire est donnée par la formule :

$$v = \sqrt{2gh}, \quad h = 1, \quad v = 4^m,43 = 443 \text{ centimètres par seconde.}$$

Pour simplifier l'écriture, supposons-la de 400 cm.

2° — Côte à côte au voisinage de la verticalité de l'axe du pendule,

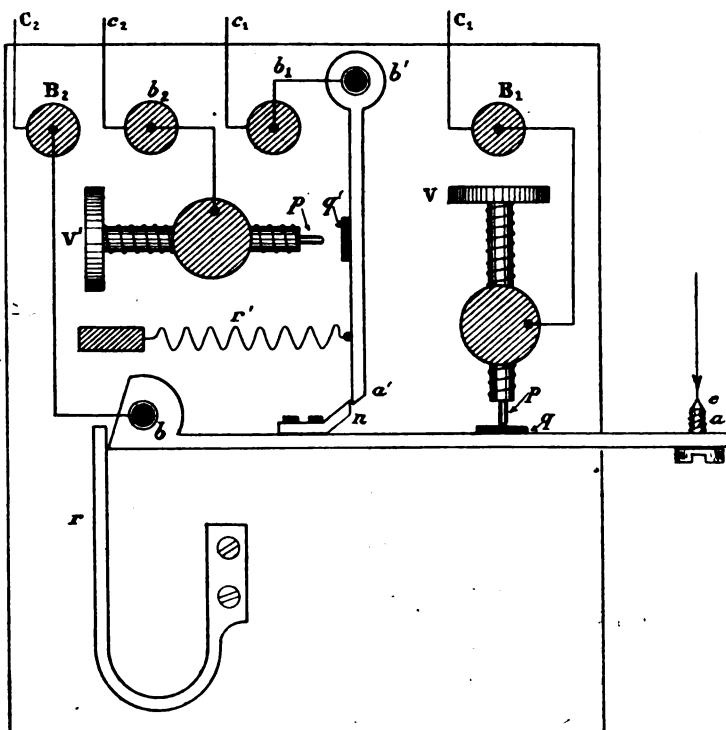


Fig. 245.

disposons deux appareils identiques à celui que représente la figure.

Le plan du tableau est horizontal; la tige ab est perpendiculaire au plan d'oscillation.

Le lecteur vérifiera qu'on peut aussi bien supposer vertical le plan du tableau.

Le pendule dans sa chute pousse la pointe e .

D'où rupture du contact pq .

Le nez n échappe, le ressort r' tire le levier $a'b'$: d'où fermeture du contact $p'q'$. L'appareil peut ne contenir qu'un seul des dispositifs.

Après une petite rotation du levier ab , le ressort r qui maintient actuellement le contact pq , agira de manière à faire tourner le levier d'un angle suffisant pour que le pendule ne le touche pas au retour.

Nous avons dit qu'il existe deux appareils semblables côte à côte. Ils sont montés sur des glissières et déplaçables au moyen de vis micrométriques, de manière que le pendule heurte successivement les leviers après un parcours, c'est-à-dire après un temps connu.

Avec la vitesse linéaire que nous supposons, un déplacement d'un centimètre correspond à 2,3 millièmes de seconde.

On commence par obtenir que les deux ruptures ou que les deux fermetures se fassent en même temps; à partir des positions ainsi déterminées, le déplacement d'un millimètre de l'un des appareils dans sa glissière sépare les ruptures ou les fermetures de 0,25 millièmes de seconde, dans notre hypothèse.

En définitive on ne demande au pendule que de fournir toujours la même vitesse linéaire au passage par la verticale, ce qui exige seulement des frottements très petits et une stabilité grande.

Les supports de l'axe sont donc d'une robustesse extrême.

3° — ÉTALONNAGE.

L'étalonnage direct consiste à déterminer la vitesse angulaire au passage par la verticale, d'où l'on déduit la vitesse linéaire à la hauteur des pointes e .

On fait porter un cliché par le pendule; on projette dessus l'image d'un point lumineux dont l'état varie périodiquement avec une fréquence connue (éclairs équidistants dans le temps). On mesure la distance des images. On a immédiatement la vitesse linéaire si l'image du point lumineux tombe sur le cliché à la hauteur des pointes e .

Il peut être plus commode d'employer l'étalonnage électrique avec l'une des méthodes décrites au paragraphe 206.

210. Manipulation.

1° — Pour une série d'intéressantes manipulations, je conseille un appareil plus facile à construire. Un tube d'acier horizontal, surchargé à ses extrémités, est monté sur un axe vertical. Deux gros ressorts de tournebroche, de torsions opposées, le transforment en un oscillateur. Pour obtenir une vitesse toujours la même, on fait tourner le tube d'un angle invariable compris entre 0 et 360°, et on l'abandonne à lui-même.

Au passage par la position d'équilibre, la vitesse est quasi uniforme.

On dispose les disjoncteurs de manière qu'ils soient atteints par un doigt quand l'oscillateur est au voisinage de cet azimut.

L'appareil fonctionne mieux que celui d'Helmholtz pour une construction grossière parce que les pressions sur l'axe sont petites quand la symétrie est à peu près réalisée. Il faut que le moment d'inertie de l'oscillateur soit grand pour que l'action sur le premier disjoncteur ne modifie pas sensiblement la vitesse.

Le lâcher du tube est obtenu avec un électro.

2° — Du chronographe Le Boulangé seule la détente est d'une construction délicate. Mais pour une manipulation rien n'empêche de remplacer le couteau par une inscription photographique.

Voici (par exemple) une manière de monter l'expérience. Plaçons les électros au même niveau, fixés sur un robuste support à coulisse : Faisons tomber librement deux *tiges identiques*, à dix centimètres l'une de l'autre pour qu'elles ne s'influencent pas.

Recouvrons-les d'un fourreau de papier photographique à développement. Là où tombent les tiges, projetons l'image (agrandie) d'une fente fine horizontale, découverte un court instant : c'est un couteau fictif.

Si les tiges sont lâchées en même temps, le trait noir sera pour les deux à la même distance de l'extrémité supérieure.

Si elles sont lâchées l'une après l'autre, la distance ne sera pas la même.

D'où la mesure de l'intervalle τ .

L'éclair sera produit par la rupture de l'un des circuits, déclenchant un écran percé d'une fente qui passe rapidement devant la fente fixe fortement éclairée. Il est facile de rendre la durée de l'éclair égale à quelques dix-millièmes de seconde.

Déplaçant l'un des disjoncteurs, on fera varier le temps τ .

D'où une première série des vérifications des formules.

On a d'autres vérifications en modifiant la vitesse de l'écran producteur de l'éclair, de manière que l'éclair corresponde à des hauteurs de chute différentes de la tige soutenue par l'électro dont le circuit contient le déclencheur.

Je laisse au lecteur le plaisir de multiplier ces manipulations qui seraient classiques si nos professeurs de Mécanique étaient autre chose que de tristes idiots, les sorbonicoles en tête.

CHAPITRE XIII

SYSTÈMES A DEUX LIBERTÉS

211. Position du problème. Vibrations principales.

Le problème de la résonance consiste à étudier le mouvement d'un système complexe *caractérisé par un certain nombre de libertés* et dont les diverses parties oscillent en réagissant les unes sur les autres.

La disposition du système est à chaque instant donnée par n *coordonnées généralisées*, en nombre égal aux libertés.

Nous désignons les coordonnées par $a, b, c, \dots$ les vitesses correspondantes par $a', b', c', \dots$, les accélérations par $a'', b'', c'', \dots$

Pour établir les équations du mouvement, nous exprimons l'énergie cinétique et le potentiel en fonction des coordonnées généralisées, et nous appliquons les équations de Lagrange.

La recherche des *vibrations principales*, c'est-à-dire des modes stables de vibration domine le sujet¹. Pour chaque mouvement principal, le système revient périodiquement dans sa configuration initiale; s'il n'y a pas d'amortissement, les vibrations de chaque partie constitutive du système sont permanentes. Un système est complètement connu, lorsqu'on a déterminé ses modes caractéristiques de vibration, qui sont généralement en même nombre que les coordonnées généralisées.

Nous admettons sans démonstration plusieurs théorèmes d'algèbre pure. Ce n'est pas qu'ils soient particulièrement difficiles; mais nous refusons de couper notre exposé par des considérations à leur place dans un Cours d'Analyse. Au reste les calculs de tous les exemples sont poussés à bout et deviennent la démonstration des propositions générales dans des cas particuliers.

Le lecteur ne lira les remarques générales qu'après les cas particuliers.

1. C'est le problème d'Optique ondulatoire qui consiste à trouver les vibrations se propageant sans déformation.

Nous écrivons tantôt A_{ij} , tantôt A_{ji} , pour la symétrie des équations; il est évident qu'on a :

$$A_{ij} = A_{ji}, \quad B_{ij} = B_{ji}.$$

On a pour solution les n vibrations complexes :

$$\begin{aligned} a &= a_1 \sin(\omega_1 t - \delta_1) + a_2 \sin(\omega_2 t - \delta_2) + a_3 \sin(\omega_3 t - \delta_3) + \dots \\ b &= b_1 \sin(\omega_1 t - \delta_1) + b_2 \sin(\omega_2 t - \delta_2) + b_3 \sin(\omega_3 t - \delta_3) + \dots \quad (2) \\ c &= c_1 \sin(\omega_1 t - \delta_1) + c_2 \sin(\omega_2 t - \delta_2) + c_3 \sin(\omega_3 t - \delta_3) + \dots \end{aligned}$$

Substituons l'une des vibrations complexes (la première par exemple) dans les équations (1); il vient comme conditions :

$$\begin{aligned} a_1(A_{11}\omega^2 - B_{11}) + b_1(A_{12}\omega^2 - B_{12}) + c_1(A_{13}\omega^2 - B_{13}) + \dots &= 0 \\ a_1(A_{21}\omega^2 - B_{21}) + b_1(A_{22}\omega^2 - B_{22}) + c_1(A_{23}\omega^2 - B_{23}) + \dots &= 0 \quad (3) \end{aligned}$$

Pour être satisfait, le système (3) exige qu'on ait :

$$\begin{vmatrix} A_{11}\omega^2 - B_{11} & A_{12}\omega^2 - B_{12} & A_{13}\omega^2 - B_{13} & \dots \\ A_{21}\omega^2 - B_{21} & A_{22}\omega^2 - B_{22} & A_{23}\omega^2 - B_{23} & \dots \\ A_{31}\omega^2 - B_{31} & A_{32}\omega^2 - B_{32} & A_{33}\omega^2 - B_{33} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0.$$

Ce déterminant égalé à 0 représente une équation du $n^{\text{ième}}$ degré en ω^2 . On démontre que toutes les racines ω^2 sont réelles.

Comme nous admettons que les oscillations se font autour d'une position d'équilibre stable, il faut de plus que toutes les racines ω^2 soient positives, de manière que les racines ω soient réelles.

Soient calculées les n racines $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$. Prenons-en une, ω_i^2 par exemple; substituons-la dans le système (3). Nous pouvons calculer les amplitudes $a_i, b_i, c_i, \dots$ en fonction de l'une d'elles prise arbitrairement. Nous opérons de même pour toutes les racines.

Les $2n$ constantes arbitraires des n équations différentielles simultanées du second ordre sont les n phases $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$, et les n amplitudes arbitraires dont nous venons de prouver l'existence.

213. Vibrations principales.

1° — Quand on connaît un système de coordonnées généralisées $a, b, c, \dots$ au nombre de n , on peut en trouver une infinité d'autres en reliant n nouvelles quantités aux premières par un système d'équations linéaires à coefficients arbitraires.

On démontre que, parmi tous ces systèmes, il en est un qui ramène la force vive à la forme :

$$2T = a'^2 + b'^2 + c'^2 + \dots,$$

simultanément le potentiel a la forme :

$$2V = 2V_0 + B_1 a^2 + B_2 b^2 + \dots;$$

ou inversement. C'est là un pur théorème d'algèbre sur les fonctions quadratiques homogènes qui n'a rien à voir avec la définition mécanique des quantités T et V .

Expliquons pour trois variables le sens du théorème.

Soient deux ellipsoïdes 1 et 2 ayant même centre. Par une première rotation des axes de coordonnées, je peux prendre pour axes les axes de l'ellipsoïde, 1; par des dilatations convenables de l'espace (changements d'échelles sur les axes), je peux donner à cet ellipsoïde l'équation d'une sphère; enfin, par une nouvelle rotation des axes, je peux les amener à coïncider avec les axes de l'ellipsoïde 2, *ce qui laisse inaltérée la forme de l'équation de l'ellipsoïde 1, qui est maintenant celle d'une sphère*. Donc trois substitutions linéaires ramènent les équations des deux ellipsoïdes à la forme :

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad Ax^2 + By^2 + Cz^2 = D.$$

Or il est clair qu'on peut obtenir le même résultat d'un seul coup, un nombre quelconque de substitutions linéaires consécutives pouvant être remplacé par une seule convenablement choisie.

D'ailleurs on voit immédiatement la possibilité du théorème général.

Pour supprimer les doubles produits des deux formes quadratiques, il faut disposer de deux fois $n(n-1) : 2$ arbitraires, soit en tout de $n^2 - n$ arbitraires. Pour égaler à l'unité les n coefficients des carrés de l'une des formes, il faut disposer de n arbitraires. D'où la nécessité de n^2 arbitraires. C'est précisément le nombre des coefficients d'un système de n équations linéaires reliant deux groupes de n quantités.

2° — Supposons la transformation effectuée; les équations de Lagrange deviennent :

$$a'' + B_1 a = 0,$$

$$b'' + B_2 b = 0,$$

.

Le mouvement le plus général est alors :

$$a = a_0 \sin(\sqrt{B_1} t - \delta_1),$$

$$b = b_0 \sin(\sqrt{B_2} t - \delta_2),$$

.

Les $2n$ constantes d'intégration sont $a_0, b_0, \dots; \delta_1, \delta_2, \dots$

Les vibrations ainsi déterminées sont dites principales.

Elles sont absolument indépendantes; nous pouvons choisir arbitrairement leurs amplitudes et leurs phases.

Elles se superposent sans se troubler.

Il ne faut pas s'imaginer qu'elles correspondent respectivement au mouvement de quelque partie distincte du système : chaque vibration principale est généralement constituée par un mouvement d'ensemble de toutes les parties. Les amplitudes de leurs déplacements sont entre elles dans des rapports complètement déterminés : l'amplitude de la

vibration de l'une des parties détermine l'amplitude des vibrations de toutes les autres. Les phases des vibrations qui constituent chaque vibration principale, sont les mêmes.

3° — CONSTITUTION DU SYSTÈME VIBRANT.

En définitive les diverses parties du système oscillant sont analogues à des pendules circulaires ou de torsion; ils sont reliés par des fils élastiques ou des fils tendus par des poids, ou encore leurs axes reposent sur d'autres pièces oscillantes..... De là résultent, sur chaque partie du système, des forces ou couples qui sont synchrones des vibrations des autres parties oscillantes (décalages 0 ou π).

Par hypothèse nous supposons les frottements nuls; d'où la conséquence que, pour la permanence du phénomène, nous ne devons fournir d'énergie à aucune pièce du système; par suite les forces qui agissent sur une pièce, ne doivent être décalées que de 0 ou π par rapport à la vibration de cette pièce; d'où la conséquence fondamentale que pour chaque vibration principale, toutes les pièces ont les unes par rapport aux autres des décalages 0 ou π , décalages qu'on peut toujours supposer nuls par un choix convenable du sens positif des variables qui fixent les mouvements. C'est le résultat trouvé ci-dessus.

Dans ces conditions les forces qui s'exercent sur une pièce oscillante et qui proviennent des oscillations des autres pièces, ne peuvent que changer la période de la pièce considérée; ce qui est nécessaire pour que le mouvement général qui correspond à un mode principal de vibration, soit périodique (période unique).

Dans tous nos exemples, nous serons donc conduits à spécifier comment les forces qui proviennent des oscillations simultanées, imposent la même période à toutes les parties du système, allongeant la période des unes, raccourcissant la période des autres.

Au fond c'est là tout le problème mécanique.

Le lecteur reverra les §§ 182 et suivants du tome I. Il s'attachera à bien comprendre le rôle du décalage ϵ ; quand $\sin \epsilon = 0$, l'énergie transmise au corps oscillant est nulle. Il reliera le § 67 du tome I où l'entraînement du support est étudié.

4° — REMARQUE.

Pour fondamentale que soit la considération des vibrations principales, il est bon de remarquer que leur détermination donne lieu aux calculs mêmes du paragraphe 212. Réciproquement, quand on a résolu le déterminant de Lagrange et trouvé le système (2) du paragraphe 212, on peut déterminer immédiatement les vibrations principales.

Écrivons le système (2) sous la forme :

$$\begin{aligned} a &= a_1\Theta + a_2\Phi + a_3\Psi + \dots \\ b &= b_1\Theta + b_2\Phi + b_3\Psi + \dots \\ c &= c_1\Theta + c_2\Phi + c_3\Psi + \dots \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

Réolvons par rapport à $\Theta, \Phi, \Psi, \dots$; ces nouvelles variables s'expriment linéairement en fonction de $a, b, c, \dots$; ce sont les variables principales.

214. Cas où le déterminant de Lagrange égalé à zéro a des racines égales.

Quand le déterminant de Lagrange égalé à zéro a deux racines égales ω_1 et ω_3 , il se présente deux cas.

Ou bien la solution est de la forme :

$$\begin{aligned} a &= (a_1 + a_2 t) \sin(\omega_1 t - \delta_1) + a_3 \sin(\omega_3 t - \delta_3) + \dots, \\ b &= (b_1 + b_2 t) \sin(\omega_1 t - \delta_1) + b_3 \sin(\omega_3 t - \delta_3) + \dots, \\ c &= \dots \end{aligned}$$

ou bien il y a indétermination pour les coefficients $a_1, b_1, c_1, \dots$. Au lieu que tous les coefficients de même indice soient déterminés quand nous prenons arbitrairement l'un d'entre eux, nous pouvons arbitrairement en choisir deux s'il y a deux racines égales, trois s'il y a trois racines égales.

Il résulte de la nature même du problème que la seconde hypothèse est seule admissible. Toute difficulté disparaît du reste si on considère les vibrations principales. Un certain nombre d'entre elles ont même période : peu importe, puisqu'elles sont parfaitement indépendantes.

Mais dans le cas des racines égales, l'indétermination fait qu'on peut trouver une infinité de systèmes de vibrations principales.

Par exemple, si a et b sont deux variables principales de même période,

$$m = a \cos \alpha + b \sin \alpha, \quad n = a \sin \alpha - b \cos \alpha,$$

sont aussi des variables principales, puisqu'on a identiquement :

$$m^2 + n^2 = a^2 + b^2.$$

Les fonctions T et V conservent la même forme simple pour les variables m, n .

Par exemple, pour le pendule conique ordinaire et des vibrations petites, tout système de plans rectangulaires verticaux passant par le point de suspension détermine un système de vibrations principales.

215. Variation du nombre des libertés.

Quand en établissant de nouvelles liaisons, on enlève au système oscillant une ou plusieurs libertés, les nouvelles périodes sont comprises entre les anciennes.

Soit :

$$\begin{aligned} 2T &= a'^2 + b'^2 + c'^2 + \dots + m'^2 + n'^2, \\ 2V &= 2V_0 + \omega_1^2 a^2 + \omega_2^2 b^2 + \omega_3^2 c^2 + \dots + \omega_m^2 m^2 + \omega_n^2 n^2, \end{aligned}$$

la force vive et le potentiel exprimés au moyen des n variables principales. Établissons une relation :

$$f(a, b, c, \dots) = 0, \quad (1)$$

entre les variables, ce qui supprime une liberté.

Puisqu'il s'agit de petites oscillations, nous pouvons développer (1) en série et nous limiter à la condition :

$$\alpha\alpha + \beta\beta + \gamma\gamma + \dots + m\mu + n\nu = 0,$$

où $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ sont des constantes. Il vient :

$$2T = a'^2 + b'^2 + \dots + m'^2 + \frac{1}{v^2}(\alpha a' + \beta b' + \dots + \mu m')^2,$$

$$2V = 2V_0 + \omega_1^2 a^2 + \omega_2^2 b^2 + \dots + \omega_n^2 m^2 + \frac{\omega_n^2}{v^2}(\alpha a + \beta b + \dots + \mu m)^2.$$

La variable n a disparu.

Écrivons les nouvelles équations de Lagrange :

$$a'' + \omega_1^2 a + \frac{\alpha}{v^2}(\alpha a'' + \beta b'' + \dots + \mu m'') + \frac{\alpha\omega_n^2}{v^2}(\alpha a + \beta b + \dots + \mu m) = 0.$$

Or :

$$\begin{aligned} \alpha a'' + \beta b'' + \dots + \mu m'' &= -v n'', \\ \alpha a + \beta b + \dots + \mu m &= -v n. \end{aligned}$$

D'où :

$$a'' + \omega_1^2 a - \alpha \left(\frac{n''}{v} + \omega_n^2 \frac{n}{v} \right) = 0,$$

$$b'' + \omega_2^2 b - \beta \left(\frac{n''}{v} + \omega_n^2 \frac{n}{v} \right) = 0,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$n'' + \omega_n^2 n - v \left(\frac{n''}{v} + \omega_n^2 \frac{n}{v} \right) = 0.$$

La dernière de ces équations est une identité.

On peut encore écrire :

$$a'' + \omega_1^2 a - \alpha q = 0,$$

$$b'' + \omega_2^2 b - \beta q = 0.$$

$$\dots \dots \dots$$

Substituons dans ce système la solution :

$$\alpha = A \sin \omega t, \quad b = B \sin \omega t, \quad n = N \sin \omega t; \quad q = Q \sin \omega t.$$

Il vient comme conditions :

$$\alpha A + \beta B + \dots + v N = 0,$$

$$A(\omega_1^2 - \omega^2) - \alpha Q = 0,$$

$$B(\omega_2^2 - \omega^2) - \beta Q = 0,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$N(\omega_n^2 - \omega^2) - v Q = 0.$$

D'où, par substitution dans la première condition :

$$\frac{\alpha^2}{\omega_1^2 - \omega^2} + \frac{\beta^2}{\omega_2^2 - \omega^2} + \dots + \frac{\nu^2}{\omega_n^2 - \omega^2} = 0.$$

Cette équation en ω^2 admet $n - 1$ racines, qui sont évidemment comprises entre les n quantités $\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2$. Représentons la valeur du

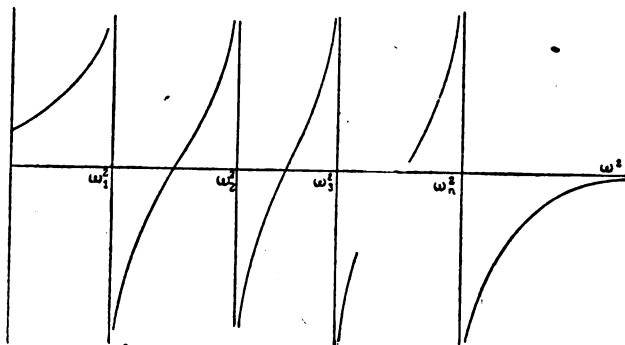


Fig. 246.

premier membre en fonction de ω^2 ; supposons les quantités $\omega_1, \omega_2, \dots$ rangées par ordre de grandeurs croissantes.

On obtient la courbe ci-contre (fig. 246).

Il résulte de là que l'établissement d'une liaison ramène de n à $n - 1$ le nombre des variables principales : les $n - 1$ périodes du nouveau système sont comprises entre les n périodes de l'ancien.

216. Remarque sur les systèmes non conservatifs.

Nous supposons dans les paragraphes précédents que les forces dérivent d'un potentiel; d'où résulte la condition :

$$B_{ij} = B_{ji}.$$

Considérons brièvement le cas général. Les équations de Lagrange (1) du paragraphe 212 conservent la même forme pour les petits mouvements, mais la condition précédente n'est plus satisfaite.

On démontre qu'il est possible de les simplifier; elles deviennent :

$$\begin{aligned} a'' + B_{11}a + B_{12}b + B_{13}c + \dots &= 0, \\ b'' + B_{21}a + B_{22}b + B_{23}c + \dots &= 0, \\ \dots \dots \dots &= 0, \end{aligned}$$

avec les conditions : $B_{ij} + B_{ji} = 0$.

Dans le cas des forces conservatrices d'énergie, non seulement la somme est nulle, mais il en est de même pour chacun des termes.

Multiplions la première équation par da , la seconde par $db, \dots$; additionnons et intégrons; il vient :

$$\sum \Delta a'^2 + \sum \Delta B_{11}a^2 + \sum 2 \int B_{12}(b.da - a.db) = 0.$$

Le signe Δ représente la variation de la quantité sur laquelle il opère, entre les limites d'intégration.

La troisième somme n'est pas une différentielle exacte. La variation de l'énergie du système ne dépend pas seulement de la variation de configuration quand on passe d'un état 1 à un autre état 2; elle dépend des états intermédiaires.

Aux paragraphes 17 et suivants du tome I, nous avons étudié longuement le cas particulier de deux variables, c'est-à-dire les équations différentielles simultanées :

$$\begin{aligned} a'' + B_1 a + B b &= 0, \\ b'' + B_2 b - B a &= 0. \end{aligned}$$

Systèmes à deux libertés.

Les expériences que je vais décrire sont parmi les plus simples. Comme elles ont toujours excité la curiosité, les mémoires sont légion et se répètent avec candeur. Les équations se posent immédiatement; leurs solutions peuvent être poussées à bout : question de patience et de soin.

Le lecteur construira sans peine le premier dispositif où le mécanisme des réactions apparaît clairement.

Les expériences « historiques » que j'expose ensuite, ne sont *naturellement* pas les plus simples. Je trouve plus utile de traiter certains exemples *numériques* que de démontrer des théorèmes généraux curieux assurément, mais dont on ne connaît aucune application expérimentale. Chacun son métier : laissons les choses inutiles aux mathématiciens. Au reste ces messieurs seraient généralement incapables de faire correctement les discussions suivantes qui ne sont pas autrement faciles, *quand il s'agit de voir exactement ce qui se passe*. Avec trois variables, les expériences sont à la limite de ce qu'on peut débrouiller : avec n variables, c'est du noir sur du papier et du vague dans le cerveau.

Les mathématiciens diront que je répète dix fois la même chose. C'est vrai, *mais à propos d'appareils différents*. Or pour le physicien il s'agit d'apprendre à analyser les appareils, précisément à retrouver les mêmes phénomènes sous des formes les plus diverses.

217. Liaison de deux pendules par un ressort dans leur plan d'oscillation.

1° — A une poutre PP aussi rigide que possible (fig. 247) sont attachés les fils de suspension F de deux pendules constitués par les masses de plomb M pesant, par exemple, 5 kilogrammes. On fait en sorte que les masses soient quasiment identiques; les phénomènes n'exigent pas que cette condition soit satisfaite, mais les équations sont alors

plus simples. Les fils ont, par exemple, de 3 à 4 mètres de long, ce qui permet l'installation de l'appareil dans un laboratoire ordinaire.

On commence par régler les longueurs de manière que les durées

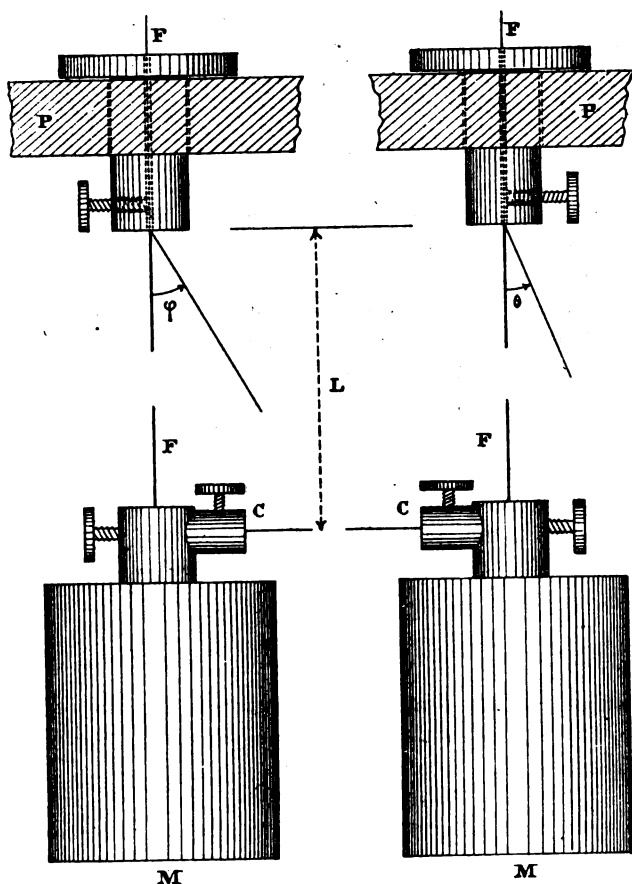


Fig. 247.

d'oscillations soient égales, ce qu'on vérifie en faisant osciller les pendules normalement au tableau.

Quand on ne dispose pas d'une poutre rigide, on scelle dans le mur deux consoles, ce qui est d'ailleurs préférable.

Comme fil on choisit du fil d'acier pour cordes de piano dont le diamètre est inférieur au millimètre.

Ceci posé, faisons osciller les pendules dans le tableau après les avoir reliés par un caoutchouc mince CC ou par un ressort à boudin en fil très fin. La longueur du caoutchouc ou du ressort est telle qu'ils restent toujours tendus.

Étudions les oscillations du système ainsi constitué, en négligeant la masse du caoutchouc ou du ressort.

2° — Avant que le caoutchouc ne soit en place, les fils de suspension sont verticaux. Quand le caoutchouc est en place, les positions d'équilibre des pendules sont changées de l'angle $\Theta = -\Phi$.

Fixons les inclinaisons des fils par les angles θ et φ *comptés à partir des nouvelles directions d'équilibre, dans le même sens*.

L'allongement du caoutchouc à partir de l'état non tendu est :

$$L_0 + L(\theta - \varphi).$$

Nous admettrons que sa tension est égale à l'allongement multiplié par une constante E qu'on appelle *module d'Young*.

Ce module est immédiatement déterminé par l'équation suivante qui exprime, par rapport à un axe normal au tableau passant par l'extrémité supérieure d'un fil, l'égalité des moments de la pesanteur agissant sur un des pendules et de la tension du caoutchouc :

$$mgl\Phi = EL L_0.$$

Pendant le mouvement nous n'avons plus à tenir compte de l'allongement L_0 . En définitive le caoutchouc exerce sur les pendules des forces égales et opposées, proportionnelles à $\theta - \varphi$.

Les équations du mouvement pour de petites amplitudes sont donc :

$$\begin{aligned} m(l^2 + r^2)\theta'' + mgl\theta - EL^2(\varphi - \theta) &= 0, \\ m(l^2 + r^2)\varphi'' + mgl\varphi - EL^2(\theta - \varphi) &= 0. \end{aligned}$$

l est la distance du centre d'inertie des pendules au point de suspension correspondant; r est le rayon de gyration autour d'un axe normal au tableau et passant par le centre d'inertie.

Enfin le module E est, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnel à la section droite du caoutchouc et en raison inverse de sa longueur.

Posons :

$$\frac{gl}{l^2 + r^2} + \frac{EL^2}{m(l^2 + r^2)} = A, \quad \frac{EL^2}{m(l^2 + r^2)} = B.$$

Les équations prennent la forme :

$$\theta'' + B\theta - A\varphi = 0, \quad \varphi'' + B\varphi - A\theta = 0. \quad (1)$$

Le caoutchouc étant par hypothèse long et de très petit diamètre, la constante A est petite devant la constante B .

Il ne reste qu'à discuter les équations (1).

3° — VIBRATIONS PRINCIPALES.

Posons :

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t, \quad \varphi = \varphi_0 \sin \omega t.$$

Substituons dans (1) :

$$-\omega^2 + B - A\rho = 0, \quad \rho(-\omega^2 + B) - A = 0$$

Réolvons par rapport à ω^2 et ρ .

Il vient la première condition : $\rho^2 = 1$.

D'où :

$$\begin{aligned} \rho_1 &= 1, & \omega_1^2 &= B - A. \\ \rho_2 &= -1, & \omega_2^2 &= B + A. \end{aligned}$$

Ce qui donne les périodes :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{B-A}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{1}{B+A}}.$$

Comme terme de comparaison, faisons osciller les pendules après avoir supprimé le caoutchouc.

La valeur correspondante de ω est donnée par l'équation :

$$\omega^2 = \frac{gl}{l^2 + r^2} = A - B, \quad T = T_1.$$

Ainsi nous pouvons réaliser deux cas particulièrement simples.

a) Nous abandonnons les pendules sans vitesse après les avoir écartés *dans le même sens*, du même angle ($\rho = 1$). Ils oscillent avec la même période T_1 ; leur période est la même que si le caoutchouc n'existait pas. C'est évident, puisque les écarts avec les positions d'équilibre étant toujours les mêmes, la longueur, par suite la tension du caoutchouc ne varient pas.

b) Nous abandonnons les pendules sans vitesse après les avoir écartés *en sens inverses* du même angle ($\rho = -1$). Ils oscillent avec la même période T_2 , plus courte que si le caoutchouc n'existait pas; ce qui se conçoit sans peine, la tension du caoutchouc variant de manière à ajouter son action à celle de la pesanteur.

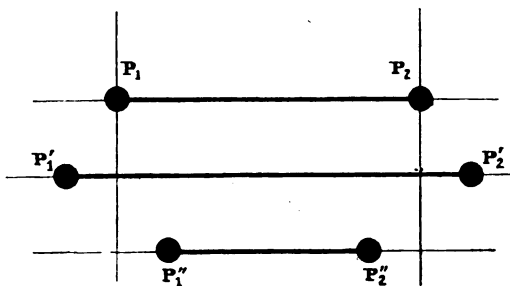


Fig. 248.

Représentons en P_1 et

P_2 les positions d'équilibre des centres d'inertie des deux pendules (fig. 248). Quand ils sont en P_1' et P_2' , le caoutchouc est allongé, sa tension est plus grande : son action s'ajoute bien à celle de la pesanteur pour ramener les pendules dans leur position d'équilibre.

Quand ils sont en P_1'' et P_2'' , le caoutchouc est plus court que pour les positions d'équilibre P_1 et P_2 ; sa tension est moindre : tout se passe

comme si l'action de la pesanteur était augmentée de la diminution de cette tension.

4° — BATTEMENTS.

D'une manière générale, les mouvements sont représentés par les équations :

$$\begin{aligned}\theta &= P \sin(\omega_1 t - \epsilon_1) + Q \sin(\omega_2 t - \epsilon_2), \\ \varphi &= P \sin(\omega_1 t - \epsilon_1) - Q \sin(\omega_2 t - \epsilon_2).\end{aligned}$$

$P, Q, \epsilon_1, \epsilon_2$, sont les constantes arbitraires d'intégration.

Comme cas particulier intéressant, admettons qu'à l'origine des temps ($t=0$), les pendules, qui sont tous deux dans leurs positions d'équilibre, ont le premier une grande vitesse, le second une vitesse quasi nulle. Il suffit de poser :

$$P = Q, \quad \theta = \sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t, \quad \varphi = \sin \omega_1 t - \sin \omega_2 t,$$

en négligeant un facteur commun. Ou encore :

$$\begin{aligned}\theta &= 2 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \sin \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t, \\ \varphi &= 2 \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \cos \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t.\end{aligned}$$

Posons que les périodes sont peu différentes.

Nous avons sensiblement :

$$\begin{aligned}\theta &= 2 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \sin \omega t, \\ \varphi &= 2 \sin \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \cdot \cos \omega t.\end{aligned}$$

On vérifie aisément que le pendule d'abord au repos se met en marche peu à peu, tandis que l'autre s'arrête graduellement.

Et ainsi de suite, l'énergie passant alternativement de l'un à l'autre.

Les physiciens connaissent ces sortes de phénomènes sous le nom de *battements*. On vérifie aisément que le nombre de battements par seconde (fréquence du phénomène) est :

$$B : 2\pi \sqrt{A}.$$

5° — SUPPRESSION D'UNE LIBERTÉ.

J'arrête l'un des pendules ($\varphi=0$, ou $\theta=0$) *sans supprimer le caoutchouc*. L'autre oscille avec une fréquence $\omega : 2\pi$. On a :

$$\omega^2 = B.$$

La nouvelle fréquence est comprise entre les fréquences $2\pi : \omega$, et $2\pi : \omega_1$, ainsi que l'exige le paragraphe 215.

218. Pendules inégaux.

1° — Passons au cas des pendules inégaux (fig. 249).

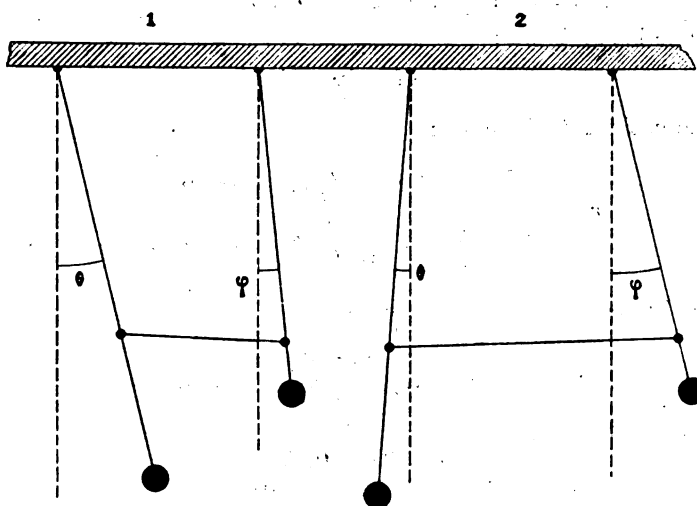


Fig. 249.

Les équations du mouvement deviennent :

$$\theta'' + B\theta - A\varphi = 0, \quad \varphi'' + b\varphi - a\theta = 0.$$

Substituons la solution :

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 \sin \omega t, & \varphi &= \rho \theta_0 \sin \omega t; \\ -\omega^2 + B - A\rho &= 0, & \rho(-\omega^2 + b) - a &= 0. \end{aligned}$$

 Résolvons par rapport à ω et ρ .

$$\begin{aligned} A\rho^2 + \rho(b - B) - a &= 0; & (4) \\ (\omega^2 - B)(\omega^2 - b) - Aa &= 0, & \omega^4 - (B + b)\omega^2 + Bb - Aa &= 0; \\ \rho &= \frac{1}{2A}[(B - b) \pm \sqrt{(B - b)^2 + 4aA}], \\ \omega^2 &= \frac{1}{2}[(B + b) \mp \sqrt{(B - b)^2 + 4aA}]. \end{aligned}$$

L'intégrale générale est de la forme :

$$\begin{aligned} \theta &= P \sin(\omega_1 t - p) + Q \sin(\omega_2 t - q), \\ \varphi &= \rho_1 P \sin(\omega_1 t - p) + \rho_2 Q \sin(\omega_2 t - q). \end{aligned}$$

 Les constantes arbitraires d'intégration sont P, Q, p, q .

2° — APPLICATION NUMÉRIQUE.

 J'assimile les pendules supposés de même masse à des pendules simples dont je prends les longueurs : pour le pendule θ , 105 cm.; pour

le pendule φ , 100 cm. Je pose $g = 1000$ pour simplifier l'écriture. Enfin j'admets que si l'on écarte φ de 11° sur la droite, le caoutchouc est tel que la position d'équilibre de θ est écartée d'un degré dans ce sens; ce qui donne la condition :

$$mgl = 10 \cdot EL^2.$$

Les équations deviennent :

$$\begin{aligned} \theta'' + \frac{g}{l}\theta - \frac{g}{10l}(\varphi - \theta) &= 0, \\ \varphi'' + \frac{g}{l}\varphi - \frac{g}{10} \frac{l}{l^2}(\theta - \varphi) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Substituons les nombres admis, on a :

$$\begin{aligned} \theta'' + 9,5240 - 0,952(\varphi - \theta) &= 0, \\ \varphi'' + 10\varphi - 1,05(\theta - \varphi) &= 0. \end{aligned}$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} \theta'' + 10,4760 - 0,952\varphi &= 0, \\ \varphi'' + 11,050\varphi - 1,050\theta &= 0. \end{aligned}$$

Les équations sont bien de la forme que nous avons dite.

Substituons la solution :

$$\begin{aligned} \theta &= \sin \omega t, & \varphi &= \rho \sin \omega t; \\ -\omega^2 + 10,476 - 0,952 \cdot \rho &= 0, \\ -\omega^2 \rho + 11,050 \cdot \rho - 1,050 &= 0. \end{aligned}$$

On trouve pour racines :

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= 9,723 & \omega_2^2 &= 11,803 \\ T_1 &= 2^s,015 & T_2 &= 1^s,829 \\ \rho_1 &= +0,791 & \rho_2 &= -1,394. \end{aligned}$$

Les périodes naturelles des pendules sont :

$$T_1 = 2^s,036 \quad T_2 = 1^s,987.$$

T_1 est bien compris entre T_1 et T_2 .

Dans la vibration 1, la période du pendule court doit être allongée; celle du long pendule doit être raccourcie. D'où la nécessité que le troisième terme soit positif dans la première équation (1), négatif dans la seconde, puisque positif il agit comme un accroissement de la pesanteur. D'où la condition $\theta > \varphi$.

Dans la vibration 2, la période doit être raccourcie pour les deux pendules, ce qui exige que θ et φ soient de signes contraires. Le raccourcissement de la période devant être plus grand pour le pendule long, il faut que l'action du caoutchouc soit relativement plus grande, d'où la condition que l'amplitude du long pendule soit moindre.

3° — Supposons $(B - b)^2$ grand devant $4aA$: les pendules ont des longueurs très différentes. Cherchons les vibrations principales.

L'une des racines de l'équation (1) est certainement très petite.

Sa valeur approximative est donc :

$$\rho_1 = \frac{a}{b - B}$$

La valeur correspondante de ω^2 est : $\omega_1^2 = B$.

Mais on a :

$$\rho_1 \rho_2 = -\frac{a}{A}; \quad \text{d'où :} \quad \rho_2 = \frac{B - b}{A}.$$

La valeur correspondante de ω^2 est : $\omega_2^2 = b$.

L'intégrale générale est par suite :

$$\theta = P \sin(\sqrt{B} t - p) + Q \frac{A}{B - b} \sin(\sqrt{b} t - q),$$

$$\varphi = P \frac{a}{b - B} \sin(\sqrt{B} t - p) + Q \sin(\sqrt{b} t - q).$$

Ainsi les vibrations induites sont petites; elles sont en raison inverse de la différence $B - b$. Rappelons que les périodes des pendules oscillant isolément (le caoutchouc étant maintenu) sont :

$$2\pi \sqrt{1 : B}, \quad 2\pi \sqrt{1 : b}.$$

219. Manières sensiblement équivalentes d'associer les pendules.

1° — PENDULES OSCILLANT DANS LE MÊME PLAN.

Au lieu d'employer un ressort, on peut suspendre une masse p à deux fils ac et bc (fig. 250). On réalise ainsi, moins exactement il est vrai, la force variant proportionnellement à la distance des pendules, c'est-à-dire proportionnellement à $\theta - \varphi$.

Soit D la distance des pendules, d la longueur des fils ac ou bc .

Calculons la composante horizontale de l'action du poids.

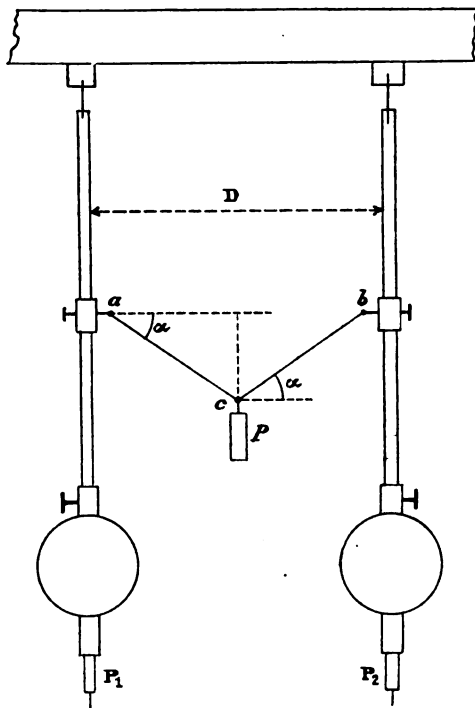


Fig. 250.

La tension des fils est :

$$\mathfrak{C} = p : 2 \sin \alpha.$$

La projection horizontale de cette tension est :

$$\mathfrak{C} \cos \alpha = \frac{p}{2} \cotg \alpha = \frac{p}{2} \frac{D}{\sqrt{4d^2 - D^2}}.$$

Il faut donc prendre des fils ac, bc , très longs (d grand par rapport à

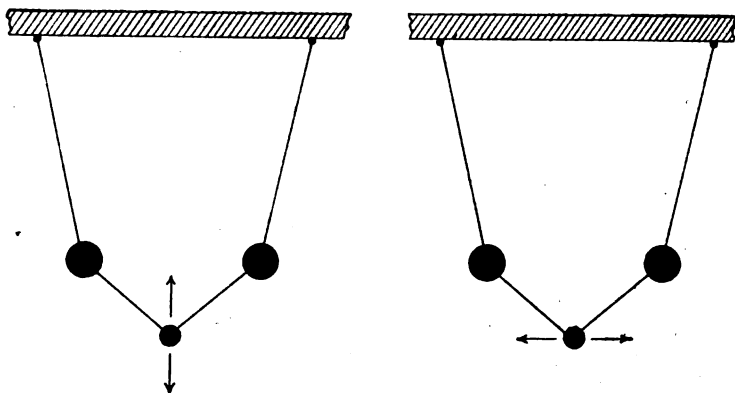


Fig. 251.

D) pour que la composante horizontale de l'action du poids soit proportionnelle à D .

La figure 251 représente une autre forme de la même expérience.

2° — PENDULES OSCILLANT DANS DES PLANS PARALLÈLES.

Les pendules sont montés sur des axes dans le prolongement l'un de l'autre.

Ils oscillent donc dans des plans parallèles.

L'accouplement se fait par un caoutchouc, par un ressort à boudin ab tendus, ou par un poids.

Appelons x et y les déplacements des points a et b des pendules, déplacements comptés positivement quand les pendules viennent en avant du tableau. Le carré de la distance des points a et b après le déplacement est :

$$D^2 + (x - y)^2.$$

La tension $\mathfrak{C}$ du caoutchouc est donc sensiblement constante, rigoureusement constante au degré d'approximation de nos calculs. *Mais au lieu d'être normale au plan d'oscillation; elle fait avec lui l'angle :*

$$\alpha = (y - x) : D.$$

La composante normale aux pendules et située dans les plans d'oscillation est :

$$\alpha \mathfrak{C} = \alpha (y - x) : D.$$

Nous sommes donc ramenés aux équations du paragraphe précédent.

Même théorie avec le second dispositif utilisant un petit poids p .

Toutes choses égales d'ailleurs, l'accouplement est beaucoup plus lâche pour les pendules oscillant dans des plans parallèles, que pour des pendules oscillant dans le même plan.

220. — Pendules aimantés.

1° — Deux barreaux d'acier aimantés, identiques pour simplifier, de masses m , sont suspendus par des fils égaux et oscillent dans le même plan vertical (fig. 232). Leurs positions sont définies par les angles φ et θ .

Les variables principales sont par raison de symétrie :

$$\psi = \theta - \varphi, \quad \chi = \theta + \varphi.$$

Poser $\psi = 0$, c'est dire que les pendules font des oscillations de même phase; elles sont par hypothèse de même période.

Ils restent à une distance invariable l'un de l'autre : les forces dues aux aimants ne travaillent pas.

La période est celle d'un pendule de même longueur l ; on a :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Poser $\chi = 0$, c'est dire que les pendules font des oscillations symétriques, par rapport à la verticale Oz . C'est alors que les forces dues aux aimants travaillent le plus. Contrairement à ce qui arrive pour l'expérience avec le caoutchouc, l'action réciproque des mobiles décroît quand leur distance croît. D'où résulte que si les pôles voisins sont de noms contraires (attraction comme dans le cas du caoutchouc), la période est allongée; elle est raccourcie, quand les pôles en regard sont de même nom. Dans le premier cas, l'action des aimants s'oppose à celle de la pesanteur; dans le second, elle s'y ajoute.

2° — Prenons les barreaux assez longs pour que leurs actions se réduisent à l'attraction ou à la répulsion des extrémités en regard, que nous réduisons à des points aimantés.

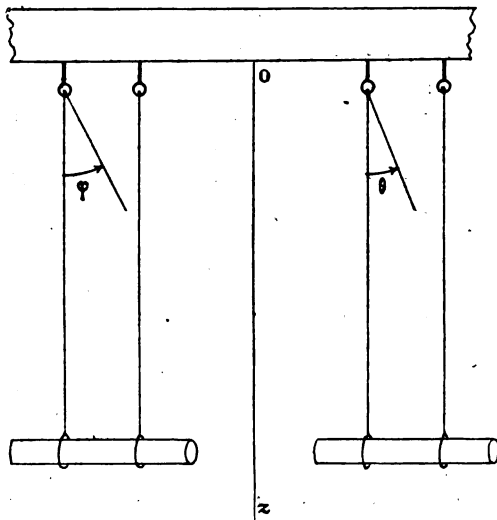


Fig. 232.

On a :

$$2T = m l^2 (\dot{\theta}^2 + \dot{\omega}^2),$$

$$2V = mgl(\theta^2 + \varphi^2) + \frac{a}{b + l(\varphi - \theta)};$$

a et b sont deux constantes qui dépendent : la première de l'intensité des pôles, la seconde de leur position.

Au degré d'approximation admis, on peut écrire :

$$2V = mgl(\theta^2 + \varphi^2) + \frac{a}{b} \left[1 - \frac{l}{b}(\varphi - \theta) + \frac{l^2}{b^2}(\varphi - \theta)^2 \right].$$

Négligeons le terme en $\varphi - \theta$, que nous ferions disparaître par un changement de coordonnées. Il correspond au changement des positions d'équilibre dû à l'action réciproque des aimants : les fils qui les supportent oscillent, non pas autour de la verticale, mais autour de positions inclinées symétriques par rapport à Oz.

Posons comme plus haut :

$$\psi = \theta - \varphi, \quad \chi = \theta + \varphi;$$

ψ et χ sont les variables principales. Il vient :

$$2T = \frac{m l^2}{2} (\dot{\psi}^2 + \dot{\chi}^2),$$

$$2V = mgl \frac{\psi^2 + \chi^2}{2} + \frac{a l^2}{b^3} \psi^2.$$

On trouve, pour les ω des vibrations principales :

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{l} + \frac{2a}{mb^3}} = \sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{1 + \frac{2al}{mb^3g}}.$$

La période T_2 est plus courte que T_1 s'il y a répulsion ($a > 0$), plus longue s'il y a attraction ($a < 0$).

En particulier, pour $2al = -mb^3g$, la période T_2 devient infinie.

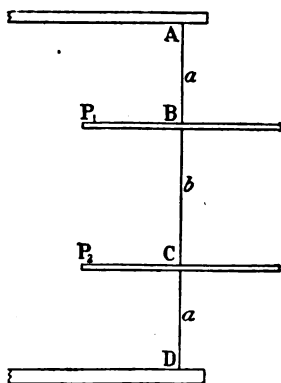


Fig. 253.

221. Double pendule de torsion.

1° — Un fil métallique est fixé en A et D.

Il porte en B et C deux barres de même moment d'inertie I. On a :

$$\overline{AB} = \overline{CD} = a; \quad \overline{BC} = b.$$

Nous donnons ces conditions pour simplifier l'écriture; les phénomènes sont les mêmes dans le cas général.

Les positions des barres P_1 et P_2 , qui oscillent dans un plan normal à

AD, sont déterminées par les angles θ et φ qu'elles font avec leurs positions d'équilibre.

Soit μ le coefficient par lequel il faut multiplier la torsion de l'unité de longueur du fil (torsion évaluée en radians), pour avoir le couple. L'énergie potentielle W du système est donnée par l'équation :

$$2W = \mu \left[\frac{\theta^2 + \varphi^2}{a} + \frac{(\theta - \varphi)^2}{b} \right].$$

En effet, le couple du fil AB pour la torsion θ est $\mu\theta : a$; le travail élémentaire de torsion à partir de l'azimut θ est $\mu\theta d\theta : a$.

Le travail à dépenser pour effectuer la torsion totale θ est :

$$\int_0^\theta \frac{\mu\theta d\theta}{a} = \frac{\mu\theta^2}{2a}.$$

Le travail à dépenser pour effectuer la torsion φ du fil CD est de même : $\mu\varphi^2 : 2a$.

Enfin la torsion du fil intermédiaire $\theta - \varphi$; d'où le troisième terme.

Le double de l'énergie cinétique est :

$$2T = I(\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2).$$

I représente le moment d'inertie des barres par rapport à l'axe AD.

Les équations de Lagrange sont :

$$I\ddot{\theta} + \mu\left(\frac{\theta}{a} + \frac{\theta - \varphi}{b}\right) = 0, \quad I\ddot{\varphi} + \mu\left(\frac{\varphi}{a} - \frac{\theta - \varphi}{b}\right) = 0.$$

Substituons la solution :

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t, \quad \varphi = \rho \theta_0 \sin \omega t.$$

On trouve aisément :

$$\omega_1^2 = \frac{\mu}{I} \frac{1}{a}, \quad \omega_2^2 = \frac{\mu}{I} \left(\frac{1}{a} + \frac{2}{b} \right),$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{1 + \frac{2a}{b}}, \quad \rho_1 = 1, \quad \rho_2 = -1.$$

Pour obtenir l'une ou l'autre des oscillations principales, il faut donc que les amplitudes initiales soient égales, de même sens ou de sens contraires.

Avec ce double pendule, on réalise des oscillations principales de périodes aussi voisines qu'on le désire. Pour rapprocher de l'unité le rapport $T_2 : T_1$, on prend le fil BC très long. Il revient au même de le prendre très fin, ce qui diminue l'encombrement : toutes choses égales d'ailleurs, le couple de torsion est en raison inverse de la longueur du fil et proportionnel à la quatrième puissance de son diamètre (tome I, § 98).

On réalise ainsi de curieux *ballements*.

2° — TRANSFERT DE L'ÉNERGIE.

L'intégrale générale est de la forme :

$$\begin{aligned} 2\theta &= \frac{\psi_0}{\omega_1} \sin(\omega_1 t - \delta_1) + \frac{\chi_0}{\omega_2} \sin(\omega_2 t - \delta_2), \\ 2\varphi &= \frac{\psi_0}{\omega_1} \sin(\omega_1 t - \delta_1) - \frac{\chi_0}{\omega_2} \sin(\omega_2 t - \delta_2). \end{aligned} \quad (4)$$

Donnons comme conditions initiales que les pendules sont dans leur position d'équilibre pour $t=0$, ($\theta=\varphi=0$); le pendule P_1 est sans vitesse ($\dot{\varphi}=0$), le pendule P_1 est lancé avec une certaine vitesse.

Les équations (4) deviennent :

$$\begin{aligned} 2\theta &= \psi_0 \left(\frac{1}{\omega_1} \sin \omega_1 t + \frac{1}{\omega_2} \sin \omega_2 t \right), \\ 2\varphi &= \psi_0 \left(\frac{1}{\omega_1} \sin \omega_1 t - \frac{1}{\omega_2} \sin \omega_2 t \right). \end{aligned}$$

Au temps 0, l'énergie est entièrement cinétique et localisée dans le pendule P_1 . Il oscille et entraîne le pendule P_2 , dont l'amplitude, d'abord nulle, croît lentement. Corrélativement l'amplitude de P_1 décroît.

Supposons le fil BC suffisamment fin et long; les périodes principales sont donc très voisines.

Au bout du temps :

$$t_0 = \pi : (\omega_1 - \omega_2),$$

tel que l'on ait :

$$\omega_2 t - \omega_1 t = \pi,$$

et aussi pour les temps voisins, puisque ω_1 diffère peu de ω_2 , on a θ extrêmement petit; P_1 est quasiment immobile; toute l'énergie a passé au pendule P_2 . Tandis qu'au début de l'opération les deux termes périodiques de θ étaient sensiblement égaux et de même signe, ceux de φ sensiblement égaux et de signes contraires, c'est maintenant ceux de θ qui se retranchent, ceux de φ qui s'ajoutent.

Au bout du temps $2t_0$, les choses reprennent leur état initial.

Et ainsi de suite.

Nous avons donc un transfert périodique de l'énergie qui passe d'une barre à l'autre. Les oscillations de chacune des barres présentent des battements.

Du point de vue analytique, chaque barre est animée de deux mouvements oscillatoires d'amplitudes constantes qui se superposent. C'est à leur superposition qu'est dû le phénomène complexe observable.

221 bis. Autre double pendule de torsion.

1° — On construit aisément un double pendule de torsion en attachant un disque de bois par trois ficelles à l'extrémité d'un fil métallique F, de manière à obtenir un plateau horizontal. Sur ce plateau on

pose une potence supportant un second pendule de torsion f . Le fléau horizontal du pendule f porte des masses qui permettent d'en changer la période propre.

Je laisse au lecteur le soin de mettre le problème en équations; il calculera la solution du problème suivant.

2° — CAS LIMITÉ : LA CONSTANCE DE TORSION DU FIL F EST NULLE.

Voici l'amusante application que je trouve dans les *Popular lectures* de L. Kelvin. « M. Archibald Smith, dit-il, déduit que le moment d'inertie du rouage et du boîtier d'un chronomètre est 650 fois celui du balancier, du fait que, supporté horizontalement par un fil très long, le chronomètre avance de 67 secondes par jour. »

Le chronomètre doit être attaché au fil F très long et très fin (constante de torsion quasi nulle) par trois fils courts se nouant par-dessous, de manière que son verre soit horizontal.

Prenons le boîtier et le rouage pour système θ , le balancier pour système φ . Les équations du mouvement (simplifiées le plus possible) sont :

$$I\theta'' + \beta(\theta - \varphi) = 0, \quad i\varphi'' + \beta(\varphi - \theta) = 0.$$

I est le moment d'inertie du boîtier et du rouage; i est celui du balancier par rapport à l'axe de rotation de celui-ci.

On a une solution en posant :

$$\theta = A i \sin \omega t, \quad \varphi = -A i \sin \omega t;$$

$$\omega^2 = \beta \frac{i+I}{iI} = \frac{\beta}{i} \left(1 + \frac{i}{I}\right).$$

Immobilisons le boîtier; on a pour le balancier :

$$\theta = 0, \quad \omega_1^2 = \beta : i.$$

Du fait qu'on libère le boîtier, la fréquence du balancier croît donc dans le rapport :

$$\frac{\omega}{\omega_1} = \sqrt{1 + \frac{i}{I}} = 1 + \frac{67}{86\,400}.$$

D'où :

$$\frac{i}{I} = \frac{134}{86\,400} = \frac{1}{645}.$$

Le lecteur répétera l'expérience avec un réveille-matin dont il surchargera le balancier pour augmenter le rapport $i : I$. Il vérifiera l'existence des oscillations du réveil par la méthode de Poggendorff.

Il mesurera le rapport $i : I$, tant par le rapport des amplitudes que par la variation de période.

3° — Reprenons le cas général.

En place du fil métallique F, L. Kelvin conseille l'emploi d'un biffaire avec lequel on peut aisément modifier la période d'oscillation (autour d'un axe vertical, parallèle à l'axe de rotation du balancier) du chronomètre ou du réveil, le balancier étant supposé lié au boîtier.

Pour augmenter la fréquence on écarte l'une de l'autre les extrémités supérieures du bifilaire.

Le lecteur vérifiera qu'on peut ainsi donner au chronomètre une avance ou un retard, il étudiera simultanément les phases relatives correspondantes du balancier et du boîtier.

Qu'arrive-t-il dans le cas intermédiaire et au voisinage de ce cas (§ 224, 4°)?

222. Double pendule horizontal.

Il nous conduira tout naturellement à l'étude du pendule double ordinaire.

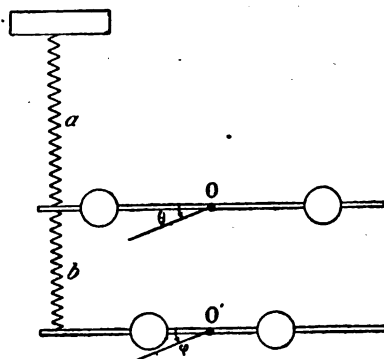


Fig. 254.

Deux barres tournent autour des axes horizontaux O et O' et portent des masses au moyen desquelles on peut faire varier leurs moments d'inertie I et I' . Des ressorts de longueur a et b les relient entre elles et à un point fixe : c'est le pendule du paragraphe 101 du tome I doublé.

Le double de la force vive du système est :

$$2T = I\dot{\theta}^2 + I'\dot{\varphi}^2.$$

Appelons X la distance des points d'attache des ressorts aux axes. Soient E et E' leurs modules. La pesanteur n'intervient pas ; l'énergie potentielle du système des ressorts est :

$$W = \frac{X^2}{2} \left[\frac{E}{a} \theta^2 + \frac{E'}{b} (\varphi - \theta)^2 \right].$$

Considérons en effet le ressort du haut. Par définition du module, quand l'unité de longueur s'allonge de θX , la force croît de $E\theta X$.

Si le ressort a une longueur a , le même allongement produit une force a fois plus petite ; le travail est donc :

$$\int_0^{\theta X} \frac{E\theta X}{a} d(\theta X) = \frac{E}{2a} \theta^2 X^2.$$

De même pour le ressort du bas, en remarquant que c'est la différence $\varphi - \theta$ qui intervient dans l'allongement.

Posons :

$$X^2 E : a = \alpha, \quad X^2 E' : b = \beta.$$

Il vient :

$$2W = \alpha \theta^2 + \beta (\varphi - \theta)^2.$$

Les équations de Lagrange sont :

$$\begin{aligned} I\ddot{\theta} + \alpha\theta - \beta(\varphi - \theta) &= 0, \\ I'\ddot{\varphi} + \beta(\varphi - \theta) &= 0; \end{aligned} \tag{1}$$

équations évidentes.

La discussion est identique à celle des paragraphes précédents.
Faisons $I = I'$, $\alpha = \beta$. Les équations deviennent :

$$\begin{aligned} -I\omega^2 + 2\alpha - \alpha\rho &= 0, \\ -I\rho\omega^2 + \alpha\rho - \alpha &= 0; \end{aligned}$$

$$I^2\omega^4 - 3\alpha I\omega^2 + \alpha^2 = 0, \quad \omega^2 = \frac{\alpha}{2I} (3 \pm \sqrt{5});$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{5,236}{0,764}} = 2,62; \quad \rho_1 = 1,618, \quad \rho_2 = -0,618 = -\frac{1}{\rho_1}.$$

Si l'on abandonne les barres sans vitesses avec les amplitudes initiales dans les rapports ρ_1 et ρ_2 , on obtient seulement une des oscillations de période T_1 ou T_2 .

Elle se maintient indéfiniment, abstraction faite de l'amortissement : c'est une des vibrations principales.

223. Double pendule vertical.

1° — Deux points pesants A et B, de masse m et m' , sont attachés par des fils inextensibles de longueurs a et b .

On demande le mouvement du système dans un plan vertical xOz .

Cherchons l'expression de la force vive et du travail élémentaire.

On a :

$$\begin{aligned} x &= a \sin \theta, & z &= a \cos \theta, \\ x_1 &= a \sin \theta + b \sin \varphi, & z_1 &= a \cos \theta + b \cos \varphi; \end{aligned}$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = a^2 \dot{\theta}^2,$$

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dt}\right)^2 = a^2 \dot{\theta}^2 + b^2 \dot{\varphi}^2 + 2ab \cdot \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos(\varphi - \theta)$$

$$2T = ma^2 \dot{\theta}^2 + m'[a^2 \dot{\theta}^2 + b^2 \dot{\varphi}^2 + 2ab \cdot \dot{\theta} \dot{\varphi} \cos(\varphi - \theta)]$$

Le potentiel a pour expression :

$$V = V_0 - mga \cos \theta - m'g(a \cos \theta + b \cos \varphi).$$

D'où les équations de Lagrange :

$$\begin{aligned} a(m + m')\ddot{\theta} + bm'\ddot{\varphi} \cos(\varphi - \theta) - bm' \sin(\varphi - \theta) \dot{\varphi}^2 \\ + (m + m')g \sin \theta &= 0, \\ a \cos(\varphi - \theta) \cdot \ddot{\theta} + b \ddot{\varphi} + a \dot{\theta}^2 \sin(\varphi - \theta) + g \sin \varphi &= 0. \end{aligned}$$

Elles sont rigoureuses.

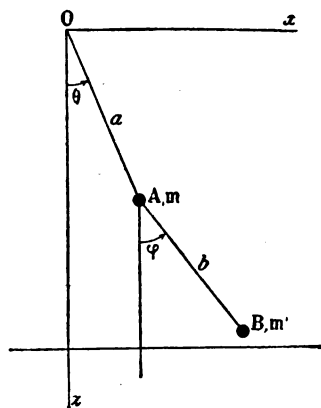


Fig. 255.

2° — Bornons-nous au cas où φ et θ sont petits.

Remplaçons les cosinus par l'unité, les sinus par les arcs.

Négligeons les termes où entrent le carré de la vitesse ou le produit de deux vitesses. Pour simplifier l'écriture posons $m' : m = \mu$.

Les équations deviennent :

$$\begin{aligned} a(1+\mu)\theta'' + b\mu\varphi'' + (1+\mu)g\theta &= 0, \\ a\theta'' + b\varphi'' + g\varphi &= 0. \end{aligned}$$

La seconde équation permet de simplifier la première :

$$\begin{aligned} a\theta'' - \mu g\varphi + (1+\mu)g\theta &= 0, \\ a\theta'' + b\varphi'' + g\varphi &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Substituons la solution :

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_0 \sin \omega t, & \varphi &= \rho \theta_0 \sin \omega t; \\ a\omega^2 - (1+\mu)g + \mu g\rho &= 0, \\ a\omega^2 + (b\omega^2 - g)\rho &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Résolvons par rapport à ω^2 et par rapport à ρ :

$$\begin{aligned} b\mu\rho^2 + \rho(a-b)(1+\mu) - \\ - a(1+\mu) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$ab\omega^4 - g\omega^2(a+b)(1+\mu) + g^2(1+\mu) = 0. \quad (3)$$

$$\omega^2 = \frac{g(1+\mu)}{2ab} \left[(a+b) \pm \sqrt{(a+b)^2 - \frac{4ab}{1+\mu}} \right].$$

Les racines de l'équation (2) étant de signes contraires, pour l'une des vibrations principales, les pendules traversent simultanément la position d'équilibre avec des vitesses de même sens ; pour l'autre les vitesses sont de sens contraires.

Des équations (2) on tire :

$$\omega^2 = \frac{g}{a} [1 + \mu(1 - \rho)], \quad \omega^2 = \frac{g}{b} (1 + \mu) \left(1 - \frac{1}{\rho}\right).$$

Puisqu'une des racines ρ est certainement négative, la fréquence correspondante est supérieure aux fréquences propres de l'un et de l'autre pendules qui sont données par les formules :

$$\omega^2 = g : a, \quad \omega^2 = g : b.$$

3° — THÉORÈME.

Prolongeons la droite BA jusqu'à son intersection avec Oz. Nous déterminons un point C. Tout se passe comme si le pendule inférieur oscillait seul autour d'un axe passant par le point C.

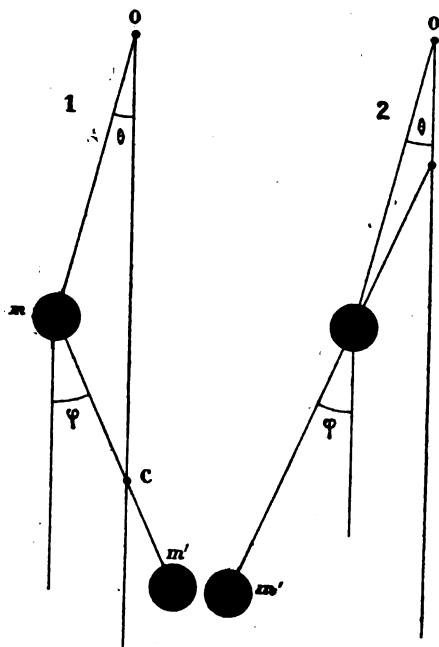


Fig. 256.

On trouve immédiatement pour longueur L de ce pendule :

$$L = \frac{a}{\rho} + b.$$

D'où :

$$\omega^2 = g : \left(\frac{a}{\rho} + b \right), \quad a\omega^2 + (b\omega^2 - g)\rho = 0;$$

c'est précisément la seconde équation (1).

4° — CAS SIMPLE.

Posons :

$$a = b, \quad \mu = 1.$$

$$\omega^2 = \frac{g}{a} (2 \pm \sqrt{2}); \quad \omega_1^2 = 3,414 \frac{g}{a}, \quad \omega_2^2 = 0,586 \frac{g}{a}.$$

Les périodes sont :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}} \times 0,541, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}} \times 1,307.$$

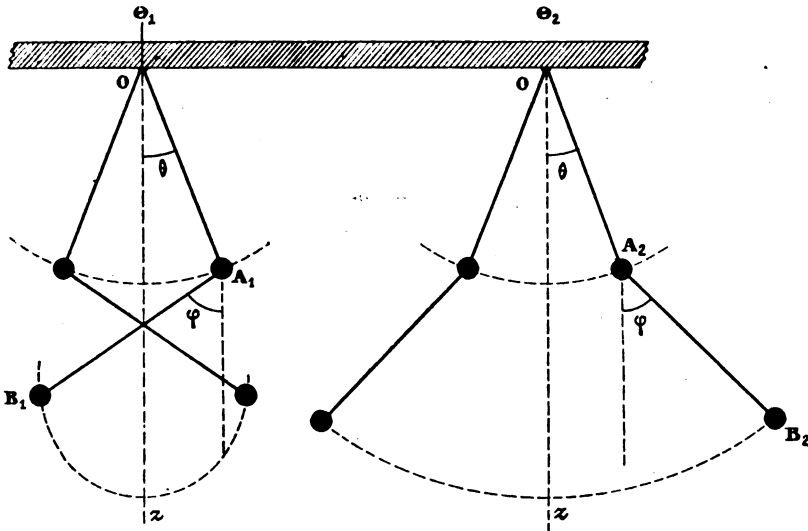


Fig. 257.

Si les deux masses formaient deux pendules distincts de longueur a et $2a$, leurs périodes seraient :

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}}, \quad T'' = 2\pi \sqrt{\frac{a}{g}} \times 1,414.$$

Supprimons un degré de liberté; nous ne le pouvons qu'en fixant le pendule A : le pendule B n'a plus qu'un degré de liberté et sa période est T' . On a :

$$T_1 < T' < T_2,$$

conformément au théorème du paragraphe 215 : la nouvelle période est comprise entre les deux anciennes.

Substituons les conditions posées dans l'équation (2) qui fournit ρ . On trouve immédiatement :

$$\rho = \mp \sqrt{2} = \mp 1,41.$$

Pour le signe —, on a la disposition initiale 1 et la période T_1 . Pour le signe +, on a la disposition initiale 2 et la période T_2 , qui est 2,41 fois plus grande que T_1 . Dans les deux cas, l'oscillation est stable; elle se répète indéfiniment. Dans la pratique, il faut tenir compte de l'amortissement.

Pour des amplitudes initiales quelconques, on obtient la superposition des deux oscillations. Le phénomène, *en réalité très simple*, est d'apparence compliquée.

Pour réaliser l'expérience on utilisera un pendule entretenu électriquement auquel on suspendra un second pendule. Il est possible d'entretenir les deux modes d'oscillation.

224. Applications et expériences.

1° — Supposons très petit le rapport

$$\mu = m' : m.$$

L'équation en ρ se réduit à :

$$\rho^2 + \rho \frac{a-b}{b\mu} - \frac{a}{b\mu} = 0.$$

Une des racines est approximativement :

$$\rho_1 = \frac{a}{a-b}.$$

Le produit des racines étant $-a : b\mu$, on a pour l'autre racine :

$$\rho_2 = \frac{b-a}{b\mu}.$$

Pour avoir les valeurs correspondantes de ω^2 , il suffit de substituer ces racines dans l'expression :

$$\omega^2 : g = \frac{1+\mu}{a} - \frac{\rho\mu}{a} = \frac{1}{a} - \frac{\rho\mu}{a}.$$

2° — PENDULE SUPÉRIEUR BEAUCOUP PLUS LONG QUE L'INFÉRIEUR.

Par hypothèse a est très grand devant b .

a) Prenons la racine ρ_2 (fig. 1) *négative* : quand le pendule m s'écarte de la verticale vers la gauche, le pendule m' va vers la droite. L'amplitude du petit pendule est très grande par rapport à celle du grand.

La fréquence (proportionnelle à ω) est approximativement donnée par la formule :

$$\omega^2 = g : b.$$

Elle est celle du petit pendule; *en réalité elle est un peu plus grande*. La synchronisation est due à ce que le pendule m' tire le pendule m vers la droite, le ramenant ainsi à sa position d'équilibre de concert avec la pesanteur. D'où l'accroissement de la fréquence. Mais réciproquement le pendule m tire sur le pendule m' : ce qui augmente la fréquence de celui-ci. Toutefois les amplitudes étant très différentes, l'effet sur le changement de fréquence de l'action de m' sur m est beaucoup plus grande que celui de m sur m' .

Pour réaliser l'expérience, on fixe une petite pendule d'appartement

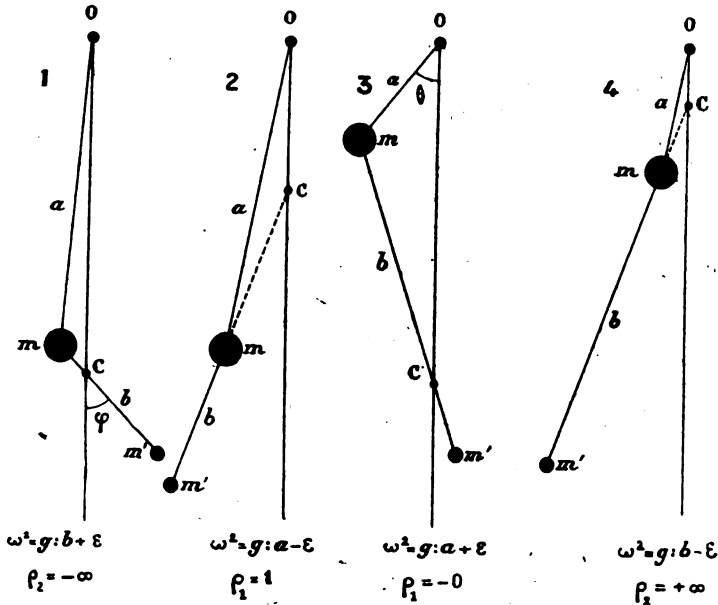


Fig. 258.

à l'extrémité d'une longue tige tournant autour d'un axe horizontal et jouant le rôle de pendule supérieur Om . La pendule maintient la tige en oscillation; *simultanément elle avance*.

On vérifiera que la tige et le pendule passent en sens inverses par leur position d'équilibre commune.

b) Prenons la racine ρ_1 ; elle est positive et voisine de l'unité; les amplitudes sont peu différentes. La fréquence est à peu près celle du grand pendule; *en réalité elle est un peu plus petite*. La figure 2 montre les positions relatives. Tout se passe comme si le petit pendule existait seul mais oscillait autour du point C voisin de O .

La figure montre que la masse m' tire sur la masse m , de manière à diminuer l'action de la pesanteur, à allonger la période. De même la masse m déplace le point de suspension du pendule m' , de manière à diminuer (et beaucoup) l'action de la pesanteur.

Pour réaliser l'expérience, au pendule Om d'une horloge on attache un pendule mm' formé d'un fil et d'une masselotte de plomb.

3° — PENDULE SUPÉRIEUR BEAUCOUP PLUS COURT QUE L'INFÉRIEUR.

Par hypothèse a est très petit devant b .

a) Prenons la racine p_1 ; elle est négative (fig. 238, 3) et très petite en valeur absolue. Les pendules passent en sens inverses par leurs positions d'équilibre. La fréquence est à peu près celle du pendule supérieur, *en réalité un peu plus grande*; cela revient à dire que $\overline{Cm'} < \overline{Om}$.

L'amplitude du pendule supérieur est considérable par rapport à celle du pendule inférieur.

Ce cas ne se réalise pas dans la pratique d'un pendule reposant sur un support qui cède, parce qu'il implique une amplitude relativement considérable du support.

b) Prenons la racine p_2 . Elle est positive et très grande.

La fréquence est à peu près celle du pendule inférieur, *en réalité un peu plus petite*: le déplacement du point de suspension de ce pendule agit comme une diminution de la pesanteur. L'amplitude du pendule supérieur est très petite par rapport à celle du pendule inférieur.

C'est le cas habituellement réalisé quand le support du pendule cède sous l'action de celui-ci. L'horloge réglée par le pendule, retarde légèrement.

4° — PARADOXE.

Stokes a signalé le curieux paradoxe suivant.

Nous venons de voir que la période de la vibration principale pour laquelle la masse m est presque immobile, est voisine de celle d'un pendule simple de longueur b . La période de l'autre vibration principale est voisine de celle d'un pendule simple de longueur a .

En faisant varier b d'une manière continue, nous pouvons obtenir que la première vibration d'abord plus courte que la seconde, lui devienne supérieure.

Il semble donc que pour une certaine valeur de b , les périodes sont rigoureusement égales.

Mais quand un système est en équilibre stable, ce qui est évidemment le cas, l'équation qui donne les périodes ne peut avoir ses racines égales (ce qui implique le passage de la stabilité à l'instabilité).

Il faut donc que malgré l'apparence, les racines ne deviennent pas rigoureusement égales.

Pour comprendre ce qui se passe, reprenons l'équation générale donnant les périodes :

$$ab\omega^4 - g\omega^2(a+b)(1+\mu) + g^2(1+\mu) = 0.$$

Posons :

$$b = x, \quad g : \omega^2 = y;$$

$$ax - (1+\mu)(a+x)y + (1+\mu)y^2 = 0;$$

$$\left(y - \frac{a}{1+\mu}\right)\left(y - x - \frac{\mu a}{1+\mu}\right) - \frac{\mu a^2}{(1+\mu)^2} = 0.$$

C'est l'équation d'une hyperbole dont les asymptotes sont :

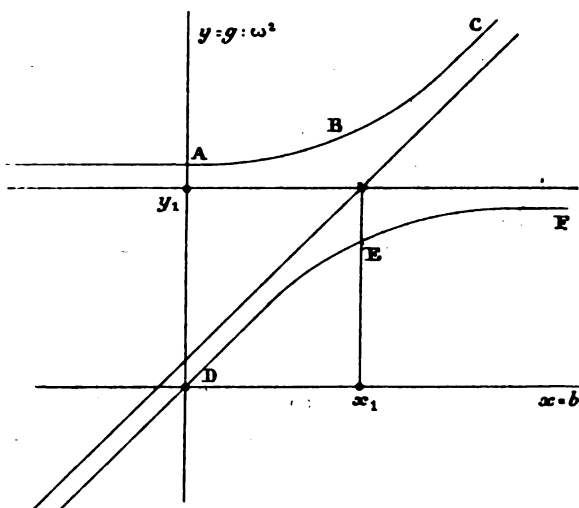
$$y = \frac{a}{1+\mu}, \quad y = x + \frac{\mu a}{1+\mu}.$$

Elle passe par l'origine des coordonnées.

Les coordonnées de son centre sont :

$$x_1 = \frac{1-\mu}{1+\mu} a, \quad y_1 = \frac{a}{1+\mu}.$$

De là résulte que b variant de 0 à ∞ , les racines ne deviennent jamais égales. Pour voisines que soient les branches de l'hyperbole, elles ne se



g. 259.

couper évidemment pas. Elles se rapprochent jusqu'au voisinage du centre; mais elles s'éloignent ensuite à nouveau.

Ce qui précède est vrai quel que soit μ .

Supposons maintenant μ petit; les coordonnées du centre sont voisines de $x_1 = a$, $y_1 = a$; les branches de l'hyperbole sont alors le plus voisines quand b est voisin de a .

La période qui pour $b < a$, correspond à une longueur voisine de a (arc AB de l'hyperbole), correspond pour $b > a$ à une longueur voisine de b (arc BC de l'hyperbole).

Le lecteur n'oubliera pas que, μ étant très petit, l'hyperbole se confond quasiment avec ses asymptotes; le changement est donc brusque.

Inversement, la période qui pour $b < a$ correspond à une longueur voisine de b (arc DE de l'hyperbole), correspond pour $b > a$ à une longueur voisine de a (arc EF de l'hyperbole).

225. Pendule analogue.

Une barre homogène AB est suspendue par un étrier CD, mobile autour de l'axe D. Négligeons le poids de l'étrier.

Posons :

$$\overline{DC} = a, \quad \overline{CG} = b.$$

Soit m la masse de la barre, k le rayon de giration par rapport au centre d'inertie G pour un axe normal au tableau.

Les coordonnées du point G sont :

$$\begin{aligned} x &= a \sin \theta + b \sin \varphi, \\ z &= a \cos \theta + b \cos \varphi. \end{aligned}$$

Le potentiel est de la forme :

$$V = V_0 - mg(a \cos \theta + b \cos \varphi).$$

Si les angles sont petits, on a :

$$2V = 2V_1 + mg(a\theta^2 + b\varphi^2).$$

Écrivons que l'énergie cinétique est

la somme de l'énergie de translation de la masse entière transportée au centre d'inertie, et de l'énergie de rotation autour d'un axe normal au tableau passant par ce centre :

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 = a^2\dot{\theta}^2 + b^2\dot{\varphi}^2 + 2ab\dot{\varphi}\dot{\theta}\cos(\theta - \varphi).$$

D'où pour des angles petits :

$$2T = m[a^2\dot{\theta}^2 + 2ab\dot{\varphi}\dot{\theta} + (b^2 + k^2)\dot{\varphi}^2].$$

Les équations du mouvement sont :

$$\begin{aligned} a\ddot{\theta} + b\ddot{\varphi} + g\theta &= 0, \\ (b^2 + k^2)\ddot{\varphi} + ab\ddot{\theta} + gb\varphi &= 0. \end{aligned}$$

226. Métronome placé sur un support oscillant.

1° — La figure 261 montre le dispositif.

Pour nous mettre dans un cas simple, supposons que l'axe géométrique autour duquel tourne le support (ligne des pointes aa) soit l'axe autour duquel tourne le pendule P du métronome.

Il existe alors une parfaite analogie de fonctions entre les oscillateurs P et S : le pendule P, la boîte et son support que nous désignons par S. Au moyen d'un procédé quelconque immobilisons S : le pendule P bat à l'ordinaire. Au moyen de la colonne Q portant deux pointes p , immobilisons le pendule : c'est maintenant le système S dont l'oscillation est entretenue. L'expérience est curieuse.

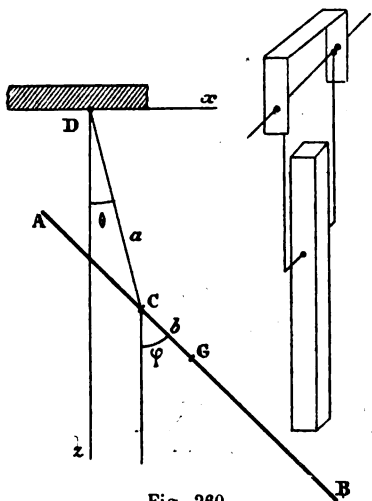


Fig. 260.

Elle est réalisée dans certaines horloges *mystérieuses*. Le mouvement d'horlogerie est porté par un pendule (système S). L'extrémité du pendule régulateur P est arrêtée dans ses oscillations par des butoirs fixes. Pour dérouter le spectateur, le mouvement est caché dans une sphère, par exemple. Quant à la minuterie elle fonctionne d'une manière indépendante grâce au dispositif décrit au paragraphe 30, 2°.

Si l'échappement est supprimé et si nous négligeons les frottements,

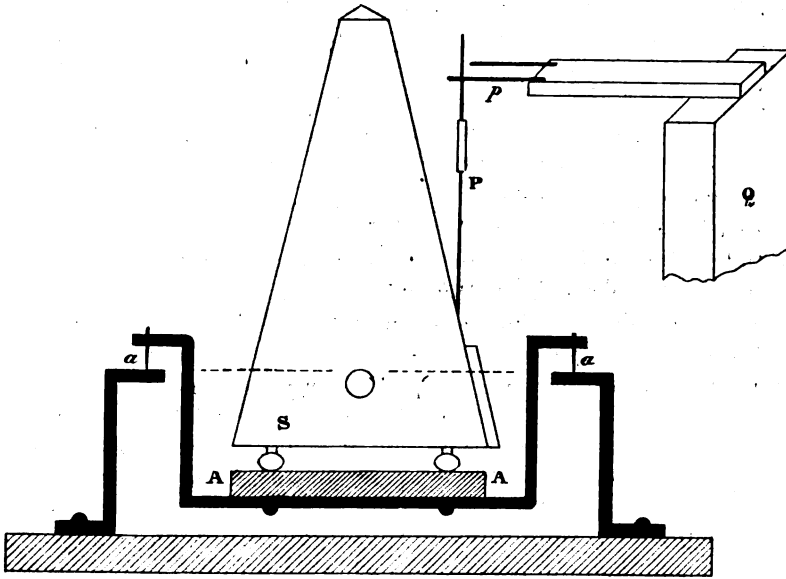


Fig. 261.

les deux systèmes P et Q oscillent indépendamment l'un de l'autre *sans s'influencer*; cela résulte de l'identité des axes.

Mais l'échappement existe. Une série de percussions vont donc se produire entre les systèmes P et S, égales et de sens contraires, tendant à faire tourner P dans un sens, S dans l'autre.

2° — Voyons à quelle condition les oscillations de S prennent une grande amplitude.

Pour l'appareil que j'ai sous les yeux, 100 périodes du système S oscillant seul valent 80 secondes environ. Si l'on s'arrange de manière que, le pendule battant seul, 100 de ses périodes valent à peu près 80 secondes ou $3 \times 80 = 240$ secondes, les systèmes P et S se synchronisent et l'amplitude de S est considérable.

Si 100 périodes du pendule valent $2 \times 80 = 160$ secondes, l'amplitude du système S reste très faible.

L'explication est simple.

Dans le premier cas, les oscillateurs P et S sont décalés, approxima-

tivement d'une demi-période; le décalage exact est automatiquement celui qui amène le synchronisme.

Dans le second cas, le système S fait trois demi-oscillations pendant que P en fait une. Les impulsions se produisent comme dans le premier cas, à la différence près que S fait sans impulsion une oscillation entière. Le décalage est le même que dans le premier cas, si l'avance ou le retard à corriger par chaque impulsion restent les mêmes : ce qui implique que la différence $3S - P$ dans le second cas, vaille $S - P$ dans le premier (S et P sont les périodes des deux systèmes).

Voyons pourquoi l'entretien de l'oscillation du système S ne se fait pas dans le second cas.

C'est qu'alors les impulsions (*qui sont alternativement de sens contraires*) ont lieu sensiblement pour les mêmes azimuts et pour des vitesses *de même sens* du système S. Leurs actions se détruisent donc sensiblement de deux en deux.

Si les périodes P et S sont loin d'être dans un rapport simple, les amplitudes des oscillations du système S croissent et décroissent alternativement : il y a des battements.

L'appareil est donc, si l'on veut, un système à deux libertés, mais où les vibrations principales correspondent aux mouvements isolés de chacune des parties du système. La théorie est compliquée par le fait que, pour une différence convenable des azimuts des oscillateurs, l'échappement fonctionne, produisant deux impulsions égales et de sens contraires, impulsions dont on peut considérer la grandeur comme indépendante des azimuts absolus.

3° — Reste à expliquer pourquoi les oscillations du pendule ont toujours des amplitudes à peu près les mêmes. Cela tient à la différence considérable des moments d'inertie des systèmes P et S, qui entraîne une différence du même ordre dans les amplitudes pour les mêmes impulsions. D'où résulte que les impulsions sur le pendule se produisent toujours au voisinage de la position d'équilibre, la différence des azimuts devenant quasiment égale à l'azimut du pendule.

C'est en définitive le pendule qui règle l'instant des percussions; il les fait au mieux pour son propre entretien.

227. Même expérience avec adjonction d'un ressort spiral.

1° — Toujours en restant dans le cas simple où les axes coïncident, compliquons l'appareil par l'introduction d'un ressort spiral reliant l'axe du pendule P au système S. Comme le ressort spiral serait difficile à loger dans le métronome, contentons-nous du système de liaison moins symétrique représenté dans la figure 262. A la planche AA du support, fixons deux bouts de fil d'acier BC jouant le rôle de ressorts très flexibles. Relions les bouts libres C entre eux et au pendule P par un fil à coudre noué autour de la tige. Nous avons créé entre les deux oscillateurs un lien élastique qui en fait un système général à deux libertés.

A l'inverse du paragraphe précédent les vibrations principales ne correspondent plus aux oscillations isolées des deux parties S et P.

Nous pouvons obtenir deux périodes parfaitement régulières pour les battements du métronome (après quelques tâtonnements dans le lancement). La plus longue correspond au décalage nul (rotations simultanément de même sens pour S et P); la plus courte correspond au

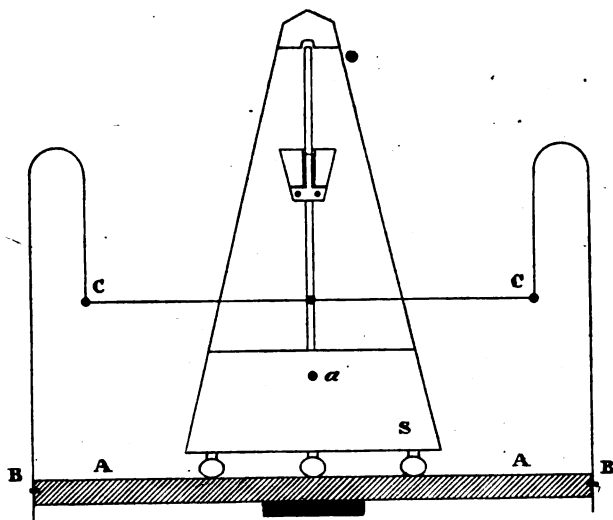


Fig. 262.

décalage d'une demi-période (rotations simultanées de sens contraires pour S et P).

Le lecteur vérifiera que les équations du mouvement pour les vibrations petites (ce qui du reste n'est pas ici le cas) sont (§ 218) :

$$\theta'' + B\theta - A\varphi = 0, \quad \varphi'' + b\varphi - a\theta = 0. \quad (1)$$

Je ne recommence pas la discussion pour la dixième fois.

Précisons la différence qui existe entre le cas ici traité et celui du paragraphe précédent. Quand le lien élastique n'existe pas, les pendules se synchronisent *grâce aux impulsions périodiques* : ils n'auraient aucune action l'un sur l'autre si ces impulsions n'existaient pas. Ici au contraire, pour un choix convenable des conditions initiales, nous avons un système qui vibre *en entier* d'une manière synchrone, et cela de deux façons possibles : le rôle des impulsions est uniquement d'entretenir le mouvement.

2° — Si nous lançons le système n'importe comment, les phénomènes deviennent généralement inextricables, en raison du rôle des percussions.

On ne peut tirer quoi que ce soit de général qu'en supposant les

vibrations du support extrêmement petites par rapport à celle du pendule. Nous sommes alors dans le cas étudié par Barus d'un chronomètre suspendu sur des couteaux; on s'arrange de manière que la durée d'oscillation du système S soit à peu près celle du balancier (généralement une demi-seconde).

Les deux vibrations principales, de périodes très voisines, coexistent et interfèrent. Il est facile de voir que le chronomètre doit alternativement avancer et retarder. Le lecteur se reportera au tome I, paragraphe 193 où nous montrons que la coexistence de deux vibrations de périodes peu différentes amène une variation dans l'amplitude et une variation dans la hauteur du son résultant.

La même conclusion apparaît dans les équations (4).

Prenons la seconde pour représenter le mouvement du balancier.

Alternativement le décalage devenant 0 et π , le terme $a\theta$ se retranche du terme $b\varphi$ (diminution du couple moteur) ou s'ajoute au terme $b\varphi$ (augmentation du couple moteur).

228. Isochronisme par les pendules doubles.

L'idée est intéressante, mais son application mériterait d'être regardée de fort près.

Imaginons qu'un pendule P retarde aux grands arcs (ce qui est généralement le cas pour les échappements libres ou à repos). Associons-lui un pendule p entretenu par sympathie et qui avance aux grands arcs; on peut espérer l'isochronisme par compensation. Nos formules n'éclairent pas le problème, puisqu'elles supposent les arcs petits, ce qui est contraire à notre hypothèse.

La solution de Callaud consiste dans l'emploi d'un petit pendule p supporté par une verge métallique (sorte de gros caléidophone), suspendu (masse en bas) dans un cadre coupant la tige du pendule ordinaire P. Un tel pendule p vibrant sous l'action de l'élasticité de la verge avance aux grands arcs.

Quelle que soit l'amplitude des vibrations de P, le pendule p n'augmente pas sensiblement la sienne et semble décalé de π . La flexion du ressort augmentant, il en est de même de la réaction de p sur P.

Il paraît que l'isochronisme est obtenu; mais les expériences me paraissent avoir été faites sans beaucoup de rigueur.

229. Montres balançantes.

1° — C'est par les mêmes principes qu'on explique les *montres balançantes*. On voit souvent les montres suspendues à un clou prendre des oscillations d'amplitude notable.

Il est facile de calculer quel doit être le diamètre de la montre pour qu'elle oscille au mieux quand elle bat le cinquième de seconde (période de 0^s,4). La longueur du pendule simple dont le battement est d'un cinquième de seconde, est de 4 cm. environ (39,76 millimètres plus exactement).

Reportons-nous au tome I, paragraphe 35. Si nous assimilons la montre à un disque homogène de diamètre D , tournant autour d'un axe normal à son plan et passant par son pourtour, la longueur du pendule simple équivalent est $3D : 4$. Si nous assimilons la montre à un cerceau, la largeur du pendule simple équivalent est D . La vérité est entre ces extrêmes. L'expérience réussira donc au mieux avec une montre dont le diamètre est un peu inférieur à 39 millimètres.

On recommande de choisir des montres de grandeurs 16 — 17 *lignes* (36,09 — 38,35 millimètres de diamètre).

Il va de soi que si le battement diffère d'un cinquième de seconde, les dimensions seront prises en conséquence.

Il est possible de faire osciller une montre quelconque en la surchargeant de manière que sa durée propre d'oscillation soit égale à celle du balancier (voir un problème analogue au § 47 du tome I).

2° — HORLOGES BALANCIERS (GUILMET).

Au mouvement d'horlogerie M réglé par le petit pendule p (fig. 263), est fixée une queue assez longue. Le mouvement est monté sur un couteau C et forme avec sa queue un pendule de période T .

Soit t la période du pendule p .

L'expérience montre que, pour des proportions convenables des différentes pièces, l'oscillation du pendule P est entretenue par l'échappement du mouvement M , le petit pendule restant quasiment immobile dans la verticale.

Au lieu que ce soit l'ancre qui oscille par rapport à la roue d'échappement d'axe fixe, c'est la roue d'échappement qui oscille autour de l'ancre d'azimut quasiment invariable. Sur le mouvement du pendule p agissent deux causes : l'oscillation de son axe de rotation autour de l'arête du couteau, le couple dû à l'échappement.

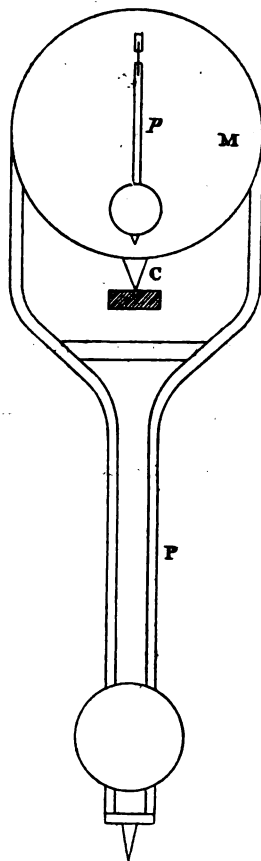


Fig. 263.

230. Altération par résonance de la fréquence et de l'amortissement d'un système entretenu.

1° — Reprenons les équations du paragraphe 218 en les généralisant. Introduisons des amortissements proportionnels à la vitesse; appliquons au système θ une force d'entretien Θ synchrone; le système φ est entraîné.

Les équations deviennent :

$$\theta'' + B\theta + F\theta' - A\varphi = \Theta, \quad (1)$$

$$\varphi'' + b\varphi + f\varphi' - a\theta = 0. \quad (2)$$

Soit :

$$\theta = \theta_0 e^{ipt}, \quad \varphi = \varphi_0 e^{ipt},$$

une solution du problème.

Substituons dans l'équation (2) :

$$\varphi = \frac{a\theta}{b - p^2 + ipf}. \quad (3)$$

Dans l'équation (1) la variable φ intervient donc par le terme :

$$-\frac{Aa\theta}{b - p^2 + ipf} = \frac{-Aa(b - p^2) + iAapf}{(b - p^2)^2 + p^2 f^2} \theta.$$

Tout se passe comme si le coefficient B devenait :

$$B - \frac{Aa(b - p^2)}{(b - p^2)^2 + p^2 f^2} = B(1 + 2\beta);$$

comme si le coefficient F devenait :

$$F + \frac{Aaf}{(b - p^2)^2 + p^2 f^2}.$$

La période et l'amortissement du système θ sont modifiés.

Précisons la nature de la solution utilisée.

Je suppose p réel : les vibrations sont donc entretenues, ce que permet l'existence de la force Θ .

Mais à supposer θ_0 réel, φ_0 est imaginaire.

Cela signifie qu'il existe entre les mouvements un certain décalage

Le rapport imaginaire $\varphi_0 : \theta_0$ est donné par l'équation (3).

Le lecteur reprendra le 3° du § 213. Le système φ contenant des frottements (paramètre f) et l'énergie nécessaire à son entretien provenant du système θ , le décalage entre les deux systèmes ne peut plus être 0 ou π , puisque dans ce cas la force appliquée au système φ serait *uniforme* (reprendrait la même valeur pour chaque valeur déterminée de φ). D'où la nécessité d'un rapport *imaginaire* qui correspond à un décalage différent de 0 ou de π . On vérifiera que le rapport redevient réel pour $f=0$.

L'existence du système φ perturbe le système θ , c'est-à-dire modifie légèrement sa période et son amortissement. Nous supposons les perturbations assez petites pour les considérer comme des corrections.

2° — DISCUSSION.

Par hypothèse il s'agit d'une petite altération dans le mouvement du système θ . Or le carré de sa fréquence quand on supprime le système φ et l'amortissement propre F , est proportionnel à B .

L'accroissement relatif de fréquence est donc égal à β .

Dans l'expression de β qui par hypothèse est petit, nous pouvons sans erreur sensible poser $p = B$.

D'autre part, si le système φ vibrerait seul et sans amortissement, p deviendrait égale n ; on a $n^2 = b$.

L'accroissement de fréquence du système θ est donc proportionnel à :

$$-\frac{(n^2 - p^2)}{(n^2 - p^2)^2 + p^2 f^2} = -\frac{x}{x^2 + m^2}.$$

Ainsi quand la fréquence du système θ est *supérieure* à celle du système φ ($p > n$), elle est *augmentée* par la résonance. Elle est *diminuée* par la résonance, quand elle est *inférieure* à celle du système φ .

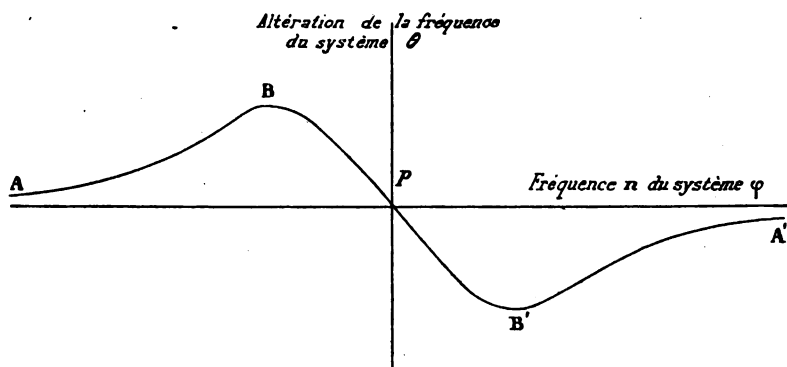


Fig. 264.

C'est exactement l'inverse de ce qu'on serait tenté de conclure, mais c'est d'accord avec l'expérience de Kœnig (§ 180).

Le maximum de l'altération a lieu pour :

$$n^2 = p^2 \pm pf.$$

Sa valeur maxima est inversement proportionnelle à pf . Comme f est petit, on ne doit pas s'étonner que l'expérience fournisse seulement les parties montantes AB , $A'B'$ des courbes; l'altération croît jusque tout près de l'unisson, puis en pratique s'annule brusquement.

L'amortissement supplémentaire présente évidemment un maximum pour $n = p$. Il est négligeable quand p et n diffèrent sensiblement.

Pour $n = p$, l'amortissement supplémentaire est *en raison inverse de f* . Il paraît d'abord singulier que l'amortissement maximum décroisse à mesure que croît le frottement du système entraîné φ . Cela tient à ce que si ce frottement est grand, le système φ reste quasiment immobile. Son amplitude décroît de telle sorte quand f augmente, qu'il finit par ne plus jouer aucun rôle.

231. — Manipulation.

1° — Le pendule P entretenu par un échappement d'horloge, est relié, par un *très léger* ressort à boudin R, à une sorte de gros métronome (sans mécanisme d'entretien) dont on peut faire varier la fréquence (en déplaçant la masse m) et le frottement (en soulevant plus ou moins le vase V plein d'huile).

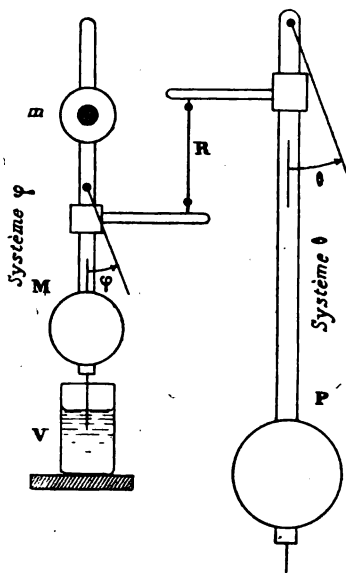


Fig. 265.

L'expérience consiste à modifier la fréquence n du métronome quand il oscille sans amortissement, le pendule restant immobile ($\theta = 0$), et à déterminer la variation de la fréquence p du pendule quand on permet au métronome d'osciller.

2° — Reprenons le problème *en négligeant les frottements*.

L'équation d'entretien du pendule φ est :

$$\varphi'' + b\varphi - a\theta = 0. \quad (1)$$

Posons :

$$\theta = \theta_0 \sin pt, \quad \varphi = \varphi_0 \sin pt.$$

Il vient :

$$\varphi = \frac{a}{b - p^2} \theta.$$

Pour que les équations représentent le phénomène, il faut mesurer la fréquence p du pendule, le métronome arrêté, et la fréquence n du métronome, le pendule arrêté, *dans les deux cas le ressort restant en place*. Il ne doit en effet pas intervenir d'autres circonstances que la marche ou le repos de l'un des appareils ($\theta = 0$, ou $\varphi = 0$).

Avec les sens choisis, a est négatif.

En effet si θ croît, la tension du ressort diminue : d'où un couple ajouté tendant à diminuer l'angle φ supposé positif.

3° — Si le métronome a une fréquence n moindre que la fréquence p du pendule, *dans les conditions ci-dessus définies*, φ_0 et θ_0 sont de même signe. On a en effet :

$$b < p^2, \quad a < 0.$$

Les pendules traversent simultanément dans le même sens leurs positions d'équilibre. Alors tout se passe pour le métronome comme si le pendule était immobile, mais comme si le paramètre b était augmenté.

Sa fréquence croît : d'où synchronisation avec le pendule.

Autrement dit, quand φ croît à partir de 0, du fait que le pendule oscille, le ressort se détend plus qu'il ne ferait si le pendule était arrêté :

d'où couple ajouté négatif, d'où tendance accrue à revenir à la position d'équilibre, d'où accroissement de la fréquence.

Voyons maintenant la réaction sur le pendule du mouvement du métronome.

Quand partant de la position d'équilibre, θ croît, le ressort R se détend plus qu'il ne ferait si le métronome était immobile : le couple qui ramène à la position d'équilibre, est plus grand pour la même élongation ; la fréquence est accrue.

4° — On montrerait de même que si la fréquence du métronome est supérieure à celle du pendule, leur décalage est π .

Je laisse au lecteur le soin de discuter le cas où l'amortissement du métronome n'est pas nul.

232. Plaque rectangulaire posée sur une lentille de grand rayon.

La figure 266 représente un curieux système à deux libertés. Sur une

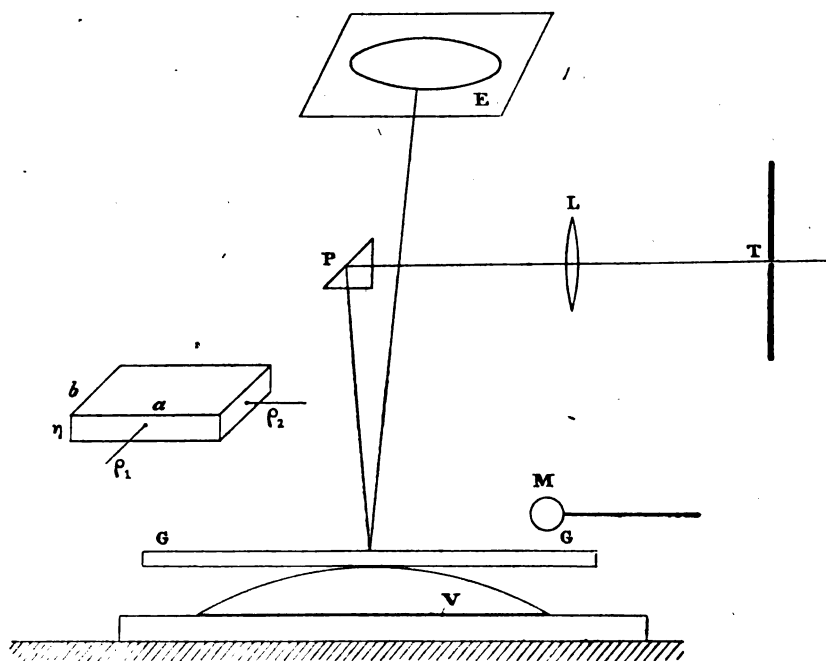


Fig. 266.

lentille plan convexe (de condenseur, par exemple) on pose une glace rectangulaire de dimensions $a \times b \times \eta$, de manière que le centre de la glace touche le sommet de la lentille : la glace est horizontale.

En utilisant comme miroir la face supérieure de la glace (argentée pour que l'expérience soit plus belle), on projette sur l'écran horizontal

E (plafond) un petit trou fortement éclairé. Avec un petit marteau de liège M, on donne un coup à la glace; elle oscille.

On vérifiera que pour deux azimuts rectangulaires du choc (*vibrations principales*) la vibration est rectiligne.

Pour calculer les périodes reportons-nous au paragraphe 58 du tome I. Les rayons de giration ρ_1, ρ_2 , par rapport aux axes marqués sur la figure sont donnés par les équations :

$$\rho_1^2 = \frac{a^2 + \eta^2}{12}, \quad \rho_2^2 = \frac{b^2 + \eta^2}{12}.$$

La distance l du centre d'inertie au point de contact est $-\eta : 2$.

D'une manière générale la période est :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\rho^2 + l^2}{g(l + R)}};$$

R est le rayon de la lentille. D'où les périodes principales :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{a^2 + 4\eta^2}{g(12R - 6\eta)}}, \quad T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{b^2 + 4\eta^2}{g(12R - 6\eta)}}.$$

Si les dimensions de la glace et le rayon R sont grands devant η on a simplement :

$$T_1 = \frac{\pi a}{\sqrt{3gR}}, \quad T_2 = \frac{\pi b}{\sqrt{3gR}}.$$

On réalise ainsi les figures de Lissajous de manière à les projeter aisément. Avec une glace carrée ou circulaire, on a des ellipses. Il suffit d'excentrer très légèrement la glace pour que les périodes cessent d'être rigoureusement égales : l'ellipse se déforme d'une manière continue.

Le lecteur cherchera ce qui arrive pour des courbures principales inégales au sommet de la lentille. Le problème, très simple quand les sections principales de la glace coïncident avec les sections principales de la lentille, se complique quand la coïncidence n'a pas lieu. On déterminera les azimuts des vibrations principales dans le cas général.

Comme cas limite la glace repose sur un cylindre.

233. Accouplement de deux circuits déchargeant des condensateurs et agissant l'un sur l'autre par induction.

Le problème est analogue aux précédents mais plus compliqué.

Appelons R_1 et R_2 les résistances des circuits, L_1 et L_2 leurs selfs, M leur induction mutuelle, C_1 et C_2 les capacités des condensateurs qu'ils déchargent, Q_1 et Q_2 les quantités d'électricité que contiennent actuellement les condensateurs, x et y les intensités des courants.

Les équations différentielles simultanées à satisfaire sont :

$$\begin{aligned} R_1 x &= \frac{Q_1}{C_1} - L_1 \frac{dx}{dt} - M \frac{dy}{dt}; & - \frac{dQ_1}{dt} &= x; \\ R_2 y &= \frac{Q_2}{C_2} - L_2 \frac{dy}{dt} - M \frac{dx}{dt}; & - \frac{dQ_2}{dt} &= y. \end{aligned}$$

Bornons-nous au cas où les résistances R_1 et R_2 sont négligeables. Elles interviennent comme amortissements : les oscillations étudiées sont donc non amorties. Différentions les équations; elles deviennent :

$$L_1 x'' + M y'' + \frac{x}{C_1} = 0, \quad L_2 y'' + M x'' + \frac{y}{C_2} = 0.$$

Appelons ρ le rapport de l'amplitude de la vibration y à l'amplitude de la vibration x .

Les équations de condition sont :

$$\left(L_1 \omega^2 - \frac{1}{C_1} \right) + M \omega^2 \rho = 0, \quad \rho \left(L_2 \omega^2 - \frac{1}{C_2} \right) + M \omega^2 = 0;$$

$$M^2 \omega^4 = \left(\frac{1}{C_1} - L_1 \omega^2 \right) \left(\frac{1}{C_2} - L_2 \omega^2 \right).$$

On trouvera le développement du calcul dans le volume sur les *Ondes Hertiennes*.

CHAPITRE XIV

SYSTÈMES A PLUSIEURS LIBERTÉS

Systèmes à trois libertés (Pendules sympathiques).

234. Pendule triple.

1. — La figure 267 représente le système le plus simple contenant trois libertés. En réalité des fils de suspension sont doubles pour forcer les corps à osciller parallèlement au tableau.

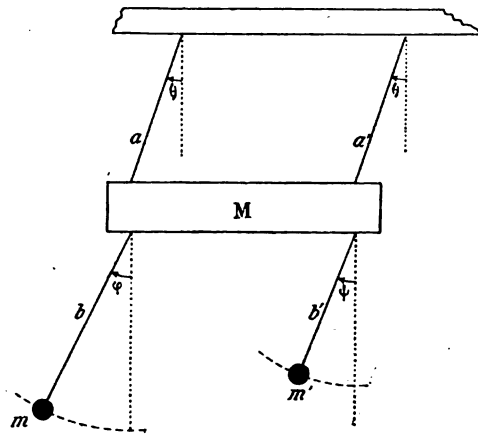


Fig. 267.

Reprenant la théorie du paragraphe 223, écrivant les équations de Lagrange et simplifiant, on trouve le système :

$$\begin{aligned} a(M + m + m')\ddot{\theta} + b m \ddot{\varphi} + b' m' \ddot{\psi} + (M + m + m')g\theta &= 0, \\ a\ddot{\theta} + b\ddot{\varphi} + g\varphi &= 0, \\ a\ddot{\theta} + b'\ddot{\psi} + g\psi &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Cela revient à écrire :

$$\begin{aligned} 2T &= (M + m + m')a^2\dot{\theta}^2 + mb^2\dot{\varphi}^2 + m'b'^2\dot{\psi}^2 + 2mab\dot{\varphi}\dot{\theta} + 2m'ab'\dot{\psi}\dot{\theta}, \\ 2V &= 2V_0 + a(M + m + m')g\theta^2 + bmg\varphi^2 + b'm'g\psi^2. \end{aligned}$$

La première équation de Lagrange s'écrit :

$$aM\theta'' + Mg\theta + mg(\theta - \varphi) + m'g(\theta - \psi) = 0.$$

Son interprétation est immédiate.

Elle signifie que la masse M se meut sous l'influence de son propre poids et aussi des tractions que les pendules inférieurs exercent dessus.

Par exemple, le poids mg du pendule de droite doit être projeté sur une perpendiculaire à la corde soutenant le pendule supérieur.

2° — Discussion.

Pour simplifier l'exposé des phénomènes, supposons d'abord les pendules inférieurs identiques. On a :

$$\begin{aligned} 2T &= (M + 2m)a^2\theta'^2 + 2mb^2(\varphi'^2 + \psi'^2) + 2mab\theta'(\varphi' + \psi'); \\ 2V &= 2V_0 + (M + 2m)ga\theta^2 + mgb(\varphi^2 + \psi^2). \end{aligned}$$

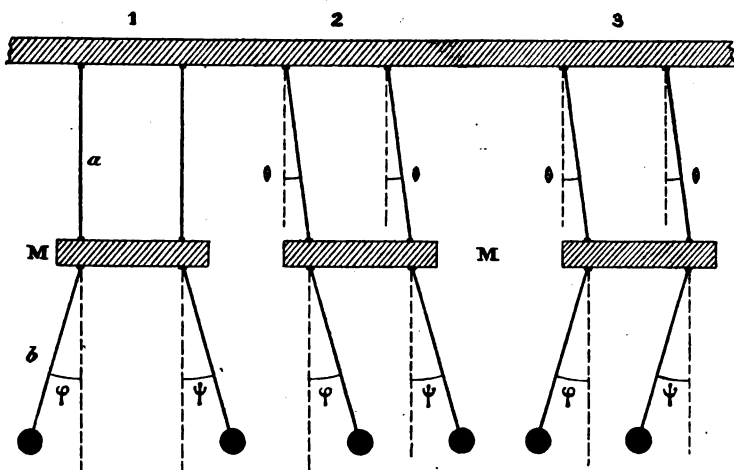


Fig. 268.

On ramène ces quantités à ne contenir que les carrés des variables et les carrés de leurs vitesses, par la substitution :

$$\begin{aligned} \psi &= \Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3, \\ \varphi &= -\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3, \\ \theta &= A\Theta_2 + B\Theta_3; \end{aligned}$$

A et B sont des constantes convenables.

Résolues par rapport aux Θ , ces équations donnent :

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \frac{\psi - \varphi}{2}, & \Theta_2 &= \frac{\theta}{A - B} - \frac{B}{A - B} \frac{\psi + \varphi}{2}, \\ \Theta_3 &= \frac{-\theta}{A - B} + \frac{A}{A - B} \frac{\psi + \varphi}{2}. \end{aligned}$$

$\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$, sont les *variables principales*; elles correspondent aux phénomènes élémentaires, aux oscillations *stationnaires*.

Faisons $\Theta_2 = \Theta_3 = 0$; nous obtenons les conditions :

$$\theta = 0, \quad \psi + \varphi = 0.$$

La variable $\Theta_1 = \psi = -\varphi$, indique des déplacements à chaque instant égaux et de sens contraires des pendules inférieurs.

La masse M reste évidemment immobile; elle n'intervient pas.

Les deux autres oscillations principales sont définies par les conditions :

$$\begin{array}{ll} \text{pour } \Theta_2, & \Theta_1 = \Theta_3 = 0; \\ \text{pour } \Theta_3, & \Theta_1 = \Theta_2 = 0. \end{array}$$

Dans les deux cas, on a :

$$\Theta_1 = 0, \quad \psi = \varphi.$$

Les pendules inférieurs ont donc à chaque instant des élongations égales et de même sens; ils sont remplaçables par un *seul* pendule de masse $2m$: nous sommes ramenés au problème du double pendule (§ 223).

La condition $\varphi = \psi$, donne :

$$\Theta_2 = \frac{\theta - B\psi}{A - B}, \quad \Theta_3 = \frac{-\theta + A\psi}{A - B}.$$

La vibration principale Θ_2 est définie par la condition :

$$\theta = A\psi = A\varphi.$$

La vibration principale Θ_3 est définie par la condition :

$$\theta = B\psi = B\varphi.$$

On trouve aisément la relation :

$$AB = -2m : (M + 2m).$$

A et B sont donc de signes contraires. Nous pouvons prendre $A > 0$, $B < 0$. Dans la vibration Θ_2 , le pendule supérieur a une élongation toujours de même sens que les pendules inférieurs; dans la vibration Θ_3 , le pendule supérieur a une élongation toujours de sens contraire.

3° — Les périodes des trois mouvements stationnaires $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3$ sont différentes.

La période de Θ_1 est évidemment la même que si les pendules inférieurs étaient isolés. On a :

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{b}{g}}.$$

Les périodes T_2 et T_3 sont immédiatement fournies par le paragraphe 223; il suffit de remplacer m' par $2m$, et m par M :

$$\omega^2 = \frac{a+b}{2ab} \frac{M+2m}{M} g \pm \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4a^2b^2} \left(\frac{M+2m}{M}\right)^2 g^2 - \frac{M+2m}{M} \frac{g^2}{ab}}.$$

De l'équation (1) :

$$a\theta'' + b\varphi'' + g\varphi = 0,$$

résulte que T_2 est certainement supérieur à T_1 , que T_1 est certainement inférieur à T_1 . En effet pour la vibration Θ_2 , θ'' est du même signe que φ'' ou que ψ'' ; le terme $a\theta''$ augmente donc le terme $b\varphi''$.

Tout se passe comme si l'inertie était accrue; la période est plus grande que la période naturelle des pendules inférieurs.

Pour la vibration Θ_3 , θ'' et φ'' sont de signes contraires; le terme $a\theta''$ diminue donc le terme $b\varphi''$.

Tout se passe comme si l'inertie était diminuée; la période est plus courte que la période naturelle des pendules inférieurs.

Si M l'emporte énormément sur m , on trouve :

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{g}{a}}, \quad \omega_3 = \sqrt{\frac{g}{b}}.$$

L'un des mouvements a la période du pendule supérieur seul; l'autre a la période des pendules inférieurs. Si M est grand devant m , sans qu'on puisse négliger m , la période d'un des mouvements est voisine de celle du pendule supérieur, la période de l'autre est voisine de celle du pendule inférieur.

Si b l'emporte énormément sur a , il existe une racine :

$$\omega^2 = \sqrt{\frac{g}{a}} \sqrt{\frac{M+2m}{M}}.$$

Quant à l'autre, elle est sûrement très petite.

4° — Pour fixer les idées traitons l'exemple numérique suivant :

$$a = b = 100 \text{ cm.} \quad M = 2m, \quad g = 1000.$$

On trouve aisément par ordre de périodes croissantes :

$$\begin{array}{lll} T_3 = 1,075 & T_1 = 1,987 & T_2 = 2,594 \\ \rho_3 = -0,707 & \rho_1 = 0 & \rho_2 = +0,707 \end{array}$$

en posant :

$$\theta = \rho\varphi = \rho\psi, \quad \varphi = \psi.$$

235. Cas général.

Les pendules inférieurs ne sont plus égaux (fig. 269).

Il y a toujours trois oscillations principales; pour aucune d'elles le pendule M ne reste immobile.

1° — L'oscillation 1 correspond à des déplacements des pendules inférieurs, de sens contraires et d'amplitudes différentes. Ces pendules sont synchronisés grâce aux déplacements du pendule supérieur.

Voyons comment la chose est possible.

Pour chacune des vibrations principales, les trois pendules passent en même temps par leurs positions d'équilibre.

Il résulte des deux dernières équations (1) que, d'une manière générale, l'accélération du pendule supérieur joue le rôle d'un accroissement d'inertie pour un pendule inférieur, quand les mouvements de ces deux pendules sont de même sens (décalage nul); elle joue le rôle d'une diminution d'inertie pour ce pendule inférieur, quand les mouvements sont de sens contraires (décalage égal à π). Donc si le pendule supé-

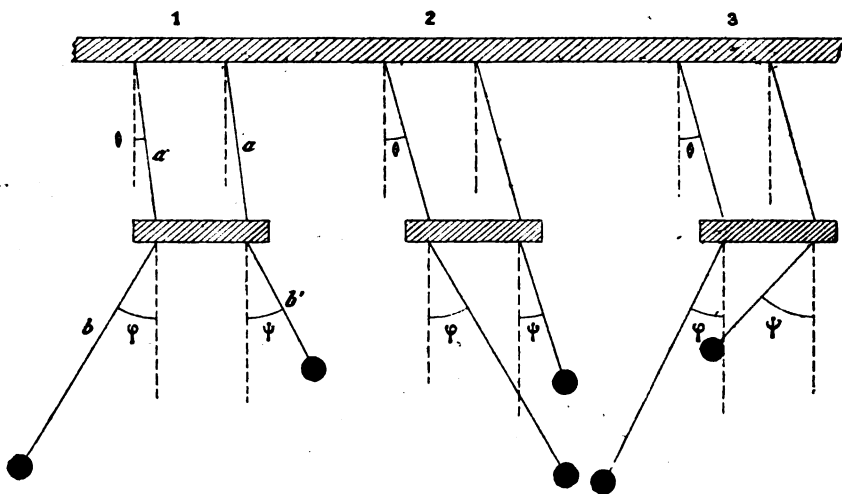


Fig. 269.

rieur a une oscillation *de même sens* que le pendule inférieur *le plus court*, la période de ce pendule est accrue, la période de l'autre pendule inférieur est diminuée : il y a rapprochement des périodes des pendules inférieurs ; la synchronisation est possible.

C'est ce qui arrive pour la vibration 1.

Pour les deux autres oscillations principales, les pendules inférieurs vont dans le même sens.

Pour les vibrations 2, le décalage du pendule supérieur par rapport aux pendules inférieurs est nul. Le synchronisme de ces pendules provient d'un *allongement* des périodes, allongement plus grand pour celui dont la période naturelle est plus courte. Corrélativement l'amplitude du court pendule est plus petite, de manière que le déplacement du point de suspension produise dessus un effet plus grand, dans le sens d'un allongement de la période.

Pour la vibration 3, le décalage du pendule supérieur par rapport aux pendules inférieurs est égal à π . La synchronisation de ces pendules provient d'un *raccourcissement* des périodes, raccourcissement plus grand pour celui dont la période naturelle est plus longue. Corrélativement

ment l'amplitude du long pendule est plus petite, de manière que le déplacement du point de suspension produise dessus un effet plus grand, dans le sens d'un raccourcissement de la période.

2° — APPLICATION NUMÉRIQUE.

Faisons les calculs en posant :

$$m = m' = 1, \quad M = 2, \quad a = 100, \\ b = 103, \quad b' = 100.$$

Les équations à satisfaire deviennent (pour $g = 1000$) :

$$\begin{aligned} \varphi'' + 1,03\varphi'' + 10\varphi &= 0, \\ \psi'' + \psi'' + 10\psi &= 0, \\ 20'' + 40\varphi - 10(\varphi + \psi) &= 0. \end{aligned}$$

Posons :

$$0 = \sin \omega t, \quad 0 = \varphi = \sigma \psi.$$

Pour trouver $x = \omega^2$, nous devons résoudre l'équation :

$$2,1x^3 - 103,3x^2 + 1220x - 4000 = 0.$$

Les valeurs correspondantes de φ et de σ sont fournies par les équations :

$$\varphi = \frac{x}{10 - 1,03x}, \quad \sigma = \frac{x}{10 - x},$$

× *Principale lente*

• *Pendule long*

× *Principale moyenne*

• *Pendule court*

× *Principale rapide*

Fig. 270.

dans lesquelles il faut substituer successivement les trois racines.

Les résultats sont schématiquement représentés par le diagramme 270.

$x_1 = 9,76$	$x_2 = 5,32$	$x_3 = 33,72$
$T_1 = 2^s,012$	$T_2 = 2^s,720$	$T_3 = 1^s,081$
$\varphi_1 = -39$	$\varphi_2 = +1,23$	$\varphi_3 = -1,33$
$\sigma_1 = +41$	$\sigma_2 = +1,14$	$\sigma_3 = -1,42$

Pour les pendules inférieurs isolés on a :

$$T_\varphi = 2^s,036 \quad T_\psi = 1^s,987.$$

3° — Si nous lançons un des pendules n'importe comment, le phénomène est dû à la superposition des trois oscillations principales; il est généralement inextricable. D'où la confusion des résultats expérimentaux des physiciens qui n'étaient pas guidés par des considérations théoriques précises. La discussion des apparences complexes est sans aucun intérêt; du reste on peut les calculer facilement dès que les vibrations principales sont connues.

En définitive pour chacune des vibrations principales, toutes les pièces du système oscillent synchroniquement. Elles passent en même

temps par leurs positions d'équilibre. Leurs décalages sont 0 ou π si l'on prend toutes les amplitudes positivement; en changeant le signe de l'amplitude, on peut toujours considérer les décalages comme nuls. Il n'y a pas *synchronisation* au sens que les mouvements finissent par se synchroniser : ils sont synchrones purement et simplement.

Si les conditions initiales sont quelconques, on a la superposition de deux ou trois oscillations principales.

A la vérité, il peut arriver que deux oscillations principales s'amortissent plus vite que la troisième : quelles que soient les conditions initiales, au bout d'un temps suffisant, cette troisième oscillation subsiste seule. On ne peut cependant pas dire que les pendules se synchronisent, puisque le mouvement qui subsiste, existait au début de l'expérience; il était seulement mélangé à d'autres mouvements.

Un cas intéressant est celui pour lequel les pendules inférieurs diffèrent peu et où la masse M est grande. Il existe alors deux vibrations principales de périodes très voisines. Pratiquement elles prédomineront, de sorte que tout se passera comme si nous n'avions que deux degrés de liberté. Nous obtiendrons les battements des deux pendules inférieurs, s'ils sont lancés sans précaution d'aucune sorte.

236. Pendules sympathiques.

C'est la généralisation du problème de l'entraînement des supports (tome I, § 67).

Deux (ou plusieurs) pendules sont montés sur le même support; ils l'entraînent et, par son intermédiaire, réagissent les uns sur les autres,

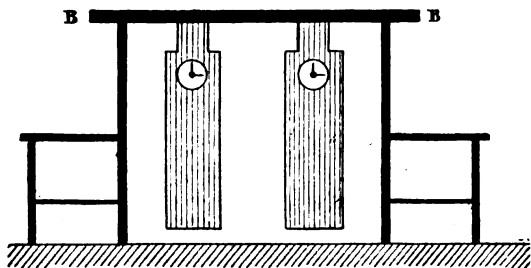


Fig. 271.

Avant de donner la théorie du phénomène, rappelons les expériences fondamentales dues à Huyghens (1665) et à Ellicott (1739).

1° — EXPÉRIENCES D'HUYGHENS.

Il possédait deux horloges dont la différence de marche était de 5 secondes par jour (fig. 271).

Il les installa l'une à côté de l'autre, à une distance de 1 à 2 pieds, de manière que les pendules oscillassent dans le même plan. Elles offrirent alors une marche si parfaitement concordante que la différence se trouva *rigoureusement* annulée. Les pendules avaient simultanément l'un son plus grand écart vers la droite, l'autre son plus grand écart vers la gauche. Dérangés de cette concordance de phase, ils y revenaient en une demi-heure.

Huyghens attribua d'abord la « sympathie » des pendules à l'influence

des courants d'air provoqués par les mouvements; elle reconnut bientôt que sa cause était dans un petit « branlement » du support.

La figure 271 montre le dispositif expérimental. Les chaises étaient distantes de 3 pieds; le barreau BB avait 3 pouces en quarré.

L'explication du phénomène est simple. Des trois oscillations principales possibles subsiste seule la vibration pour laquelle les pendules oscillent en sens contraires et qui correspond au moindre déplacement du support. Les autres vibrations sont amorties par les frottements qu'elles créent et dont aucune force extérieure ne compense l'effet. D'eux-mêmes les pendules supposés égaux prennent le décalage pour lequel le support reste immobile.

2° — EXPÉRIENCES D'ELLCOTT.

Ses horloges A et B étaient aussi identiques que possible. Le poids du pendule était d'une dizaine de kilogs; une élongation de $1^{\circ} 5'$ de part et d'autre de la verticale était nécessaire pour que l'échappement fonctionnât. Un poids moteur de 3 livres suffisait pour obtenir une élongation de $1^{\circ} 30'$.

Les horloges étaient placées côte à côte, dans des caisses closes, de manière que la distance des pendules au repos fût de 60 cm. environ.

Voici maintenant les observations. En moins de deux heures A s'arrête spontanément. Relancée, elle s'arrête à nouveau au bout du même temps. En y regardant de plus près, on constate que les amplitudes de B croissent quand celles de A diminuent. A l'instant où A s'arrête, l'amplitude de B est $2^{\circ} 30'$, soit 1° de plus que si B est isolée.

On arrête B, on laisse son pendule au repos. On donne au pendule de A une élongation de $2^{\circ} 30'$. Au bout de 20 minutes, on trouve l'horloge B fonctionnant, son pendule décrivant un arc de $1^{\circ} 30'$; corrélativement l'arc de A n'est plus que de 2° . Une demi-heure après, A est arrêtée et le pendule de B a une élongation de $2^{\circ} 30'$. Ainsi A entraîne B, lui communique peu à peu son énergie cinétique; il arrive un moment où l'élongation de B devient suffisante pour que son échappement fonctionne. La communication d'énergie de A à B n'en continue pas moins.

Si au contraire on arrête A, qu'on le laisse au repos et qu'on lance B, A reste au repos.

L'énergie cinétique se communique bien de A à B, mais non de B à A.

Ellicott attribue le phénomène aux déplacements des supports (ici les caisses) *se communiquant de l'un à l'autre par le barreau de bois contre lequel elles sont appuyées*. Il oppose avec raison le poids très grand des pendules (plus de 10 kilogs) à la faiblesse des poids moteurs (ils étaient de 1,5 kg., mais un poids notablement moindre suffit).

Ellicott s'arrange de manière que la caisse de B ne touche plus le barreau de bois. Dans ces conditions A mis en marche ne communique plus son énergie à B.

Les caisses, étant écartées du barreau, sont reliées par une tige de bois contre laquelle elles s'appuient latéralement. L'influence est consi-

dérablement augmentée : le pendule A étant seul lancé, B d'abord au repos est mis en marche en moins de 6 minutes; A s'arrête 9 minutes après.

Les deux pendules n'étaient pas exactement de même longueur.

En isolant ses horloges, Ellicott constata que B avançait sur A de 96 secondes par jour.

En donnant aux deux pendules un mouvement aussi étendu que possible, Ellicott réussit à maintenir simultanément en marche les deux horloges, l'une prenant et cédant alternativement une partie de son énergie à l'autre; la période du phénomène était d'autant plus grande que les marches des horloges étaient plus concordantes. Dans ces conditions, elles avaient *absolument* la même marche, intermédiaire entre celles qu'elles possédaient individuellement.

L'expérience d'Ellicott s'explique en admettant que pour celle des vibrations principales du système qui est entretenue par les échappements, le rapport des amplitudes A : B des pendules A et B est très petit. A la vérité en augmentant suffisamment les poids moteurs, on peut rendre l'amplitude B assez grande pour que celle de A suffise au fonctionnement de son échappement. Mais pour des poids moteurs juste suffisants à la marche isolée des horloges, A perd au profit de B une telle part de son énergie que son échappement devient incapable d'entretenir son oscillation.

3° — EXPÉRIENCES DE VÉRITÉ.

J'ai dit que ces phénomènes ont été vingt fois redécouverts. Les expériences de Vérité (1845) ajoutent quelques particularités curieuses.

Son pendule A est entretenu par un échappement ordinaire; son pendule B n'est pas entretenu.

Première remarque intéressante : A et B ayant même période, A entretient B également bien pour les phases relatives 0 ou π .

On allonge la période de B en descendant sa lentille d'un tour d'écrou.

Sous l'influence de A, B se met en marche; l'amplitude de B croissant, celle de A diminue : l'échappement de A cesse de fonctionner, puis A revient au repos, alors que B oscille très fort. L'amplitude de B diminue, celle de A croît, l'échappement se remet à fonctionner, ... et tout recommence. Les pendules s'arrêtaient alternativement.

Si la lentille de B est descendue de plusieurs tours d'écrou, le phénomène ne se produit plus : il exige donc que la différence des périodes ne dépasse pas une certaine limite.

Quand la traverse de cuivre sur laquelle reposent les couteaux des pendules est scellée dans un gros mur, le phénomène ne se produit pas.

Pour évaluer l'énergie fournie au pendule B influencé, Vérité fixe à sa tige de sapin un cliquet qui, toutes les périodes, fait avancer d'une dent un rochet fixé sur l'axe d'un petit treuil. Sur le cylindre en bois du treuil s'enroule un fil de soie qui porte un poids que le pendule B fait monter. On évalue ainsi, en grammes-cm. par période, le travail

disponible sans que B s'arrête. Malheureusement Vérité dit seulement que B soulevait un poids de 7 grammes, ce qui ne nous apprend rien, sinon le peu de notions mécaniques précises que possédait l'expérimentateur.

237. Expériences de Savart (1838).

Son appareil est analogue à celui de la figure 272 qui est plus commode et plus stable. Une planche épaisse de bois est liée à une poutre

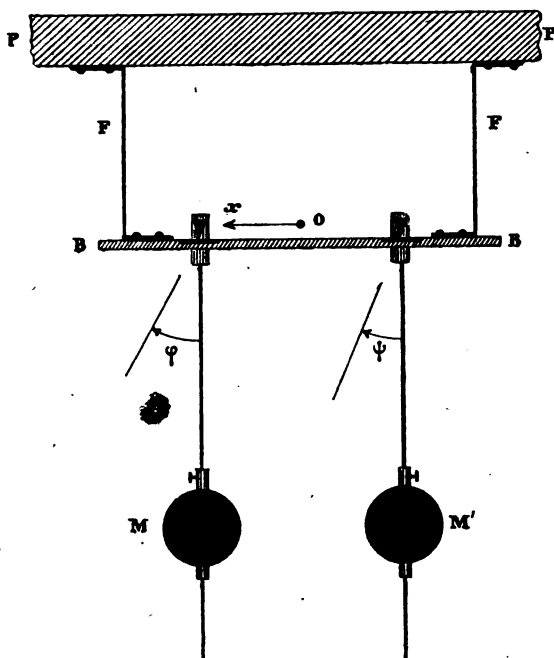


Fig. 272.

PP par quatre ressorts qui se projettent deux à deux l'un sur l'autre. Ils sont constitués par des bandes de feillard.

Le système possède une durée d'oscillation relativement courte.

On peut la raccourcir en appliquant contre les lames F (avec des presses à vis) d'autres lames qui en augmentent l'épaisseur.

La planche est entaillée de manière à permettre aux pendules M et M' d'osciller. Leurs couteaux reposent sur des plaques de métal encastrées dans la planche.

On peut imposer aux pendules la même période ou des périodes différentes.

a) Pour les pendules égaux, les phénomènes sont très simples; nous les connaissons déjà. Nous retrouvons nos *vibrations principales*.

Si les pendules sont lancés du même angle en sens inverses, le sup-

port BB reste immobile : les périodes sont les mêmes que s'il était parfaitement rigide.

Si les pendules sont lancés du même angle dans le même sens, le support BB oscille alors fortement ; la période est allongée d'autant plus que les ressorts F sont plus minces et plus longs, que les pendules sont plus courts et qu'ils ont plus de masse.

Enfin si l'un des pendules restant au repos, l'autre est lancé, l'énergie passe alternativement de l'un à l'autre. La période de ces battements est d'autant plus longue que les deux oscillations principales ont des périodes plus voisines.

A la vérité, le système ayant trois degrés de liberté, il y a trois oscillations principales. Mais la période de l'une d'elles est beaucoup plus courte que celle des deux autres ; elle n'intervient pratiquement pas. Nous revenons plus loin là-dessus.

b) *Pour les pendules inégaux* les phénomènes sont plus compliqués ; Savart, très bon expérimentateur mais théoricien médiocre, n'a pas su les débrouiller. Il est médusé par une synchronisation des pendules, impossible dans les conditions où il opérait. Il croyait les prendre simples en lâchant ses pendules au repos, après leur avoir imposé des écarts *égaux* avec la verticale, en sens contraires ou dans le même sens. Mais cette égalité des écarts est justement ce qui rend le phénomène inextricable quand on ignore la théorie. Tout ce que l'observation brute peut apprendre, il l'a reconnu, sans parvenir à des résultats généraux.

Nous ne reviendrons pas sur le cas des pendules *égaux* déjà longuement traité ; débrouillons les phénomènes pour les pendules *inégaux*.

238. Théorie des pendules sympathiques.

Je vais traiter le problème dans l'hypothèse des frottements nuls et dans l'hypothèse connexe des forces d'entretien nulles. La théorie simpliste qui suit, laisse donc de côté la majeure partie des phénomènes et malheureusement la plus intéressante. Resterait à expliquer par quel mécanisme le plus souvent une des vibrations principales subsiste seule, quand le système est entretenu par des forces périodiques intérieures analogues à celles que produit un échappement.

1° — Les déplacements de la planche BB se réduisent à une petite oscillation *horizontale* dans le plan d'oscillation des pendules.

Soit x une variable fixant la position de la planche.

La théorie du paragraphe (tome I, § 67) sur l'entraînement du support d'un pendule unique, permet d'écrire immédiatement les deux équations :

$$\begin{aligned}x'' + b\varphi'' + g\varphi &= 0, \\x'' + b'\psi'' + g\psi &= 0,\end{aligned}$$

identiques à celles du paragraphe 223.

Nous avons de plus l'équation :

$$Ax'' + Bx - mg\varphi - m'g\psi = 0, \quad (2)$$

qui exprime le mouvement du support; $mg\varphi$ et $m'g\psi$ sont les composantes *horizontales* de la pression des pendules sur la barre BB.

Le coefficient B mesure la réaction des lames verticales fléchies.

Enfin A est une quantité de la nature d'une masse; elle mesure l'équivalent de la masse du système constitué par les lames flexibles et la planche, système que, pour faire court, nous appellerons *le support*.

Nous admettrons (c'est le cas de la plupart des appareils utilisés pour vérifier la théorie) que Ax'' est négligeable devant Bx . Cela suppose que la masse de la planche est petite par rapport à la réaction de flexion des lames; par conséquent que les lames sont assez courtes, épaisses et larges. Cela revient encore à dire que les oscillations du *support* privé des pendules ont une période courte par rapport à celles des pendules.

Cette hypothèse ramène le système à ne plus avoir que deux variables principales.

En réalité, nous laissons de côté une des oscillations principales dont la période est beaucoup plus courte que la période des deux autres.

2° — Pour faciliter la discussion, supposons les pendules de même masse. Si on les assimile à des pendules simples, les paramètres b et b' mesurent leurs longueurs.

Posons $b > b'$. On a donc les trois équations :

$$\begin{aligned} x'' + b\varphi'' + g\varphi &= 0, \\ x'' + b'\psi'' + g\psi &= 0, \\ Bx &= mg(\varphi + \psi). \end{aligned} \quad (1)$$

Nous pouvons les écrire :

$$\beta\varphi'' + \delta\varphi + \psi'' = 0, \quad \beta'\psi'' + \delta\psi + \varphi'' = 0,$$

avec la condition $\beta > \beta'$.

L'intégrale générale est :

$$\begin{aligned} \varphi &= P \sin(\omega_1 t - \epsilon_1) + Q \sin(\omega_2 t - \epsilon_2), \\ \psi &= P \rho_1 \sin(\omega_1 t - \epsilon_1) + Q \rho_2 \sin(\omega_2 t - \epsilon_2), \end{aligned} \quad (2)$$

avec les conditions :

$$\begin{aligned} (\beta + \rho)\omega^2 &= \delta, & \left(B' + \frac{1}{\rho}\right)\omega^2 &= \delta, \\ (\beta\omega^2 - \delta)(\beta'\omega^2 - \delta) &= \omega^4, \\ \rho &= \frac{-\beta\omega^2 + \delta}{\omega^2} = \frac{\omega^2}{-\beta'\omega^2 + \delta}. \end{aligned} \quad (3)$$

Soit :

$$\omega_1 > \omega_2, \quad T_1 < T_2;$$

la vibration principale 1 a sa période plus courte que la vibration principale 2.

Les équations (3) exigent qu'on ait :

$$\rho_1 < \rho_2, \quad \frac{1}{\rho_1} < \frac{1}{\rho_2}.$$

Elles ne peuvent être satisfaites simultanément qu'en posant :

$$\rho_1 < 0, \quad \rho_2 > 0.$$

La vibration de plus courte période correspond donc au cas où les pendules sont décalés de π ; la vibration de plus longue période correspond au cas où les pendules oscillent sans décalage.

3° — Traitons un cas numérique. Les pendules sont longs à peu près de 105 et 100 cm.; je prends 1000 cm. pour valeur de g . D'où :

$$\begin{aligned} x'' + 105\phi'' + 1\,000\varphi &= 0, \\ x'' + 100\psi'' + 1\,000\psi &= 0. \end{aligned}$$

On vérifie d'abord que les périodes naturelles des pendules sont :

$$T_\varphi = 2\pi\sqrt{0,105} = 2^s,036, \quad T_\psi = 2\pi\sqrt{0,100} = 1^s,987;$$

$$T_\varphi - T_\psi = 0,049.$$

Posons :

$$x = 10(\varphi + \psi).$$

Cela signifie que si les pendules sont écartés simultanément de 10° dans le même sens ($10^\circ = 0,1745$), la planche se déplace de :

$$10 \times 0,1745 \times 2 = 3,49 \text{ centimètres.}$$

Les équations à intégrer deviennent :

$$\begin{aligned} 11,5\varphi'' + 100\varphi + \psi'' &= 0, \\ 11\psi'' + 100\psi + \varphi'' &= 0. \end{aligned}$$

Des calculs faciles, *mais qu'il faut pousser assez loin pour ne pas avoir des résultats illusoires*, donnent :

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= 9,784 & T_1 &= 2,012 & \rho_1 &= -1,281; \\ \omega_2^2 &= 8,144 & T_2 &= 2,202 & \rho_2 &= +0,780 \\ T_2 - T_1 &= 0,190. \end{aligned}$$

Nous avons posé :

$$\psi = \rho\varphi.$$

Revenons à la discussion générale que précise la figure 273.

4° — Considérons la vibration principale 1 pour laquelle les pendules vont en sens contraires, vibration dont la période est plus courte.

La planche BB doit se déplacer dans le sens du pendule le plus court, de manière que son inertie soit en apparence augmentée.

Conséquemment, les masses des pendules étant les mêmes, l'amplitude de l'oscillation du pendule le plus court doit dépasser celle du plus long.

ρ_1 est négatif et plus grand que 1 en valeur absolue.

Pour la vibration principale 2, les deux pendules et la planche vont simultanément dans le même sens. Pour que les deux pendules prennent simultanément la même période, il faut que le déplacement du support (qui amène un allongement de la période) ait un effet plus grand sur le pendule court. Il faut donc que l'amplitude de son oscillation

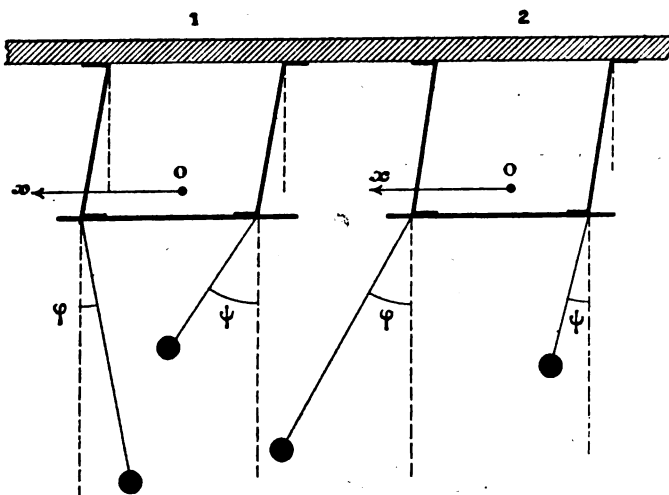


Fig. 273.

tion soit relativement petite. Corrélativement il faut que l'amplitude de l'oscillation du grand pendule soit grande.

Rangeons les périodes par ordre de valeurs croissantes; on a :

T_ψ	T_1	T_2	T_3
1,987	2,012	2,036	2,202.

Le support allant pour les deux cas dans le même sens que le pendule le plus court, les périodes T_1 et T_2 sont plus grandes que T_ψ .

Au contraire T_3 est compris entre T_1 et T_2 ; la période du pendule le plus long est raccourcie pour la vibration 1, allongée pour la vibration 2.

239. Expériences de Savart.

1° — LES PENDULES SONT LÂCHÉS SANS VITESSE.

En prenant pour origine des temps ($t=0$) l'instant où les pendules sont lâchés, on a :

$$\begin{aligned}\varphi &= -Pr_1 \cos \omega_1 t + Q \cos \omega_2 t, \\ \psi &= P \cos \omega_1 t + Qr_2 \cos \omega_2 t.\end{aligned}$$

On a les conditions :

$$\omega_1 > \omega_2; \quad 0 < r_1 < 1, \quad 0 < r_2 < 1.$$

φ est le pendule le plus long.

a) Les pendules sont lâchés quand ils font des angles égaux en sens inverses avec la verticale :

$$\begin{aligned}\varphi &= -\psi = \alpha_0, \\ -Pr_1 + Q &= \alpha_0, \quad P + Qr_2 = -\alpha_0; \\ P &= -\alpha_0 \frac{1+r_2}{1+r_1r_2}, \quad Q = \alpha_0 \frac{1-r_1}{1+r_1r_2}.\end{aligned}$$

C'est donc l'oscillation 1, celle dont la période est plus courte, qui l'emporte. Avec les valeurs ci-dessus trouvées pour r_1 et r_2 , on a sensiblement $(-P) : Q = 9$.

b) Les pendules sont lâchés quand ils font des angles égaux du même côté de la verticale :

$$\begin{aligned}\varphi &= \psi = \alpha_0, \\ -Pr_1 + Q &= \alpha_0, \quad P + Qr_2 = \alpha_0; \\ P &= \alpha_0 \frac{1-r_2}{1+r_1r_2}, \quad Q = \frac{\alpha_0(1+r_1)}{1+r_1r_2}.\end{aligned}$$

C'est maintenant l'oscillation 2, celle dont la période est plus longue, qui l'emporte. Avec les nombres ci-dessus trouvés pour r_1 et r_2 , on a :

$$Q : P = 9.$$

2° — LES PENDULES PARTENT DES POSITIONS D'ÉQUILIBRE.

En prenant pour origine des temps ($t=0$) l'instant où les pendules partent de la position d'équilibre, on a :

$$\begin{aligned}\varphi &= -Pr_1 \sin \omega_1 t + Q \sin \omega_2 t, \\ \psi &= P \sin \omega_1 t + Qr_2 \sin \omega_2 t.\end{aligned}$$

a) Le pendule le plus long est abandonné sans vitesse; le plus court reçoit une impulsion.

La condition est :

$$-Pr_1\omega_1 + Q\omega_2 = 0, \quad \frac{P}{Q} = \frac{\omega_2}{r_1\omega_1}.$$

ω_1 et ω_2 diffèrent toujours peu, on a donc :

$$P > Q.$$

C'est la vibration 1 qui l'emporte, celle dont la période est la plus courte.

b) Le pendule le plus court est abandonné sans vitesse; le plus long reçoit une impulsion.

La condition est :

$$\begin{aligned}P\omega_1 + Qr_2\omega_2 &= 0, \quad \frac{Q}{P} = -\frac{\omega_1}{r_2\omega_2}, \\ (-Q) &> P.\end{aligned}$$

C'est la vibration 2 qui l'emporte, celle dont la période est la plus longue.

240. Résultats de Savart.

Savart n'a pas su débrouiller le phénomène. Mais habile expérimentateur, il a reconnu ce qui en est le plus apparent. Par exemple il rapproche les cas *a*) des 1° et 2°; de même il rapproche les cas *b*).

« Lorsque le pendule *le plus court* est seul ébranlé, dit-il, les phénomènes ont la plus grande analogie avec ceux que présentent les pendules lâchés quand ils font le même angle avec la verticale *en sens*

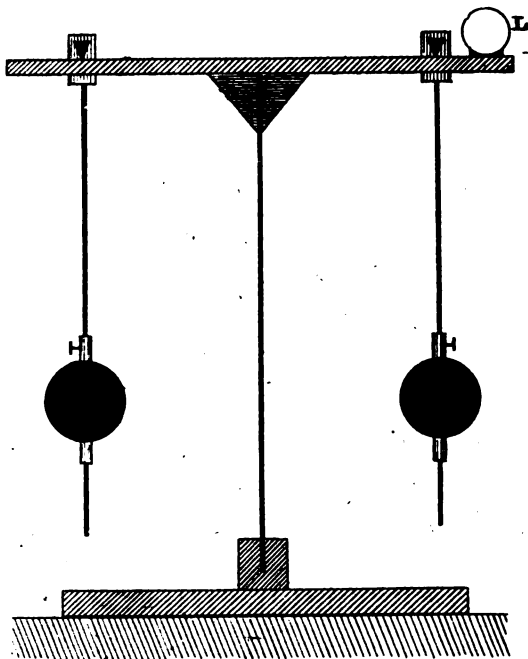


Fig. 274.

inverses. » En effet dans les deux cas c'est la vibration 1 qui l'emporte. Il trouve qu'alors les pendules vont toujours en sens contraires, excepté au moment où le plus long s'arrête et où ils vont un instant dans le même sens.

« De même lorsque le pendule *le plus long* est seul ébranlé, les phénomènes ont la plus grande analogie avec ceux que présentent les pendules lâchés quand ils font le même angle avec la verticale *dans le même sens.* »

J'ai déjà dit que Savart est médusé par la synchronisation des pendules, bien qu'il n'ait pas su découvrir le moyen d'avoir des oscillations synchrones. Mais il remarque fort justement que la synchronisation se fait d'autant mieux que les périodes naturelles des pendules diffèrent moins, que les pendules sont plus lourds, que les ressorts de suspension sont plus longs, plus minces et moins larges. *Dans la théorie qui*

précède, ce sont les conditions pour que les rapports r_1 et r_2 ne soient pas trop petits. Si l'on s'écarte de ces conditions, les rapports r_1 et r_2 tendent vers 0 : les pendules oscillent en définitive chacun pour son compte. Le cas optimum est réalisé par les pendules égaux ($r_1 = r_2 = 1$).

Au reste la théorie précédente est simpliste pour plusieurs raisons.

La première est qu'elle ne s'applique qu'aux oscillations de très faibles amplitudes, les seules pour lesquelles les équations soient correctes.

La seconde est dans l'hypothèse sur la nature des déplacements du support. Avec le support que nous décrivons au paragraphe 237, il est légitime d'admettre un déplacement horizontal de l'arête du couteau. Avec le support de Savart (longue verge verticale portant une traverse horizontale sur laquelle reposent les couteaux, fig. 274), il faut tenir compte d'un déplacement vertical.

Il y a plus; la suppression du terme Ax'' dans l'équation (2) est généralement inadmissible. Avec une lentille L, projetons l'image d'un point lumineux; nous obtenons sur un écran l'image agrandie de la trajectoire du centre optique de la lentille.

Ce n'est pas une petite droite horizontale ou inclinée; Savart lui trouvait vaguement une forme elliptique.

Est-ce à dire qu'il faille compliquer la théorie? Évidemment non.

Il n'y a aucun intérêt à se proposer des problèmes complexes sans application, puisque personne n'a la prétention de transformer leur solution en un critère des principes de la Mécanique.

241. Problème de Faye-Peirce.

Pour éviter le déplacement du support dans les mesures précises de la gravité (tome I, § 67), Faye proposa de faire osciller sur le même support deux pendules aussi identiques que possible, qu'on lâcherait à partir d'inclinaisons symétriques par rapport à la verticale moyenne.

Le procédé parut d'abord mauvais; il fut ensuite défendu par Peirce (1879) qui retrouva pour la $n^{\text{ème}}$ fois la théorie des pendules sympathiques.

Nous savons que si les pendules ont des périodes très voisines, la période T_1 d'une des oscillations principales est la moyenne de leurs périodes naturelles. En appelant $l + \Delta l$ et $l - \Delta l$ les longueurs des pendules simples équivalents, il revient au même de dire que la période T_1 est celle du pendule de longueur l .

Ce point restant incontesté, la difficulté est de mesurer la période T_1 d'après l'observation du mouvement complexe. En effet le lancement ne peut jamais être tel que l'oscillation 2 n'existe rigoureusement pas. Elle se compose avec l'oscillation 1. Elle produit des variations apparentes d'amplitude très gênantes dans la détermination de la période. Peirce propose de mesurer la période T_1 d'après le temps qui s'écoule entre deux passages des deux pendules simultanément par la verticale.

Quoi qu'il en soit de cette méthode, il faut convenir que c'est une

bien étrange façon de faire de la précision que de rendre intentionnellement un mouvement complexe. On a beau dire que le mouvement simple dont on veut déterminer la période, subsiste dans le mouvement complexe, on est toujours inquiet des modifications qu'il peut en subir.

242. Horloges à deux pendules, montres à deux balanciers.

L'idée est singulière.

Bréguet construisit une horloge astronomique avec *deux* pendules placés l'un devant l'autre. Ils sont suspendus à couteau sur un même bras de laiton faisant partie du support général de l'horloge.

Chaque pendule est entretenue par un rouage particulier.

Les pendules sont réglés autant que possible pour la même période. On constate alors qu'ils sont toujours parfaitement synchrones et battent en sens inverses.

Voici maintenant quel avantage Bréguet trouvait à ce dispositif (trop compliqué du reste pour avoir une utilité pratique). Les secousses qu'un édifice éprouve par le roulement des voitures altèrent la marche d'une horloge; mais les pendules allant en sens contraires, les déplacements du support ne peuvent gêner l'un sans aider l'autre. Comme les pendules se synchronisent, les perturbations sont annulées.

Bréguet mit dans la même boîte deux chronomètres indépendants. Au porter, à plat, au pendu, ... les aiguilles battent ensemble la même fraction de seconde.

Comme ornement de vitrine on trouve parfois chez les horlogers une horloge à double pendule. L'un est monté dans les conditions ordinaires et entretenu par une roue d'échappement. L'autre repose simplement sur la même plaque métallique que le premier; il oscille par sympathie en sens inverse (décalage π).

243. Diapason, pincette; cordes vibrantes.

1° — Un diapason donnant un son très grave (une pincette fait bien l'affaire), est solidement fixé sur son support.

Quand on fait vibrer les lames à la manière ordinaire (fig. 275, I), l'élasticité du support n'intervient pas. Quand au contraire on fait vibrer les lames dans le même sens (fig. 275, II), la flexion du support intervient pour allonger un peu la période.

Corrélativement, en excitant l'appareil par un coup sur l'une des branches, on constate que l'énergie passe alternativement d'une branche à l'autre.

Le phénomène n'est pas observable quand le support est absolument rigide, ou quand il ne l'est pas du tout, par exemple quand on tient le diapason à la main.

2° — A la place d'un diapason, on emploie plus commodément des

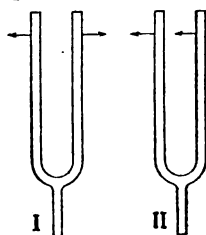


Fig. 275.

verges rigides implantées dans la pièce horizontale du T de la figure 274. En les choisissant à peu près de même période propre, on obtient les deux vibrations principales de période égale à la période propre et de période voisine. En frappant n'importe comment l'une des tiges, on observe les battements et le transfert d'énergie par l'intermédiaire de la tige verticale élastique du T.

3° — Mêmes expériences en montant deux cordes identiques sur une contrebasse.

Quand on ébranle simultanément, en sens contraires ou dans le même sens, avec des amplitudes égales, on n'entend pas de battements : on réalise l'une des vibrations principales. Quand on ébranle une seule corde, *alors même que les deux seraient parfaitement à l'unisson*, on voit le transfert d'énergie. On entend même des battements à l'instant où l'une des cordes possède l'amplitude maxima, tandis que l'amplitude de l'autre est nulle.

Quand les cordes oscillent dans le même sens, leur période est un peu plus grande que quand elles oscillent en sens contraires. Dans le premier cas elles mettent en branle le support, ce qu'elles ne font pas dans le second cas.

Inversement, si les deux cordes rendent des sons peu différents et qu'on les ébranle en même temps avec un archet, *elles pourront donner l'unisson sans faire de battements*.

244. Problème de la balance.

Il est classique sous une forme où il n'a qu'un vague rapport avec une balance *bien construite*. Indiqué par D. Bernoulli, sa solution est facile; on retrouve les trois vibrations principales que nous connaissons. Le problème n'est véritablement intéressant que pour la balance *bien construite* : *les trois couteaux sont coplanaires*. C'est ce que supposait Euler dans son analyse malheureusement incomplète.

Posons le problème d'une manière générale (fig. 276).

1° — Les coordonnées des points C et B et leurs accélérations sont :

$$\begin{aligned} x &= a \sin \theta + l \cos \theta, & z &= a \cos \theta - l \sin \theta; \\ x'' &= -(a \sin \theta + l \cos \theta) \theta'^2 + (a \cos \theta - l \sin \theta) \theta'', \\ z'' &= -(a \cos \theta - l \sin \theta) \theta'^2 - (a \sin \theta + l \cos \theta) \theta'', \\ X &= a \sin \theta - l \cos \theta, & Z &= a \cos \theta + l \sin \theta; \\ X'' &= -(a \sin \theta - l \cos \theta) \theta'^2 + (a \cos \theta + l \sin \theta) \theta'', \\ Z'' &= -(a \cos \theta + l \sin \theta) \theta'^2 - (a \sin \theta - l \cos \theta) \theta''. \end{aligned}$$

En vertu du § 67 du tome I les équations du mouvement des pendules inférieurs sont :

$$b \varphi'' + g \sin \varphi = \sin \varphi \cdot Z'' - \cos \varphi \cdot X'', \quad (1)$$

$$b' \psi'' + g \sin \psi = \sin \psi \cdot z'' - \cos \psi \cdot x''. \quad (2)$$

Appelons Φ et Ψ les tensions des fils des pendules correspondants :

$$\Phi = mg \cos \varphi + mb \varphi'^2, \quad \Psi = mg \cos \psi + mb' \psi'^2, \quad (4)$$

en supposant les plateaux de même masse.

Enfin écrivons l'équation du mouvement du fléau sous l'action de son poids appliqué au point G et des moments des tensions des fils :

$$I\theta'' + Mg(a + \lambda) \sin \theta = \Psi(-x \cos \psi + z \sin \psi) + \Phi(-X \cos \varphi + Z \sin \varphi). \quad (4)$$

Le problème est ainsi complètement posé.

I est le moment d'inertie du fléau, M est sa masse.

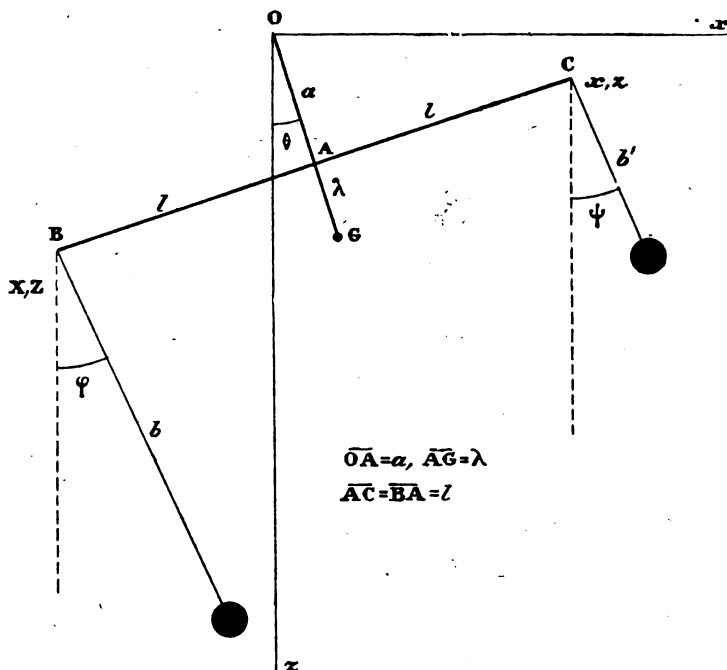


Fig. 276.

2° — VIBRATIONS INFINIMENT PETITES POUR LA BALANCE PARESSEUSE.

Ne tenons compte que des quantités du premier ordre en θ , φ , ψ .

On a :

$$\Phi = \Psi = mg,$$

$$x = a\theta + l, \quad x'' = a\theta''; \quad z = a - l\theta, \quad z'' = -l\theta''.$$

$$X = a\theta - l, \quad X'' = a\theta''; \quad Z = a + l\theta, \quad Z'' = l\theta''.$$

Les équations du mouvement deviennent :

$$b\varphi'' + g\varphi + a\theta'' = 0, \quad (1')$$

$$b'\psi'' + g\psi + a\theta'' = 0. \quad (2')$$

$$I\theta'' + Mg(a + \lambda)\theta - amg[-2\theta + \varphi + \psi] = 0. \quad (4')$$

Ces équations ont la forme que nous connaissons; nous ne reviendrons pas sur leur discussion.

Voici l'intéressant : quand $a=0$, c'est-à-dire quand les points BOC sont en ligne droite (ce qu'on s'efforce toujours de réaliser dans une balance), les équations se réduisent à :

$$b\varphi'' + g\varphi = 0, \quad b'\psi'' + g\psi = 0, \quad I\theta'' + Mg\lambda\theta = 0.$$

Les trois pendules oscillent comme s'ils étaient isolés et suspendus à des supports invariables.

Effectivement dans une balance bien construite, pour des oscillations très petites, l'oscillation d'un plateau dans le plan vertical du fléau ne se transmet pas sensiblement à l'autre plateau.

Corrélativement une oscillation très petite du fléau ne produit que des oscillations *verticales* des plateaux ($\varphi = \psi = 0$).

3° — GRANDES OSCILLATIONS POUR LA BALANCE BIEN CONSTRUITE.

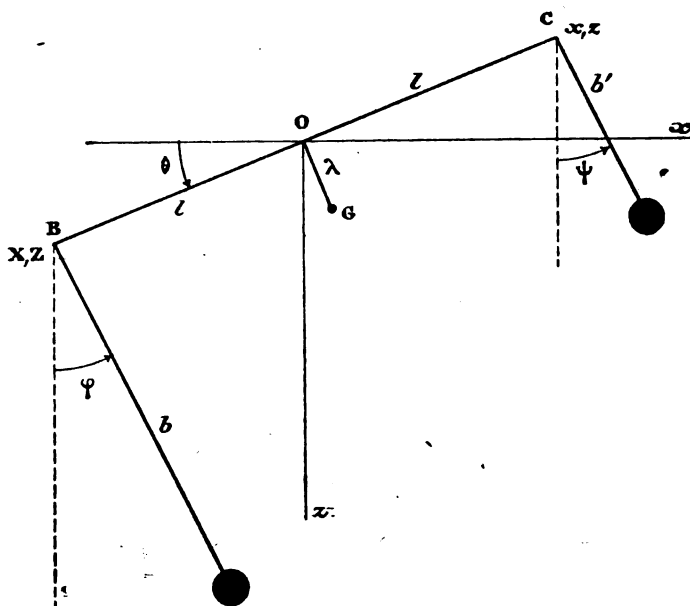


Fig. 277.

Reprenons le cas de la balance bien construite ($a=0$) et pour les oscillations non très petites. Conservons les termes en θ^2 , φ^2 , ψ^2 .

Pour simplifier, posons $b=b'$.

Les équations deviennent :

$$\begin{aligned} x &= l \cos \theta, & z &= -l \sin \theta; \\ x'' &= -l \cos \theta \cdot \theta'^2 - l \sin \theta \cdot \theta'', & z'' &= l \sin \theta \cdot \theta'^2 - l \cos \theta \cdot \theta''; \\ X &= -l \cos \theta, & Z &= l \sin \theta; \\ X'' &= l \cos \theta \cdot \theta'^2 + l \sin \theta \cdot \theta'', & Z'' &= -l \sin \theta \cdot \theta'^2 + l \cos \theta \cdot \theta''. \end{aligned}$$

Les équations du mouvement des pendules inférieurs deviennent :

$$b\varphi'' + g\varphi = l(\varphi\theta'' - \theta'^2), \quad (1'')$$

$$b\psi'' + g\psi = -l(\psi\theta'' - \theta'^2). \quad (2'')$$

Passons à la troisième équation. A l'approximation posée, on a :

$$\Phi = mg\left(1 - \frac{\varphi^2}{2}\right) + mb\varphi'^2,$$

$$\Psi = mg\left(1 - \frac{\psi^2}{2}\right) + mb\psi'^2.$$

$$-x \cos \psi + z \sin \psi = -l\left[1 - \frac{\theta^2}{2} - \frac{\psi^2}{2} + \theta\psi\right] = -l\left[1 + \frac{(\theta - \psi)^2}{2}\right]$$

$$-X \cos \varphi + Z \sin \varphi = l\left[1 + \frac{(\theta - \varphi)^2}{2}\right].$$

D'où :

$$l\theta'' + Mg\lambda\theta = lm[g\theta(\psi - \varphi) + b(\varphi'^2 - \psi'^2)].$$

Ces équations ont une solution évidente :

$$\theta = 0, \quad \varphi = \pm \psi, \quad \text{par suite} \quad \varphi'^2 - \psi'^2 = 0.$$

Les pendules inférieurs ont des mouvements de même amplitude, décalés de 0 ou de π . Leurs actions à chaque instant sur le fléau sont égales et de sens contraires; le fléau reste donc bien immobile.

L'intégrale comprend maintenant des termes en ωt et en $2\omega t$; ce qui est évident *a priori*, et ce qu'on vérifie immédiatement.

Je n'insiste pas sur la solution du problème qui est très complexe. Cet exemple suffit à montrer que, si la théorie des petits mouvements de Lagrange est très intéressante, elle ne s'applique pas toujours, même approximativement. Elle représente un cas limite.

4° — CAS PARTICULIER INTÉRESSANT.

Comme cas particulier intéressant, supposons une des masses liée au fléau, ce qui revient à poser $b' = 0$. Il reste les équations :

$$b\varphi'' + g\varphi = l(\varphi\theta'' - \theta'^2),$$

$$l\theta'' + Mg\lambda\theta = lm[-g\theta\varphi + b\varphi'^2].$$

Comme première approximation, on peut écrire :

$$\varphi = \varphi_0 \sin \omega t,$$

$$\theta = N + P \sin \omega t + Q \cos 2\omega t.$$

245. Pendule de torsion triple.

1° — Je signale le phénomène parce qu'il peut causer une erreur dans les mesures de couple : il a été découvert par Tomlinson précisément dans la mesure de la rigidité d'un fil F.

Le fil supporte une barre horizontale à laquelle sont suspendues deux masses m par des fils métalliques *très fins*.

Nous supposons les masses m égales et les fils f identiques.

Nous admettrons que dans la rotation du système ils restent verticaux.

Soit j le moment d'inertie de la barre; nous posons :

$$j + 2ml^2 = I.$$

Appelons θ la rotation de la barre, φ et ψ les rotations des masses m ; les constantes des fils sont C pour F , c pour f .

On trouve immédiatement pour équations du mouvement :

$$I\theta'' + C\theta + c(\theta - \varphi) + c(\theta - \psi) = 0,$$

$$i\varphi'' + c(\varphi - \theta) = 0,$$

$$i\psi'' + c(\psi - \theta) = 0.$$

i est le moment d'inertie de chaque masse m par rapport à la verticale du fil correspondant.

Ces équations admettent une première solution évidente :

$$\theta = 0, \quad \varphi + \psi = 0.$$

Si en effet les masses m ont à chaque instant des

azimuts égaux et de sens contraires et si la barre est immobile, elle supporte des couples à chaque instant égaux et de signes contraires, par suite elle reste immobile.

La fréquence des oscillations est la même que si les pendules de torsion latéraux étaient isolés.

Les deux autres oscillations principales correspondent à la condition :

$$\varphi = \psi.$$

Les équations se réduisent à deux :

$$I\theta'' + (C + 2c)\theta - 2c\varphi = 0,$$

$$i\varphi'' + c(\varphi - \theta) = 0.$$

Posons comme précédemment :

$$\theta = \theta_0 \sin \omega t, \quad \varphi = \varphi_0 \sin \omega t.$$

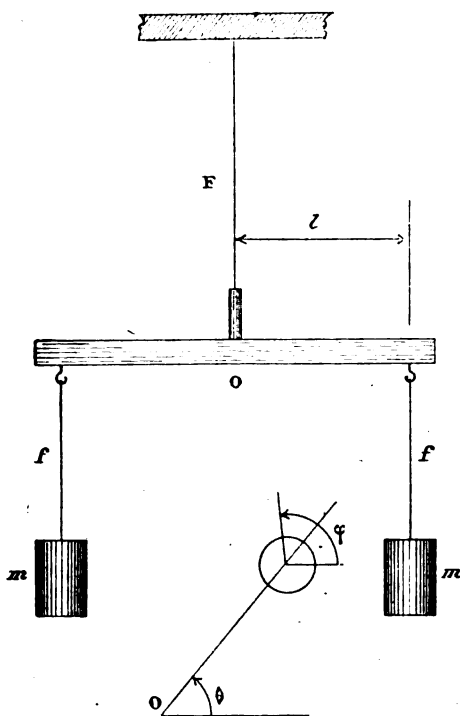


Fig. 278.

Nous trouvons les conditions :

$$\begin{aligned} -I\omega^2 + C + 2c(1 - \rho) &= 0, \\ \rho i\omega^2 + c(1 - \rho) &= 0. \end{aligned}$$

Réolvons par rapport à ρ :

$$2ic\rho^2 - \rho[i(C + 2c) - Ic] - Ic = 0.$$

Supposons le synchronisme établi entre les oscillations du grand pendule et celles des petits. On a donc sensiblement :

$$\frac{C + 2c}{I} = \frac{c}{i}, \quad \rho = \pm \sqrt{\frac{I}{2i}}, \quad \omega^2 = \frac{c}{i} \left(1 \pm \sqrt{\frac{2i}{I}}\right).$$

Mais i est très petit devant I . Les fréquences des vibrations principales sont donc presque égales : il se produit des battements.

2° — Voici maintenant la description du phénomène par Tomlinson.

Pour déterminer la constante de torsion du fil F , il modifie le moment d'inertie de l'oscillateur en déplaçant les points d'attache des fils f . Pour une certaine valeur de l , il constate le fait suivant. Il met le pendule en oscillation (par exemple en tordant un instant l'extrémité supérieure du fil F). Au lieu de diminuer régulièrement et lentement, l'amplitude diminue rapidement; la barre reste un instant au repos; puis son amplitude croît à nouveau..., et ainsi de suite.

Simultanément il constate une oscillation des masses m autour de leurs fils de suspension.

Effectivement pour que dans l'oscillation de la barre, les fils f ne se tordent pas, il faut que les masses m présentent toujours la même génératrice à l'observateur placé en O , c'est-à-dire qu'elles tournent du même angle et dans le même sens que l'oscillateur :

$$\theta = \varphi = \psi.$$

Ce n'est mécaniquement possible que si la constante c est énorme, auquel cas il faut poser :

$$c(\theta - \varphi) = c(\theta - \psi) = i\varphi'' = i\psi'' = i\theta''.$$

L'équation du mouvement devient :

$$(I + 2i)\theta'' + C\theta = 0,$$

qui a la forme classique.

S'il n'en est pas ainsi, l'inertie des masses m impose qu'elles tournent moins que cette équation ne le suppose.

Nous retombons sur la forme générale.

Théorie des cordes vibrantes de Lagrange.

246. Corde chargée de masses égales et équidistantes.

1° — Généralisons la théorie du tome I, § 106.

Une corde de longueur l est divisée en n segments égaux de longueur λ , par $n - 1$ masses μ . On demande la loi de vibration quand les amplitudes sont assez petites pour que les masses décrivent sensiblement des normales à la forme rectiligne d'équilibre Ox du fil.

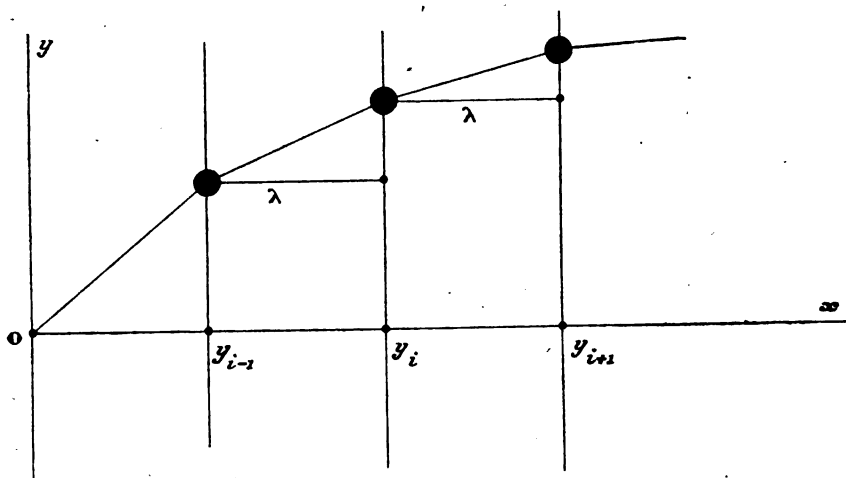


Fig. 279.

La longueur du fil reste sensiblement invariable malgré la déformation : corrélativement sa tension τ est constante.

A un certain instant, soit y_{i-1} , y_i , y_{i+1} , les ordonnées de trois masses consécutives; i varie de 1 à $n - 1$.

Les extrémités de la corde correspondent à $i = 0$ et $i = n$.

La corde étant fixée en ces points, on a, quel que soit le temps :

$$y_0 = y_n = 0, \quad \frac{dy_0}{dt} = \frac{dy_n}{dt} = 0.$$

Entre les masses la corde est rectiligne.

Écrivons l'équation du mouvement pour la masse i .

La résultante des forces sur la masse i est :

$$\frac{\tau}{\lambda}(y_{i+1} - y_i) - \frac{\tau}{\lambda}(y_i - y_{i-1}) = \frac{\tau}{\lambda}(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}).$$

Les équations du mouvement sont donc (en posant $e = \frac{c}{\mu\lambda}$) :

$$\begin{aligned}\frac{d^2 y_1}{dt^2} &= e(y_2 - 2y_1), \\ \frac{d^2 y_i}{dt^2} &= e(y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}), \\ \frac{d^2 y_{n-1}}{dt^2} &= e(-2y_{n-1} + y_{n-2}).\end{aligned}$$

2° — Les intégrales de ces équations sont de la forme :

$$y_i = P_p \sin \frac{ip\pi}{n} \cos \left(2t \sqrt{e} \sin \frac{p\pi}{2n} \right) + Q_p \sin \frac{ip\pi}{n} \sin \left(2t \sqrt{e} \sin \frac{p\pi}{2n} \right).$$

Chaque intégrale particulière est caractérisée par une valeur entière de p : la formule précédente donne les ordonnées de toutes les masses en prenant successivement $i = 1, \dots, n-1$.

P_p et Q_p sont deux constantes d'intégration, évidemment les mêmes pour toutes les masses.

p peut varier de 1 à $n-1$. Nous avons donc $n-1$ intégrales particulières (autant que de libertés); nous avons par conséquent $2(n-1)$ constantes arbitraires. Comme nous avons $n-1$ équations différentielles du second ordre, il reste à vérifier par substitution que la forme indiquée satisfait aux équations différentielles, pour être sûr de posséder l'intégrale générale : ce que le lecteur fera sans difficulté.

Comme Lagrange procède en sens inverse, il met 18 pages grand *in-quarto* pour aboutir au résultat.

Faut-il répéter pour la millièème fois que cette marche *soi-disant démonstrative* n'ajoute pas un fétu de certitude à la conclusion?

Elle ne sert qu'à montrer l'ingéniosité (!?) des géomètres.

3° — On peut évidemment écrire l'intégrale particulière sous la forme :

$$y_i = M_p \sin \frac{ip\pi}{n} \cos(\omega t - \alpha_p),$$

en posant :

$$M_p \cos \alpha_p = P_p, \quad M_p \sin \alpha_p = Q_p.$$

A chaque instant pour cette intégrale particulière, les masses sont sur la sinusoïde :

$$y = [M_p \cos(\omega t - \alpha_p)] \sin \frac{p\pi x}{l}.$$

En effet l' x de la masse i est : $x = i\lambda$, et l'on a : $l = n\lambda$.

Pour $p = 1$, nous avons une demi-période de la sinusoïde; pour $p = 2$, nous avons 2 demi-périodes; pour $p = n-1$, nous avons $n-1$ demi-périodes.

Ainsi se trouvent définies les *vibrations principales* du système oscillant.

Quand le temps varie, l'amplitude de ces sinusoïdes varie : ce qui

défini complètement le mouvement des masses qui doivent rester dessus et dont les abscisses x sont invariables.

Par exemple supposons $n = 4$.

Les trois intégrales particulières sont :

$$p=1 \quad \begin{cases} y_1 = 0,707 M_1 \cos(\omega_1 t - \alpha_1), \\ y_2 = M_1 \cos(\omega_1 t - \alpha_1), \\ y_3 = 0,707 M_1 \cos(\omega_1 t - \alpha_1). \end{cases} \quad N_1 = 0,383 \sqrt{e} : \pi,$$

$$p=2 \quad \begin{cases} y_1 = M_2 \cos(\omega_2 t - \alpha_2), \\ y_3 = -M_2 \cos(\omega_2 t - \alpha_2), \end{cases} \quad \begin{matrix} y_2 = 0, \\ N_2 = 0,707 \sqrt{e} : \pi. \end{matrix}$$

$$p=3 \quad \begin{cases} y_1 = 0,707 M_3 \cos(\omega_3 t - \alpha_3), \\ y_2 = -M_3 \cos(\omega_3 t - \alpha_3), \\ y_3 = 0,707 M_3 \cos(\omega_3 t - \alpha_3). \end{cases} \quad N_3 = 0,924 \sqrt{e} : \pi.$$

La figure 280 représente les sinusoïdes extrêmes et l'une des positions extrêmes des masses vibrantes.

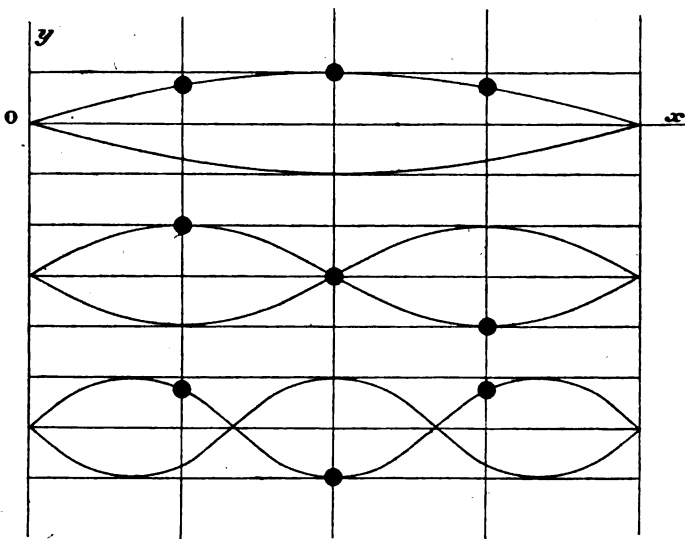


Fig. 280.

4° — D'une manière générale la fréquence N est donnée par la formule :

$$2\pi Nt = 2t \sqrt{e} \sin \frac{p\pi}{2n}, \quad N = \frac{\sqrt{e}}{\pi} \sin \frac{p\pi}{2n}.$$

Dans le cas précédent

$$n = 4, \quad N = \frac{\sqrt{e}}{\pi} \sin \frac{p\pi}{8}.$$

Les équations différentielles étant linéaires, le mouvement le plus général est la superposition des mouvements qui correspondent aux

intégrales particulières. Mais on peut réaliser isolément chacun des mouvements simples, chacune des *vibrations principales*.

247. Passage à la corde homogène.

1° — Nous n'avons qu'à supposer les masses très petites et très nombreuses. Soit alors m la masse de la corde par unité de longueur. On a :

$$n\mu = ml, \quad n\lambda = l, \quad n^2\mu\lambda = m^2.$$

Le nombre n étant très grand, pour grand que soit p , $\sin(p\pi : 2n)$ reste très petit. On peut remplacer le sinus par l'arc.

Le coefficient du temps sous le signe sinus devient :

$$\frac{p\pi\sqrt{e}}{n} = \frac{p\pi}{n} \sqrt{\frac{e}{\mu\lambda}} = \frac{p\pi}{l} \sqrt{\frac{e}{m}}.$$

D'où pour la fréquence N :

$$2\pi N = \frac{p\pi}{l} \sqrt{\frac{e}{m}}, \quad N = \frac{p}{2l} \sqrt{\frac{e}{m}},$$

qui est la formule classique; p est un entier quelconque.

En définitive l'intégrale générale est la superposition des intégrales particulières :

$$y = M_p \sin \frac{p\pi x}{l} \cdot \cos(2\pi N_p t - \alpha_p). \quad (1)$$

2° — On tire ordinairement cette solution d'une équation aux dérivées partielles. Retrouvons-la. On a :

$$\frac{d^2 y_i}{dt^2} = \frac{e}{\mu\lambda} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) = \frac{e}{m\lambda^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}).$$

Or :

$$\begin{aligned} y_{i+1} - y_i &= \Delta y_i, & y_i - y_{i-1} &= \Delta y_{i-1}; \\ y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1} &= \Delta y_i - \Delta y_{i-1} = \Delta^2 y. \end{aligned}$$

L'équation devient :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{e}{m} \frac{\Delta^2 y}{\lambda^2}.$$

Passons à la limite; remplaçons les d droits par des ∂ ronds pour indiquer qu'il s'agit de dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{e}{m} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}. \quad (2)$$

C'est l'équation classique.

On vérifie immédiatement qu'elle admet (1) comme intégrale particulière.

Le théorème de Fourier montre de plus que l'intégrale générale, compatible avec les conditions identiquement satisfaites :

$$y = 0, \quad \frac{dy}{dt} = 0, \quad \text{pour} \quad x = 0, \quad x = l,$$

est la somme des intégrales particulières (1) *qui sont ici en nombre infini*. La question posée est donc complètement résolue.

3° — Le lecteur ne méconnaît pas l'intérêt du problème : il voit maintenant d'où sortent les solutions en nombre infini pour la corde homogène. Il comprend le sens de l'équation aux dérivées partielles.

Le problème des cordes vibrantes a fait couler beaucoup d'encre au milieu du XVIII^e siècle (le mémoire de Lagrange est de 1759; il fut écrit à Turin où naquit ce géomètre d'une famille française).

Le problème des cordes vibrantes fut attaqué pour la première fois par Taylor en 1716. Mais Taylor suppose que la corde doit toujours dans ses oscillations passer par la forme rectiligne. Il est ainsi conduit à admettre que la force qui ramène un élément de la corde à cette forme, est proportionnelle à l'élongation actuelle de cet élément, ce qui revient à ne considérer que le *son fondamental*, celui qu'on obtient en posant $p = 1$ dans la solution générale (1).

La solution fut généralisée par d'Alembert et par Euler. Mais Euler soutenait contre d'Alembert qu'on peut imposer à la corde des conditions initiales absolument quelconques de forme, avec des discontinuités quelconques pour les tangentes et les vitesses. C'est ce que nous savons exact aujourd'hui que nous connaissons le théorème fondamental de Fourier. D'où sortit un débat que Bernoulli vint compliquer. Lagrange montra qu'Euler avait raison; en effet rien n'empêche de considérer la corde homogène comme formée de petites masses discontinues; rien ne s'oppose à ce qu'à l'origine des temps, on donne à ces masses des vitesses quelconques et qu'on impose à leur file une forme quelconque, avec des angles vifs aussi nombreux qu'on voudra. Au reste quand on frappe une corde avec un marteau tranchant, il est bien difficile de ne pas admettre des discontinuités pour les vitesses initiales; quand on lâche une corde tirée par un crochet tranchant, il est bien difficile de poser qu'elle reprendra nécessairement la forme rectiligne.

248. Sonomètre.

On appelle *sonomètre* une caisse rectangulaire de sapin sec, longue et étroite CC (fig. 281). Sur sa face supérieure sont placées des règles divisées le long desquelles se meuvent des chevalets A.

En général dans une expérience, les chevalets extrêmes sont fixes; le chevalet moyen permet de couper la corde en deux parties dont le rapport des longueurs est donné.

La corde est fixée à une *cheville* de piano; j'engage le lecteur à ouvrir un piano et à regarder les chevilles.

La cheville est un cylindre de fer percé d'un trou, terminé par un carré, et qui entre à force dans un trou cylindrique percé dans le bois : ce n'est pas une vis, comme on serait tenté de l'imaginer. Le frottement seul l'empêche de tourner.

On agit sur la cheville à l'aide d'une clef de pendule qui épouse le carré.

A l'autre extrémité, la corde est fixée à une seconde cheville ou tendue par des poids; elle passe alors sur une poulie.

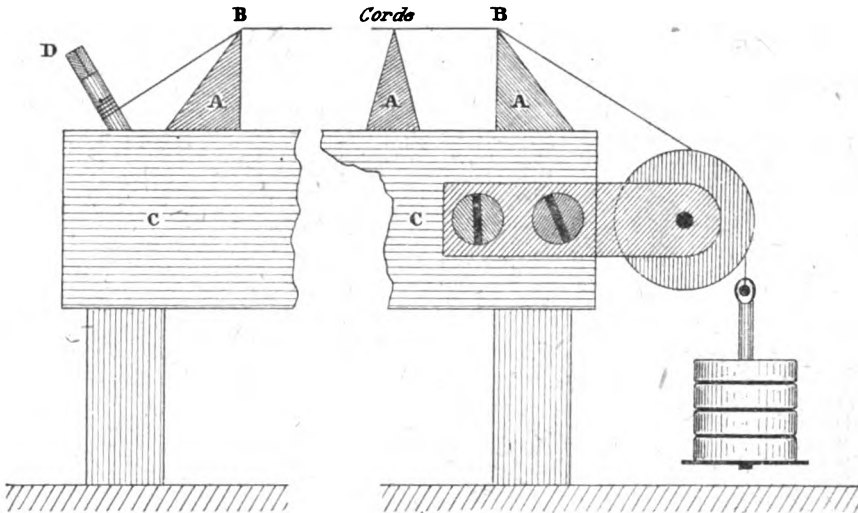


Fig. 281.

La longueur utile de la corde est déterminée par les tranchants émoussés des chevalets.

On comparera le sonomètre à un violoncelle de forme prismatique. Au reste avec six planches de sapin sec et quelques mètres du commerce, on obtient un sonomètre aussi bon que les mirifiques instruments vendus 150 francs.

249. Expérience de Felici.

1° — C'est une des expériences les plus simples à l'aide desquelles on réalise les figures de Lissajous.

La théorie en est instructive (fig. 282).

Une corde AA, tendue horizontalement et de manière qu'on en puisse faire varier la tension, porte une carte de visite percée d'une fine fente horizontale. Tout près de cette première corde en est une seconde verticale BB. Il est plus correct d'éloigner les cordes l'une de l'autre; avec la lentille l_1 on projette l'image F' de la fente F sur la corde BB.

La lentille l_2 projette sur l'écran E le système de la fente F et de la corde BB. Dans le dispositif plus correct, elle projette l'image F' de la fente F et la corde BB.

On fait vibrer les deux cordes dans deux plans verticaux parallèles, de façon que les vibrations soient rectangulaires. On éclaire avec un

faisceau de lumière quasi parallèle que la lentille l fait converger un peu au delà de la carte de visite, de manière que la fente F soit toujours bien éclairée.

Sur l'écran E apparaissent les figures de Lissajous se détachant en noir sur un rectangle lumineux.

La théorie de la formation des figures est évidente.

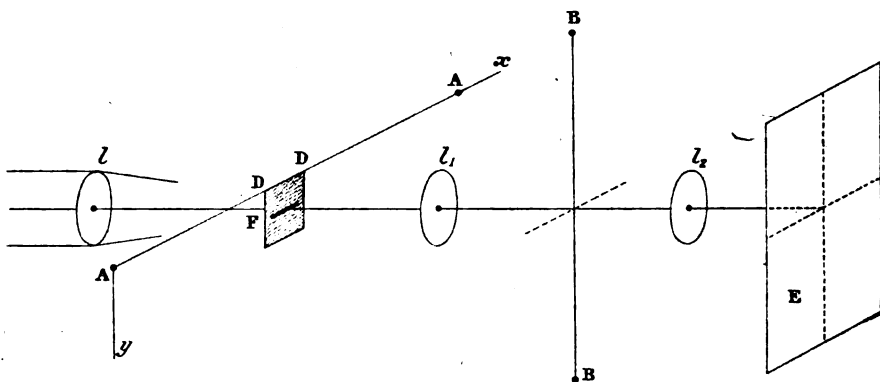


Fig. 282.

2° — Cherchons la période de la corde AA en la supposant formée de deux morceaux de longueurs λ .

Appelons μ la masse de la carte de visite.

Nous ne sommes plus dans le cas simple du tome I, § 406 parce que la masse m de la corde par unité de longueur est comparable à la masse μ . La formule :

$$T = \pi \sqrt{\frac{2\mu\lambda}{g}}, \quad (1)$$

ne s'applique plus.

Si la masse μ était négligeable, nous aurions :

$$T = 4\lambda \sqrt{\frac{m}{g}}, \quad (2)$$

La formule que nous cherchons, doit redonner les précédentes comme cas limites.

Montrons que tout se passe comme si l'on supprimait la carte, la longueur réelle 2λ étant alors remplacée par la longueur fictive 2Λ (fig. 283 en haut). La forme de la corde redevient une sinusoïde.

Coupons symétriquement, au milieu de la corde, la longueur $2(\Lambda - \lambda)$; rapprochons ou éloignons les bouts de manière à les raccorder à la carte. La longueur de la corde redevient 2λ ; mais l'opération crée des points anguleux aux points de jonction avec la carte.

D'où des valeurs finies des composantes utiles de la tension, valeurs nécessaires pour produire l'accélération de la masse μ .

L'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\mathcal{C}}{m} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

admet pour intégrale (sinusoïde du haut de la figure 283) :

$$y = y_0 \sin \frac{\pi x}{2\Lambda} \cdot \sin \left(\frac{\pi}{2\Lambda} \sqrt{\frac{\mathcal{C}}{m}} t \right) = y_0 \sin \frac{\pi x}{2\Lambda} \cdot \sin \omega t.$$

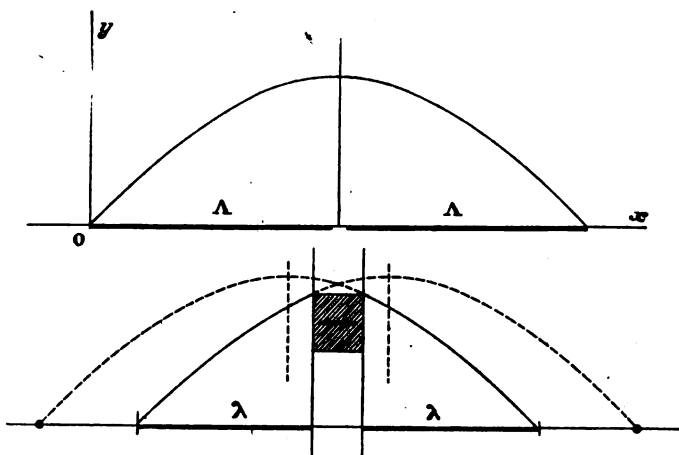


Fig. 283.

A la distance $\overline{AD} = \lambda$, de l'origine, l'inclinaison de la corde devient :

$$\frac{\partial y}{\partial x} = y_0 \frac{\pi}{2\Lambda} \cos \frac{\pi \lambda}{2\Lambda} \cdot \sin \omega t.$$

La composante utile de la tension $\mathcal{C}$, celle qui produit le mouvement de la carte, est, pour chaque fil : $\mathcal{C} \partial y : \partial x$.

La force agissant sur la carte est donc :

$$2\mathcal{C} \frac{\partial y}{\partial x} = 2\mathcal{C} y_0 \frac{\pi}{2\Lambda} \cos \frac{\pi \lambda}{2\Lambda} \cdot \sin \omega t.$$

Écrivons qu'elle est égale au produit de la masse μ par l'accélération au point $x = \lambda$:

$$\left(\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \right)_{\lambda} = -\mu y_0 \frac{\pi^2}{4\Lambda^2} \frac{\mathcal{C}}{m} \sin \frac{\pi \lambda}{2\Lambda} \cdot \sin \omega t.$$

D'où la condition :

$$\frac{2m\lambda}{\mu} = \frac{\pi \lambda}{2\Lambda} \cdot 4g \frac{\pi \lambda}{2\Lambda}. \quad (3)$$

La période cherchée est :

$$T = 4\Lambda \sqrt{\frac{m}{\mathcal{C}}}. \quad (4)$$

Si μ est négligeable devant m , la condition (3) est satisfaite pour $\Lambda = \lambda$. La formule (4) redonne bien la formule (2).

Si m est négligeable, Λ est très grand; la condition (3) devient :

$$\frac{2m\lambda}{\mu} = \frac{\pi^2 \lambda^2}{4\Lambda^2}, \quad 16\Lambda^2 m = 2\pi^2 \mu \lambda.$$

La formule générale (4) se ramène à la formule (1).

On remarquera que la largeur $\overline{DD}$ de la carte n'intervient pas; seule intervient sa masse.

Pour de petites valeurs de μ , on trouve aisément :

$$\Lambda - \lambda = \mu : 2m, \quad T = 4\lambda \left(1 + \frac{\mu}{2m\lambda} \right) \sqrt{\frac{m}{c}}.$$

Or $2m\lambda = M$, est la masse totale de la corde. D'où :

$$T = 4\lambda \left(1 + \frac{\mu}{M} \right) \sqrt{\frac{M}{2\lambda c}}.$$

Le lecteur n'oubliera pas que pour rendre possible la représentation, je suis forcé d'exagérer considérablement les amplitudes; elles restent toujours assez petites pour qu'on puisse considérer la longueur de la corde comme invariable.

Dissipation de l'énergie.

250. Fonction dissipatrice.

Nous admettons que les forces du système se divisent en deux groupes. Les premières dépendent d'un potentiel et sont *conservatrices* d'énergie; les secondes correspondent aux frottements et sont *non conservatrices ou dissipatrices* d'énergie.

Nous insisterons sur le cas où le travail de ces forces se présente sous la forme :

$$d\mathcal{C} = \sum (\mu_1 x' dx + \mu_2 y' dy + \mu_3 z' dz);$$

x', y', z' , sont les vitesses du point considéré; μ_1, μ_2, μ_3 sont des constantes qui mesurent la grandeur des frottements supposés proportionnels aux vitesses.

Considérons la fonction :

$$-F = \sum \frac{1}{2} (\mu_1 x'^2 + \mu_2 y'^2 + \mu_3 z'^2).$$

Exprimons $x', y', \dots$ en fonction des coordonnées généralisées $a, b, c, \dots$

On a généralement :

$$\begin{aligned} x &= f_1(t, a, b, c, \dots), \\ y &= f_2(t, a, b, c, \dots), \\ z &= f_3(t, a, b, c, \dots); \end{aligned} \quad (1)$$

et ainsi de suite pour tous les points;

$$x' = \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial a} a' + \frac{\partial x}{\partial b} b' + \dots \quad (2)$$

Si les coordonnées $x, y, z, \dots$ sont reliées aux coordonnées généralisées par des équations qui ne dépendent pas explicitement du temps (ce que nous supposerons par la suite), la fonction F est une fonction quadratique homogène des vitesses généralisées $a', b', c', \dots$

Il s'agit de montrer qu'on a identiquement :

$$-\left(\frac{\partial F}{\partial a'} da + \frac{\partial F}{\partial b'} db + \dots\right) = \sum (\mu_1 x' dx + \mu_2 y' dy + \mu_3 z' dz).$$

En vertu de la relation (2), on a :

$$-\frac{\partial F}{\partial a'} = \sum \left(\mu_1 x' \frac{\partial x'}{\partial a'} + \dots \right) = \sum \left(\mu_1 x' \frac{\partial x}{\partial a} + \dots \right).$$

D'où :

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial F}{\partial a'} da + \frac{\partial F}{\partial b'} db + \dots\right) &= \sum \mu_1 x' \left(\frac{\partial x}{\partial a} da + \frac{\partial x}{\partial b} db + \dots \right), \\ &+ \sum \mu_2 y' \left(\frac{\partial y}{\partial a} da + \frac{\partial y}{\partial b} db + \dots \right), \\ &+ \dots \\ &= \sum (\mu_1 x' dx + \mu_2 y' dy + \dots). \end{aligned}$$

Ce qu'il fallait démontrer.

En définitive, les équations de Lagrange prennent la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial a'} - \frac{\partial T}{\partial a} + \frac{\partial V}{\partial a} + \frac{\partial F}{\partial a} &= 0, \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial b'} - \frac{\partial T}{\partial b} + \frac{\partial V}{\partial b} + \frac{\partial F}{\partial b} &= 0. \end{aligned}$$

251. Conservation et dissipation d'énergie.

Reprenons le raisonnement qui conduit au théorème des forces vives.

Puisque nous supposons que les équations (1) ne contiennent pas le temps explicitement, T et F sont toutes deux des fonctions quadratiques homogènes des vitesses généralisées.

La seule différence est que les masses m sont par nature positives, tandis que les coefficients μ sont par nature négatifs.

T étant une fonction de $a, b, c, \dots, a', b', c', \dots$, on a :

$$\begin{aligned}\frac{dT}{dt} &= \frac{\partial T}{\partial a} a' + \frac{\partial T}{\partial a'} a'' + \dots, \\ \sum \frac{\partial T}{\partial a} a' &= \frac{dT}{dt} - \sum \frac{\partial T}{\partial a'} a''.\end{aligned}$$

D'ailleurs, T étant une fonction quadratique homogène de $a', b', c', \dots$, on a :

$$2T = \frac{\partial T}{\partial a'} a' + \frac{\partial T}{\partial b'} b' + \dots$$

D'où :

$$\begin{aligned}2 \frac{dT}{dt} &= \sum \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial a'} \cdot a' + \sum \frac{\partial T}{\partial a'} a'', \\ \frac{dT}{dt} &= \sum \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial a'} \cdot a' - \left[\frac{dT}{dt} - \sum \frac{\partial T}{\partial a'} a'' \right]; \\ \frac{dT}{dt} &= \sum \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial a'} - \frac{\partial T}{\partial a} \right) a'.\end{aligned}$$

Ceci posé, multiplions la première équation de Lagrange par a' , la seconde par $b', \dots$; additionnons.

Remarquons que V est une fonction des coordonnées généralisées :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial a} a' + \frac{\partial V}{\partial b} b' + \dots;$$

que F est une fonction quadratique homogène de $a', b', c', \dots$; il vient :

$$\frac{d}{dt} (T + V) = - \sum \frac{\partial F}{\partial a'} a' = - 2F.$$

F est donc la moitié de la dérivée totale par rapport au temps de la somme $T + V$ qui représente l'énergie totale; $2F$ est le taux suivant lequel l'énergie se dissipe. D'où son nom de fonction dissipatrice.

Si $F = 0$, identiquement, nous retrouvons le théorème des forces vives :

$$T + V = \text{Constante}.$$

252. Cas particulier des petites oscillations.

Posons que la fonction dissipatrice est une fonction quadratique homogène des vitesses généralisées à coefficients constants; c'est là que s'introduit l'hypothèse de la petitesse des oscillations.

Rapportons donc les trois fonctions T, V, F, aux coordonnées principales, c'est-à-dire à celles qui réduisent, comme nous l'avons dit, les expressions de T et de V. On a :

$$\begin{aligned}2T &= a'^2 + b'^2 + c'^2 + \dots \\ 2V &= 2V_0 + B_1 a^2 + B_2 b^2 + \dots \\ 2F &= C_1 a'^2 + C_2 b'^2 + \dots + 2C_{12} a' b' + \dots\end{aligned}$$

En général, il n'est pas possible de simplifier davantage simultanément l'expression de ces fonctions.

Les équations de Lagrange deviennent :

$$a'' + B_1 a + C_1 a' + C_{12} b' + C_{13} c' + \dots = 0, \quad (1)$$

et des équations symétriques pour $b, c, \dots$

Il résulte de la manière dont sont obtenues ces équations que l'on a :

$$C_{ij} = C_{ji}.$$

Les équations (1) montrent que l'amortissement d'une vibration principale dépend de l'existence des autres vibrations principales. Elles ne sont donc pas absolument indépendantes les unes des autres. Elles le deviennent seulement quand par hasard la réduction de la fonction F se fait en même temps que la réduction des deux autres fonctions T et V .

Reprenons le cas général. Posons :

$$a = a_0 e^{i\omega t}, \quad b = b_0 e^{i\omega t}, \dots,$$

$a_0, b_0, \dots$ peuvent être des quantités imaginaires. Il est entendu que, toutes opérations effectuées, on ne conservera que les quantités réelles.

Si les frottements étaient nuls, il viendrait :

$$\omega_1 = \sqrt{B_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{B_2}, \dots$$

Pour déterminer $a_0, b_0, \dots$, nous avons les équations :

$$a_0(\omega^2 - B_1 - iC_1\omega) - b_0 C_{12} i\omega - c_0 C_{13} i\omega - \dots = 0, \quad (2)$$

et des équations symétriques pour $b_0, c_0, \dots$

Pour que ces équations soient satisfaites simultanément, il faut écrire :

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - B_1 - iC_1\omega & -iC_{12}\omega & -iC_{13}\omega & \dots \\ -iC_{21}\omega & \omega^2 - B_2 - iC_2\omega & -iC_{23}\omega & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -iC_{n1}\omega & -iC_{n2}\omega & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0.$$

Les solutions de cette équation sont généralement de la forme $\omega' + i\omega''$, où les quantités ω' et ω'' sont réelles. Si les coefficients C sont assez petits pour que leurs carrés soient négligeables, les parties réelles des solutions diffèrent très peu des quantités $\omega_1, \omega_2, \dots$ qui correspondent aux frottements nuls. D'ailleurs, les parties imaginaires $i\omega''$ donneront des exponentielles réelles de la forme $\exp(-\omega''t)$.

Nous avons donc affaire à des mouvements sinusoïdaux amortis, tels que ceux longuement étudiés aux paragraphes 149 et sq. du tome I. Leurs périodes diffèrent extrêmement peu de celles des mouvements non amortis.

Imaginons calculées les racines du déterminant égalé à zéro. Elles sont donc de la forme :

$$\omega_1 = \omega_1' + i\omega_1'', \quad \omega_2 = \omega_2' + i\omega_2'', \quad \dots$$

Substituons-en une dans les équations (2), ω_1 par exemple.

Nous pourrions choisir arbitrairement l'amplitude a_0 , *qui est une quantité réelle ou imaginaire* : cela revient à dire que nous pourrions choisir l'amplitude et la phase de cette vibration.

Nous tirons alors des équations (2) les valeurs $b_0, c_0, \dots$, qui sont généralement des quantités imaginaires.

Les vibrations de toutes les variables qui correspondent au même système principal, n'auront donc pas la même phase; leurs amplitudes sont complètement déterminées quand on se donne l'une d'entre elles. Il est important de remarquer que s'il s'agit de la racine ω_1 , les rapports $b_0 : a_0, c_0 : a_0, \dots$ sont très petits et sont de l'ordre de grandeur des coefficients C . Ils s'annulent en même temps que ces coefficients. De même pour les autres racines ω_2 .

Ainsi, quand les frottements existent, il n'y a plus à proprement parler de vibrations principales. Quel que soit le choix des coordonnées généralisées, nous ne pourrions plus en trouver pour lesquelles la variation de l'une n'agit pas sur les autres. Nous pourrions simplement en trouver pour lesquelles la variation de l'une agit le moins possible sur les autres : nous pouvons leur conserver le nom de principales.

253. Cas de deux variables.

Faisons le calcul complet dans le cas de deux variables :

$$\begin{aligned} 2T &= a'^2 + b'^2, \\ 2V &= 2V_0 + B_1 a^2 + B_2 b^2, \\ 2F &= C_1 a'^2 + 2Ca'b' + C_2 b'^2. \end{aligned}$$

Les équations de Lagrange sont :

$$\begin{aligned} a'' + B_1 a + C_1 a' + Cb' &= 0, \\ b'' + B_2 b + C_2 b' + Ca' &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Substituons la solution :

$$\begin{aligned} a &= a_0 e^{i\omega t}, \quad q = b_0 e^{i\omega t}, \\ -\omega^2 a_0 + B_1 a_0 + i\omega C_1 a_0 + i\omega Cb_0 &= 0, \\ -\omega^2 b_0 + B_2 b_0 + i\omega C_2 b_0 + i\omega Ca_0 &= 0. \end{aligned} \tag{2}$$

L'équation de condition est :

$$(-\omega^2 + B_1 + i\omega C_1)(-\omega^2 + B_2 + i\omega C_2) + \omega^2 C^2 = 0.$$

Les solutions approchées sont les quantités réelles :

$$\omega_1 = \sqrt{B_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{B_2}.$$

Il est facile de voir par substitution que les solutions plus approchées sont :

$$\omega_1 + i \frac{C_1}{2} = \sqrt{B_1} + i \frac{C_1}{2}, \quad \omega_2 + i \frac{C_2}{2} = \sqrt{B_2} + i \frac{C_2}{2};$$

on néglige les carrés des quantités C . Donc le mouvement dont la période est ω_1 admet un amortissement qui se traduit par le facteur $\exp\left(-\frac{C_1 t}{2}\right)$; c'est précisément le facteur amortissant de la variable a soustraite à l'action de la variable b . De même le mouvement dont la période est ω_2 admet le facteur amortissant $\exp\left(-\frac{C_2 t}{2}\right)$.

Reste à trouver le rapport $a_0 : b_0$; pour cela substituons dans la seconde équation (2); remarquons que le produit de b_0 par l'un des coefficients C est négligeable. Il reste :

$$\frac{a_0}{b_0} = \frac{iC \sqrt{B_1}}{B_1 - B_2}.$$

Cela veut dire que les amplitudes réelles sont dans le rapport :

$$C \sqrt{B_1} : (B_1 - B_2),$$

mais que les deux mouvements sont décalés de $\pi : 2$ l'un par rapport à l'autre :

On peut poser :

$$\begin{cases} a = a_0(B_1 - B_2) \exp\left(-\frac{C_1 t}{2}\right) \cdot \sin(\sqrt{B_1} t - \delta_1), \\ b = a_0 C \sqrt{B_1} \exp\left(-\frac{C_1 t}{2}\right) \cdot \sin\left(\sqrt{B_1} t + \frac{\pi}{2} - \delta_1\right); \\ a = b_0 C \sqrt{B_2} \exp\left(-\frac{C_2 t}{2}\right) \cdot \sin\left(\sqrt{B_2} t + \frac{\pi}{2} - \delta_2\right), \\ b = b_0(B_2 - B_1) \exp\left(-\frac{C_2 t}{2}\right) \cdot \sin(\sqrt{B_2} t - \delta_2). \end{cases}$$

254. Manipulation.

1° — L'appareil représenté figure 284 permet de vérifier toutes les conséquences de la théorie.

Deux doubles bobines B_1 et B_2 sont suspendues chacune par deux bifilaires dans le champ uniforme de deux aimants en fer à cheval. Elles portent chacune un miroir qui permet de déterminer leurs azimuts par la méthode de Poggendorff, et une barre horizontale sur laquelle glissent deux masselottes qui permettent de changer leurs moments d'inertie.

L'une des bobines B'_1 du système 1 communique avec l'une des bobines B'_2 du système 2 à travers la résistance R .

Les autres bobines B_1'' et B_2'' se ferment respectivement sur les résistances R_1 et R_2 .

2° — Sans qu'il soit nécessaire d'insister sur la théorie des courants induits, on admettra les faits suivants.

a) Il naît par induction dans les bobines B_1' , B_2' des courants qui sont, toutes choses égales d'ailleurs, proportionnels à leur vitesse

actuelle et en raison inverse des résistances de leurs circuits. On fait varier ces résistances au moyen des boîtes R_1 et R_2 . Ces courants gênent le mouvement qui les produit (loi de Lenz); ils fournissent respectivement *une partie* des termes C_1a' et C_2b' des équations différentielles.

b) Il naît par induction dans le système des bobines B_1' et B_2' un courant qui dépend des vitesses simultanées a' et b' . On admettra que ce courant fournit des termes amortissants de la forme :

$$c_1a' + Cb', \quad c_2b' + Ca'.$$

Les premiers termes complètent respectivement les termes C_1a' , C_1b' des équations; les autres fournissent les actions mutuelles des deux systèmes.

c) L'ensemble des deux bifilaires donne respectivement pour chaque système les termes directeurs B_1a et B_2b . On modifie les coefficients B_1 et B_2 en écartant plus ou moins les fils.

d) En déplaçant les masselottes, on change proportionnellement tous les coefficients des deux équations différentielles, puisqu'on prend l'unité pour coefficient de l'accélération dans les équations du mouvement.

Il sera bon d'employer des aimants tels que ceux des galvanomètres à cadres mobiles. Chaque aimant est composé de plusieurs aimants superposés. On en prendra quatre, et on les disposera en deux groupes de deux, légèrement écartés l'un de l'autre, de manière à laisser passer le bifilaire du bas.

On fera le bifilaire avec des fils d'argent de 150 microns de diamètre par exemple.

3° — EXPÉRIENCES.

a) Supposons les périodes égales. Lançons le cadre 1; l'autre se

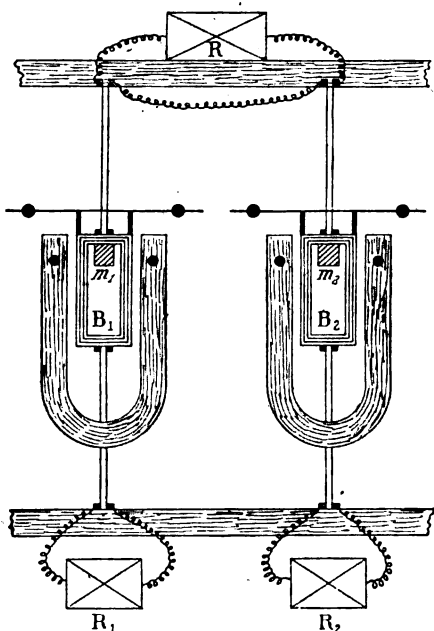


Fig. 284.

met à osciller peu à peu. Tandis que l'amplitude du cadre 1 diminue continûment, celle du cadre 2 croît d'abord, passe par un maximum et diminue ensuite.

L'amortissement est une moyenne des deux amortissements.

b) Le phénomène est plus intéressant quand les périodes qui correspondent aux amortissements nuls diffèrent. Pour déterminer exactement ces périodes, il suffit de rendre les résistances R_1 , R_2 , R infinies, ce qui revient à interrompre les circuits; la résistance de l'air est toujours pratiquement négligeable. On vérifiera que le système entier peut osciller avec l'une ou l'autre des périodes; mais il faut pour cela réaliser des rapports d'amplitudes et un décalage convenables. Le rapport des amplitudes diminue à mesure que les périodes s'écartent l'une de l'autre : ce qu'on exprime quelquefois en disant que la synchronisation devient alors impossible. Cette proposition est incorrecte : la synchronisation est toujours possible, mais elle peut correspondre à une amplitude quasi nulle de l'oscillation d'une des variables.

Forces gyroscopiques.

255. Définition.

Les équations du mouvement peuvent contenir les vitesses sans qu'il en résulte une absorption d'énergie : on dit alors qu'il existe des *forces gyroscopiques*.

Il faut pour cela que les conditions suivantes soient satisfaites :

$$C_1 = C_2 = \dots = 0, \quad C_{ij} + C_{ji} = 0.$$

Les équations générales pour les petits mouvements prennent la forme :

$$\begin{aligned} a'' + B_1 a + C_{12} b' + C_{13} c' + \dots &= 0, \\ b'' + B_2 b + C_{21} a' + C_{23} c' + \dots &= 0, \\ \dots &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Substituons dans ces équations la solution :

$$a = a_0 e^{i\omega t}, \quad b = b_0 e^{i\omega t}, \quad \dots$$

Pour que les équations obtenues soient compatibles, il faut qu'on ait :

$$\begin{vmatrix} -\omega^2 + B_1 & i\omega C_{12} & i\omega C_{13} & \dots \\ i\omega C_{21} & -\omega^2 + B_2 & i\omega C_{23} & \dots \\ i\omega C_{31} & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

Le déterminant développé ne contient que des puissances paires de ω . Toutes les racines en ω^2 sont réelles, et si les petits déplacements se font autour d'une position d'équilibre stable, nous sommes assurés qu'elles sont positives, et par conséquent que les périodes sont réelles.

Il est évident que les forces gyroscopiques n'introduisent aucune dissipation d'énergie.

En effet, multiplions les équations (1) respectivement par da , db , ...; additionnons. Il reste :

$$\sum a'' da + \sum B_1 a da = d \sum \left(\frac{a'^2}{2} + B_1 \frac{a^2}{2} \right) = 0;$$

équation qui exprime la conservation de l'énergie; les forces gyroscopiques ont disparu.

236. Cas de deux variables.

Développons les calculs pour deux variables.

$$a'' + B_1 a + C b' = 0,$$

$$b'' + B_2 b - C a' = 0.$$

Posons :

$$a = a_0 \sin \omega t, \quad b = b_0 \cos \omega t.$$

Il vient par substitution :

$$a_0(-\omega^2 + B_1) - C \omega b_0 = 0,$$

$$b_0(-\omega^2 + B_2) - C \omega a_0 = 0;$$

$$(\omega^2 - B_1)(\omega^2 - B_2) = C^2 \omega^2;$$

$$\omega^4 - (B_1 + B_2 + C^2) \omega^2 + B_1 B_2 = 0.$$

Nous trouverons dans le Cours de *Dynamique Générale* de très intéressantes applications de ces formules. Quand C est considérable devant B , on a sensiblement :

$$\omega = \frac{\sqrt{B_1 B_2}}{C},$$

tandis qu'en l'absence des forces gyroscopiques, on a les racines :

$$\omega' = \sqrt{B_1}, \quad \omega'' = \sqrt{B_2}.$$

237. Vibrations des électrons (Lorentz).

Les vibrations des électrons, dans lesquelles on voit actuellement les vibrations des sources lumineuses, offrent un intéressant exemple de forces gyroscopiques.

Les équations peuvent se ramener à la forme (1), et les périodes sont fournies par le déterminant (2) égalé à zéro.

Les imaginaires disparaissent; les vibrations sont non amorties malgré la présence des forces proportionnelles à la vitesse.

L'équation (2) en ω^2 fournit n racines réelles et positives.

Dans la Théorie électromagnétique de la lumière, les coefficients C (proportionnels au champ magnétique H) sont très petits.

Les racines de l'équation (2) sont donc très voisines des quantités :

$$\omega_1 = \sqrt{B_1}, \quad \omega_2 = \sqrt{B_2}, \quad \dots,$$

qui correspondent à un champ nul.

1° — Supposons d'abord les n quantités $\omega_1, \omega_2, \dots$ inégales. Le système possède n vibrations principales dont les périodes sont différentes. Calculons la période ω voisine de ω_1 . Quand les C sont très petits, on peut remplacer ω par $\omega_1 = \sqrt{B_1}$ partout, sauf dans le terme $-\omega_1^2 + B_1$. Pour déterminer ce terme, on a donc une équation du premier degré, qu'on simplifie en négligeant tous les termes qui contiennent plus de deux facteurs C . On trouve ainsi une variation $\omega^2 - \omega_1^2$, et par suite une variation $\omega - \omega_1$, proportionnelles à H^2 .

2° — Le cas où deux quantités ω_1 et ω_2 sont égales ne donne rien de particulier.

3° — Supposons que l'on ait : $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$.

C'est le cas d'un mobile qui a trois vibrations principales de même période quand les forces gyroscopiques sont nulles : c'est le cas d'un électron quand le champ magnétique est nul.

Quand le champ n'est plus nul, il existe trois périodes qui sont voisines de ω_1 . Comme première et très suffisante approximation, elles sont données par l'équation :

$$\begin{vmatrix} \omega^2 - \omega_1^2 & -i\omega_1 C_{12} & -i\omega_1 C_{13} \\ -i\omega_1 C_{21} & \omega^2 - \omega_1^2 & -i\omega_1 C_{23} \\ -i\omega_1 C_{31} & -i\omega_1 C_{32} & \omega^2 - \omega_1^2 \end{vmatrix} = 0,$$

avec la condition gyroscopique :

$$C_{ij} + C_{ji} = 0.$$

$$(\omega^2 - \omega_1^2) [(\omega^2 - \omega_1^2)^2 - \omega_1^2 (C_{12}^2 + C_{23}^2 + C_{31}^2)] = 0.$$

Les trois racines sont donc :

$$\omega = \omega_1, \quad \omega = \omega_1 \pm \frac{1}{2} \sqrt{C_{12}^2 + C_{23}^2 + C_{31}^2}.$$

La variation de la période est ici proportionnelle à H , tandis que dans le premier cas elle était proportionnelle à H^2 .

Le phénomène de Zeemann consiste précisément à faire agir un champ d'intensité suffisante sur une source monochromatique. Elle possède alors trois périodes distinctes, l'ancienne et deux nouvelles admettant l'ancienne comme moyenne : la différence est proportionnelle à l'intensité du champ (triplet).

4° — On procède de même pour un système ayant quatre degrés de liberté et des vibrations principales de même période quand les termes gyroscopiques sont nuls. Le déterminant égalé à zéro a quatre colonnes. Développons-le; on trouve une équation de la forme :

$$(\omega^2 - \omega_1^2)^4 + M(\omega^2 - \omega_1^2)^2 + N = 0;$$

M est proportionnel à H^2 , N est proportionnel à H^4 . On a pour racines :

$$(\omega^2 - \omega_1^2)^2 = \alpha^2, \quad (\omega^2 - \omega_1^2)^2 = \beta^2,$$

où α et β sont des quantités proportionnelles à H . D'où enfin :

$$\omega^2 = \omega_1^2 \pm \alpha, \quad \omega^2 = \omega_1^2 \pm \beta;$$

la vibration monochromatique initiale est transformée en un quadruplet.

Ces résultats sont généraux. S'il existe n fréquences égales dans le système complexe qui émet la radiation, une raie spectrale sera décomposée en n raies distinctes symétriques par rapport à la raie primitive. Si n est impair, une des nouvelles raies occupe la place de l'ancienne. Il était évident *a priori* que le nombre des raies qui apparaissent sous l'action du champ, ne pouvait pas être supérieur au nombre de vibrations principales. Si le champ magnétique tire trois raies d'une raie primitive, il faut que le nombre des vibrations principales, existant antérieurement au champ, soit au moins de trois.

TABLES DES INTÉGRALES ELLIPTIQUES COMPLÈTES

$$F = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi}};$$

$$E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi} \, d\varphi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \sin^2 \alpha \sin^2 \varphi} \, d\varphi;$$

en fonction de l'angle α variant par degré de 0 à 90°.

α	F	E	α	F	E
0°	15 708	15 708	45°	18 541	13 506
1	5 709	5 707	6	8 691	3 418
2	5 713	5 703	7	8 848	3 329
3	5 719	5 697	8	9 011	3 238
4	5 727	5 689	9	9 180	3 147
5°	15 738	15 678	50°	19 356	13 055
6	5 751	5 665	1	9 539	2 963
7	5 767	5 649	2	9 729	2 870
8	5 785	5 632	3	9 927	2 776
9	5 805	5 611	4	20 133	2 681
10°	15 828	15 589	55°	20 347	12 587
1	5 854	5 564	6	0 571	2 492
2	5 882	5 537	7	0 804	2 397
3	5 913	5 507	8	1 047	2 301
4	5 946	5 476	9	1 300	2 206
15°	15 981	15 442	60°	21 565	12 111
6	6 020	5 405	1	1 842	2 015
7	6 061	5 367	2	2 132	1 920
8	6 105	5 326	3	2 435	1 826
9	6 151	5 283	4	2 754	1 732
20°	16 200	15 238	65°	23 088	11 638
1	6 252	5 191	6	3 439	1 545
2	6 307	5 141	7	3 809	1 453
3	6 365	5 090	8	4 198	1 362
4	6 426	5 037	9	4 610	1 272
25°	16 490	14 981	70°	25 046	11 184
6	6 557	4 924	1	5 507	1 096
7	6 627	4 864	2	5 998	1 011
8	6 701	4 803	3	6 521	0 927
9	6 777	4 740	4	7 081	0 844
30°	16 858	14 675	75°	27 681	10 764
1	6 941	4 608	6	8 327	0 686
2	7 028	4 539	7	9 026	0 611
3	7 119	4 469	8	9 786	0 538
4	7 214	4 397	9	30 617	0 468
35°	17 312	14 323	80°	31 534	10 401
6	7 415	4 248	1	2 553	0 338
7	7 522	4 171	2	3 699	0 278
8	7 633	4 092	3	5 004	0 223
9	7 748	4 013	4	6 519	0 172
40°	17 868	13 931	85°	38 317	10 127
1	7 992	3 849	6	40 528	0 086
2	8 122	3 765	7	3 387	0 053
3	8 256	3 680	8	7 427	0 026
4	8 396	3 594	9	54 349	0 008
			90°		10 000

Conversion

DES LIGNES ET DOUZIÈMES DE LIGNE

DES MILLIMÈTRES EN LIGNES

EN MILLIMÈTRES

ET DOUZIÈMES DE LIGNE

1 ligne = 2,25583 millimètres.

1 millimètre = 0,44330 ligne.

DOUZIÈMES DE LIGNE	MILLIMÈTRES	LIGNES	MILLIMÈTRES	MILLIMÈTRES	DOUZIÈMES DE LIGNE	MILLIMÈTRES	LIGNES ET DOUZIÈMES
douzièmes	millimètres	lignes	millimètres	millimètres	douzièmes	millimètres	lg. douz.
1	0,19	1	2,26	0,01	0,05	1	0 5,32
2	0,38	2	4,51	0,02	0,11	2	0 10,64
3	0,56	3	6,77	0,03	0,16	3	1 3,96
4	0,75	4	9,02	0,04	0,21	4	1 9,28
5	0,94	5	11,28	0,05	0,27	5	2 2,60
6	1,13	6	13,53	0,06	0,32	6	2 7,92
7	1,32	7	15,79	0,07	0,37	7	3 1,24
8	1,50	8	18,05	0,08	0,43	8	3 6,56
9	1,69	9	20,30	0,09	0,48	9	3 11,88
10	1,88	10	22,56	0,10	0,53	10	4 5,20
11	2,07	11	24,81	0,20	1,06	11	4 10,51
12	2,26	12	27,07	0,30	1,60	12	5 3,83
13	2,44	13	29,33	0,40	2,13	13	5 9,15
14	2,63	14	31,58	0,50	2,66	14	6 2,47
15	2,82	15	33,84	0,60	3,19	15	6 7,79
16	3,01	16	36,09	0,70	3,72	16	7 1,11
17	3,20	17	38,35	0,80	4,26	17	7 6,43
18	3,38	18	40,60	0,90	4,79	18	7 11,75
19	3,57	19	42,86	1,00	5,32	19	8 5,07
20	3,76	20	45,11	1,50	7,98	20	8 10,39
21	3,95	25	56,40	2,00	10,64	25	11 0,99
22	4,14	30	67,67	2,50	13,30	30	13 3,59
23	4,32	35	78,95	3,00	15,96	35	15 6,18
24	4,51	40	90,23	3,50	18,70	40	17 8,78
		50	112,79	4,00	21,28	50	22 1,98

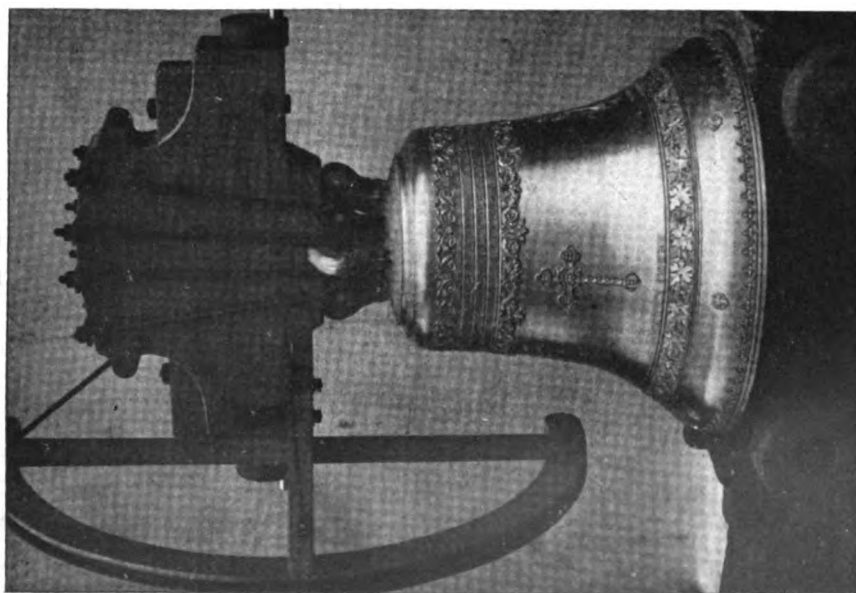


Fig. 285.

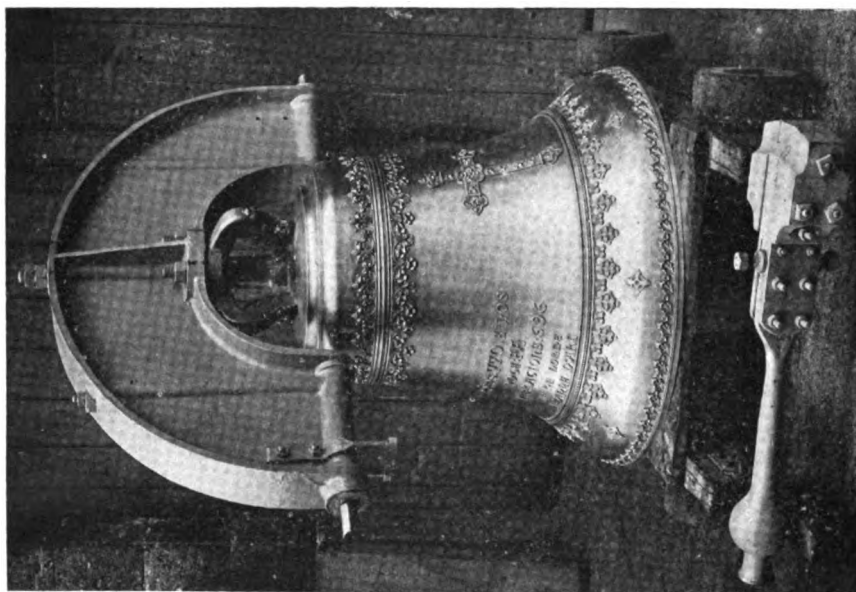


Fig. 286.

Photographies de Cloches de la Fonderie G. et L. BOLLÉE
à Saint-Jean-de-Braye (près Orléans)

APPENDICE I

MÉCANIQUE DES CLOCHES

Rien ne montre plus clairement la sottise de nos professeurs de Mécanique que leur ignorance des phénomènes usuels. C'est pour le philosophe un sujet de joyeux étonnement que dans les plus gros traités de Dynamique, les cloches ne soient pas mentionnées. De bons idiots que médusent les équations d'Hamilton ou de Jacobi, croiraient déchoir s'ils avaient l'air de soupçonner l'existence de cette machine; quelques-uns craindraient l'accusation de cléricisme.

La vérité crue est que le problème est beaucoup trop difficile pour eux; il y faut le bon sens dont ils sont dépourvus.

Quand l'idée vraiment ahurissante m'est venue que je ne pouvais terminer mon ouvrage sans parler des cloches, mon embarras fut extrême. Mais j'eus deux bonnes fortunes : MM. George et Louis Bollée, célèbres fondeurs de cloches à Saint-Jean-de-Braye (près Orléans), ont bien voulu résumer pour moi le résultat d'une longue expérience industrielle; M. Menet, préparateur à la Faculté s'est offert pour retrouver sur une cloche d'expérience en bois les cas de la pratique et d'autres qu'elle ne peut utiliser. Je suis très reconnaissant à ces messieurs de leur aimable collaboration.

238. Description des cloches.

1° — Les figures 285 et 286 représentent deux cloches (de 520 et de 770 kilogs) de la fonderie de MM. Bollée. La partie supérieure, quasi horizontale et renforcée vers le centre, est le *cerveau* de la cloche; les *anses* qui servent à la suspension, tiennent au cerveau dans lequel est pris de fonderie l'*anneau* de fer auquel est suspendu le *battant*. La paroi descend d'abord suivant une méridienne quasi rectiligne (*faussure*), jusqu'en un cercle de *gorge*, puis s'incurve considérablement (*panse*), pour aboutir au *bord* de la cloche taillé en biseau.

Le gabarit a été fourni par une expérience dix fois centenaire; on en trouvera le détail dans l'*Encyclopédie de Diderot*, tome III et volume V des planches (articles *Cloche* et *Fonderie des Cloches*).

2° — La cloche est suspendue à un *mouton* dans lequel est fixé l'axe matériel autour duquel elle oscille. La figure 285 montre la forme classique de mouton de bois; la figure 286 représente un mouton métallique largement échancré qui permet d'abaisser l'axe de rotation au-dessous du cerveau de la cloche. Au mouton est fixé la poulie autour de laquelle s'enroule la corde qui met la cloche en branle. Comme la corde ne peut agir que par traction, pour obtenir plus de

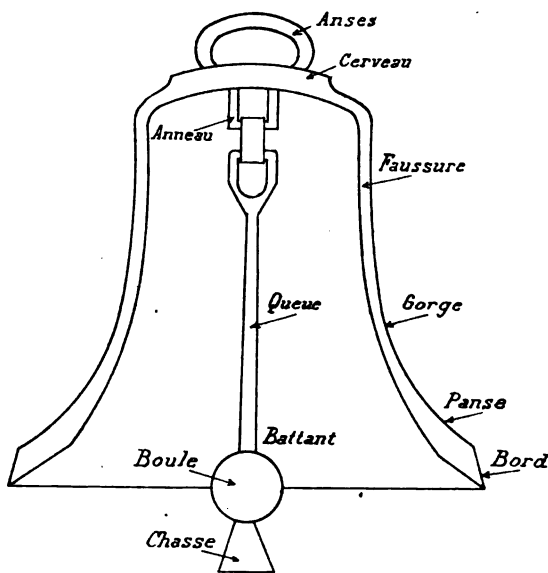


Fig. 287.

symétrie dans le lancement, elle est parfois doublée. Parfois la poulie est remplacée par une barre de fer aux bouts de laquelle sont attachés les deux cordes.

3° — Le *battant* est une pièce de fer dont la *queue* porte à la partie supérieure un anneau; elle est terminée par une *boule* que prolonge en dessous une partie tronconique (*chasse*). Le choc se produit sur la boule; la chasse est destinée à reporter le centre de la percussion à la hauteur du point de choc, par suite à supprimer les réactions sur l'axe de rotation du battant. Celui-ci est constitué par un cuir extérieurement renforcé par un anneau plat de fer.

Nous verrons plus loin que le battant peut avoir une forme différente (*battant compensé*) que représente la figure 286 en bas.

Dans tous les cas l'axe du battant est au-dessous de l'axe de la cloche. L'importance de cette règle vient de ce que l'entretien du mouvement oscillatoire du battant est dû presque exclusivement au mouvement oscillatoire que la cloche impose à l'axe du battant.

Ce serait une grave erreur de voir dans le choc du battant contre

la cloche la cause unique ou principale de l'entretien du battant, au moins dans le cas des cloches usuelles.

259. Oscillation de la cloche. Cloches quillées.

1° — La cloche est un pendule composé dont la période T dépend du moment d'inertie I , de la distance l du centre de gravité à l'axe de rotation et de l'amplitude. Il serait absurde de considérer les oscillations comme petites et d'appliquer la formule :

$$T = 2\pi \sqrt{I : mlg}.$$

Les amplitudes de 90° de part et d'autre de la position d'équilibre sont très ordinaires et souvent dépassées.

L'oscillation est donc fort loin d'être sinusoïdale.

Le mouvement est entretenu par le sonneur. A la vérité il est compliqué par les chocs que la cloche reçoit du battant; mais le poids du battant est si petit par rapport à celui de la cloche (1 : 20) qu'on peut sans erreur négliger ces modifications.

Nous considérons donc le mouvement oscillatoire de la cloche (que pour simplifier nous représentons sinusoïdal) comme parfaitement continu quant aux vitesses.

2° — Si le mouton est aussi léger que le comporte la sécurité, la cloche pend tout entière au-dessous de l'axe de rotation. L'expérience montre que dans ces conditions la période est voisine de celle d'un pendule simple qui aurait pour longueur les deux tiers de la hauteur de la cloche comptée à partir de l'axe de rotation jusqu'aux bords.

Pour augmenter la période on dispose de deux moyens. Tout en laissant l'axe de rotation à la hauteur des anses, on surcharge le mouton dans sa partie supérieure par de lourds contrepoids métalliques; on augmente ainsi le moment d'inertie, tout en élevant le centre de gravité. On peut encore échancrer le mouton (fig. 286) et abaisser autant qu'on le désire l'axe de rotation par rapport à la cloche : on diminue le moment d'inertie, mais comme on diminue simultanément la distance du centre d'inertie à l'axe de rotation, la période est augmentée. Le second procédé présente deux avantages sur le premier : on ne surcharge pas inutilement les tourillons par un poids mort au point de vue acoustique, poids indépendant de la cloche; on diminue l'encombrement, le *rayon de volée*, c'est-à-dire l'espace nécessaire au fonctionnement.

Les cloches à longue période présentent la supériorité évidente que les réactions horizontales sur l'axe sont petites, condition nécessaire quand la cloche se trouve dans un mur ajouré (*campanile* des églises du Midi de la France) ou dans un clocher dont la solidité est douteuse.

3° — CLOCHES QUILLÉES.

L'axe peut être assez bas et le mouton assez long et assez lourd pour que dans sa position d'équilibre *quasi indifférent*, la cloche soit

la bouche en l'air (fig. 288) : le battant s'appuie contre un des bords. L'utilisation d'une telle cloche cause d'abord un vif étonnement. Le sonneur placé sous la cloche la prend par des poignées *m* fixées au mouton, la pousse vers la gauche et la lance dans le sens de la flèche. Le battant suit la cloche et ne quitte le bord *a* qu'en passant par la verticale, ou même un peu après. La cloche continuant son mouvement, le bord *b* rattrape le battant et donne le coup. Puis la cloche retourne à sa position d'équilibre au passage de laquelle elle est arrêtée par le sonneur : le battant se retrouve appuyé contre le

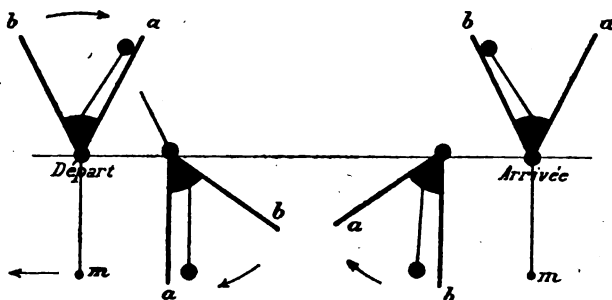


Fig. 288.

bord *b*. Pour le coup suivant le lancement se fait en sens inverse : le sonneur, qui conserve la même position, tire sur les poignées et lance le mouton vers la droite.

Une telle cloche ne donne aucune fatigue au clocher puisque le centre de gravité est presque sur l'axe de rotation et que la durée du tour est très longue. Cette durée dépend évidemment du lancement ; elle est de l'ordre de 4 ou 5 secondes. C'est un spectacle curieux de voir cette masse énorme évoluer avec une majestueuse lenteur.

260. Classification des sonneries.

1° — Le battant touche la cloche deux fois par période ; les chocs sont tels qu'il y ait parfaite synchronisation entre le battant et la cloche (dont par hypothèse la période est imposée et sensiblement indépendante de l'action du battant). Le mode de sonnerie est caractérisé par le bord sur lequel se produit le choc.

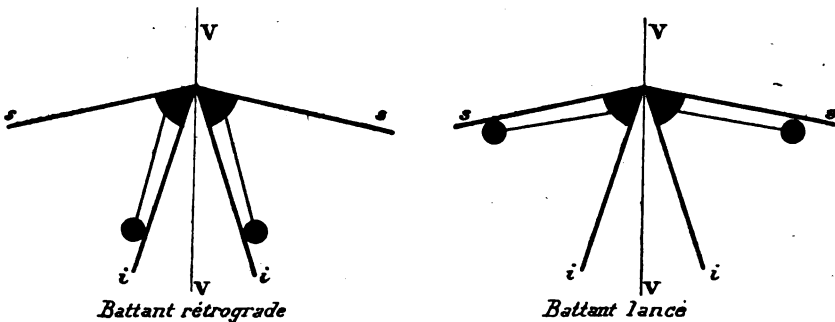
Prenons la cloche après son passage à la position d'équilibre : il y a un bord *inférieur* (le plus rapproché de la verticale *VV* passant par l'axe de rotation) et un bord *supérieur* (le plus éloigné de cette verticale).

La cloche est à battant *rétrograde* quand le choc a lieu sur le bord *inférieur* ; elle est à battant *lancé* quand le choc a lieu sur le bord *supérieur*.

Pour une amplitude donnée de la cloche, l'amplitude du battant rétrograde est plus petite que celle du battant lancé.

Généralement l'amplitude du battant rétrograde est plus petite que celle de la cloche; l'amplitude du battant lancé est plus grande.

Au point de vue mécanique la période du battant rétrograde est



Période du battant < période de la cloche

Période du battant > période de la cloche

Fig. 289.

plus courte, la période du battant lancé est plus longue que celle de la cloche.

Précisons cette règle.

2° — Ici s'applique la remarque du § 259 que les amplitudes sont énormes. Il faut donc comparer les périodes non pour des amplitudes infiniment petites, mais pour les amplitudes réelles de régime, c'est-à-dire une fois l'état permanent établi.

Certes pour le battant rétrograde le sens de l'inégalité est le même pour les amplitudes infiniment petites ou pour les amplitudes de régime, puisque les amplitudes de la cloche sont plus grandes que celles du battant. Mais pourvu que la période du battant soit peu inférieure à la période de la cloche pour les oscillations petites, elle devient supérieure et le battant est *lancé* quand les amplitudes sont énormes, l'amplitude du battant devenant alors supérieure à celle de la cloche.

D'une manière générale dans les cloches usuelles la période du battant est plus petite que celle de la cloche pour les petites amplitudes. Si la différence est assez petite, elle change de signe pour les grandes amplitudes : le battant est *lancé*.

Si la différence est grande, le signe se maintient pour les grandes amplitudes : le battant est *rétrograde*.

3° — BATTANT COMPENSÉ.

Il est admis que la sonorité et l'effet artistique sont meilleurs pour le battant lancé; d'autre part il est souvent nécessaire d'augmenter

la période de la cloche (§ 239) : d'où la nécessité connexe d'augmenter celle du battant. MM. Bollée utilisent le battant *compensé* que représente la figure 286 en bas.

Le battant tourne, non plus autour d'une extrémité, mais autour d'un axe intermédiaire, comme la tige d'un métronome. En choisissant convenablement le contrepoids supérieur on obtient une période aussi longue qu'on le désire. L'axe du battant tourne dans deux pièces verticales en acier, fixées au cerveau par des boulons. A la vérité le choc du battant contre la cloche ne se fait plus au centre de percussion, les réactions sur l'axe sont considérables; mais l'expérience montre qu'une construction soignée supprime le danger de ces réactions.

L'axe du battant se trouvant ainsi fort au-dessous de l'axe de la cloche (malgré l'abaissement de celui-ci), est animé d'un mouvement oscillatoire d'amplitude considérable : d'où le bon entretien de l'oscillation du battant (voir plus loin).

4°. — Une expérience très simple montre immédiatement le rôle de la période du battant. Utilisons une petite cloche à battant *rétrograde*. Au battant attachons une queue qui augmente son moment d'inertie et sa période : il devient *lancé*.

261. Cloche d'expérience; enregistrement des phénomènes.

1° — Ces préliminaires posés, il faut déterminer la trajectoire d'un point du battant (le centre de la boule pour préciser) par rapport à deux points respectivement pris sur la cloche et tels qu'ils se projettent sur le centre de la boule au moment des chocs.

Sur mes indications M. Menet s'est servi d'une cloche en bois dont la figure 290 représente le schéma. A deux fortes planches P (l'antérieure est supprimée) sont clouées deux longues planches *p* que le battant heurtera. Son axe *a* est à l'intersection des faces en regard des planches *p*. Il est formé de trois lattes et terminé par une boule B pesante; on peut l'allonger ou le raccourcir à volonté. Des ampoules de lampe de poche sont fixées *l* au centre de la boule, *λ* sur deux pièces qu'on visse à hauteur convenable sur les joues *p* de la cloche. Les distances des lampes *λ* aux joues sont telles que, pour l'observateur assez éloigné du tableau et dans le plan de symétrie de l'appareil au repos, les lampes *l* et *λ* se projettent quasiment l'une sur l'autre au moment du choc. Les connexions sont faites par des fils souples qui gênent le moins possible les oscillations de la cloche et du battant.

2° — Sur les planches P sont clouées extérieurement les planches G. Chaque paire joue le rôle de guide pour l'épaisse planche *g* que fixe la vis V et dans laquelle est encastrée une tige d'acier A qui forme l'une des extrémités de l'axe (coupé) de la cloche. Les deux tiges A dans le prolongement l'une de l'autre reposent sur des V en laiton. Pour déplacer l'axe mobile A de la cloche par rapport à l'axe fixe *a*

du battant, on dévisse la vis V, on la change de trou t ; il faut naturellement faire la même opération pour les deux bouts de l'axe A et utiliser les trous t correspondants.

En définitive nous avons une cloche dont le battant peut changer

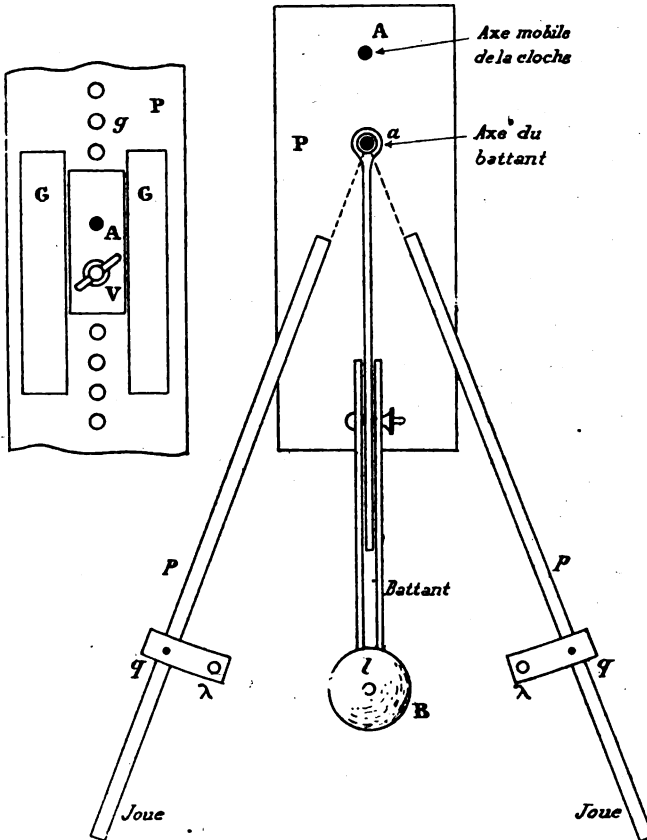


Fig. 290.

de longueur, par suite de période, et dont l'axe peut être à des distances variables au-dessus ou au-dessous de celui du battant.

3° — Pour enregistrer les déplacements simultanés des trois lampes, une lentille les projette sur une génératrice d'un cylindre d'axe horizontal autour duquel est enroulé du papier photographique à développement. Un volant donne au cylindre une vitesse quasi constante. La force motrice est empruntée à un poids.

L'expérience consiste à lancer la cloche à la main et à entretenir son mouvement jusqu'à ce que les chocs du battant soient bien équidistants. On ouvre alors l'obturateur de la lentille; on le maintient ouvert à peu près la durée d'un tour du cylindre.

262. Position du problème mécanique.

Que le problème soit effarant de difficulté ne fait pas de doute; mais il est possible de le poser d'une manière précise et d'en prévoir la solution. Ce n'est pas avec des x et des y que nous l'éclaircirons; ceux qui ne voient pas autre chose dans la Mécanique, feront bien de ne pas me lire : du reste leur opinion n'a pas de valeur.

1° — Représentons d'abord le résultat de l'expérience en schématisant les courbes. Les lampes λ décrivent des sinusoïdes dont la distance horizontale des points est invariable. A l'intérieur de ces sinusoïdes la lampe l décrit une courbe dont on demande l'allure.

Le battant est soumis à trois espèces de forces : la pesanteur modifiée par l'entraînement de l'axe de rotation solidaire de la cloche, les amortissements dus à l'air et à la suspension, enfin les chocs. Ceux-ci ont deux rôles simultanés : maintenir l'amplitude de la cloche telle qu'elle se loge entre les deux sinusoïdes, maintenir la période du battant égale à celle de la cloche.

A priori il est impossible de prévoir si les chocs augmentent ou diminuent l'énergie cinétique actuelle du battant.

Le lecteur se méfiera du raisonnement suivant.

Au début le battant a une vitesse nulle; c'est le déplacement horizontal périodique de son axe qui augmente peu à peu l'amplitude de son oscillation; donc quand le choc se produit, c'est que l'amplitude tend à prendre une valeur trop grande : par suite le choc diminue cette amplitude. La conclusion ne vaut rien parce que l'entretien du battant par le déplacement de son axe dépend de la différence de phase entre les oscillations de l'axe et du battant. Or, sans changer la phase du mouvement de l'axe, le choc modifie celle du battant. Il peut donc arriver que l'amplitude nécessaire pour que les chocs se produisent, soit entretenue à l'état de régime par un accroissement d'énergie cinétique dû aux chocs eux-mêmes.

2° — De combien de variables disposons-nous?

Choisissons la période de la cloche dont nous supposons le moment d'inertie considérable par rapport à celui du battant. Restent comme arbitraires la période du battant, les forces amortissantes (il suffit de coller sur le battant un disque de carton qui, sans changer la période, augmente considérablement l'action de l'air), la distance de son axe à l'axe de la cloche (par suite la grandeur du déplacement alternatif de cet axe), enfin les paramètres caractéristiques du choc (élasticité ou plasticité plus ou moins grande de la boule et des joues; on les modifie en collant sur les joues une étoffe ou du caoutchouc).

Les expériences dont je dispose, n'ont pas la prétention de résoudre un problème aussi complexe.

Nous parlons constamment de la période du battant. Elle est déterminée d'une manière précise quand la cloche est au repos; mais quand elle est en mouvement, la période du battant perd toute signification

a priori; la trajectoire du battant, qui reste évidemment alternative, n'est plus une sinusoïde. Nous savons que le déplacement horizontal et sinusoïdal de l'axe de rotation d'un pendule équivaut à l'application d'un couple tel que celui qui résulte de la pesanteur (I, § 67). L'intégrale

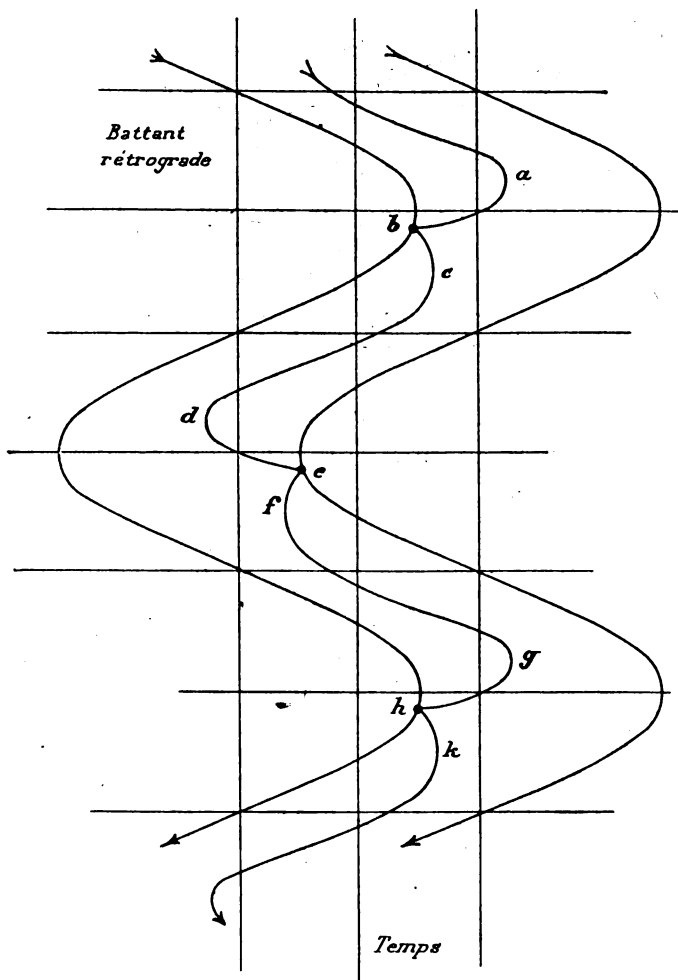


Fig. 291.

générale (I, § 184) se compose d'une sinusoïde amortie dont la période est celle du battant, et d'une sinusoïde non amortie dont la période est celle de la cloche. Les deux constantes d'intégration portent sur le premier mouvement; elles sont déterminées par les conditions initiales, c'est-à-dire ici par les conditions immédiatement après le choc. La trajectoire entre deux chocs est ainsi complètement déterminée quand

on se donne le point de la trajectoire de la cloche pour lequel a lieu le choc et la variation de vitesse du battant qui résulte du choc.

La complication du problème vient de ce que la portion amortie de l'intégrale générale ne peut plus être négligée. Le problème ne se

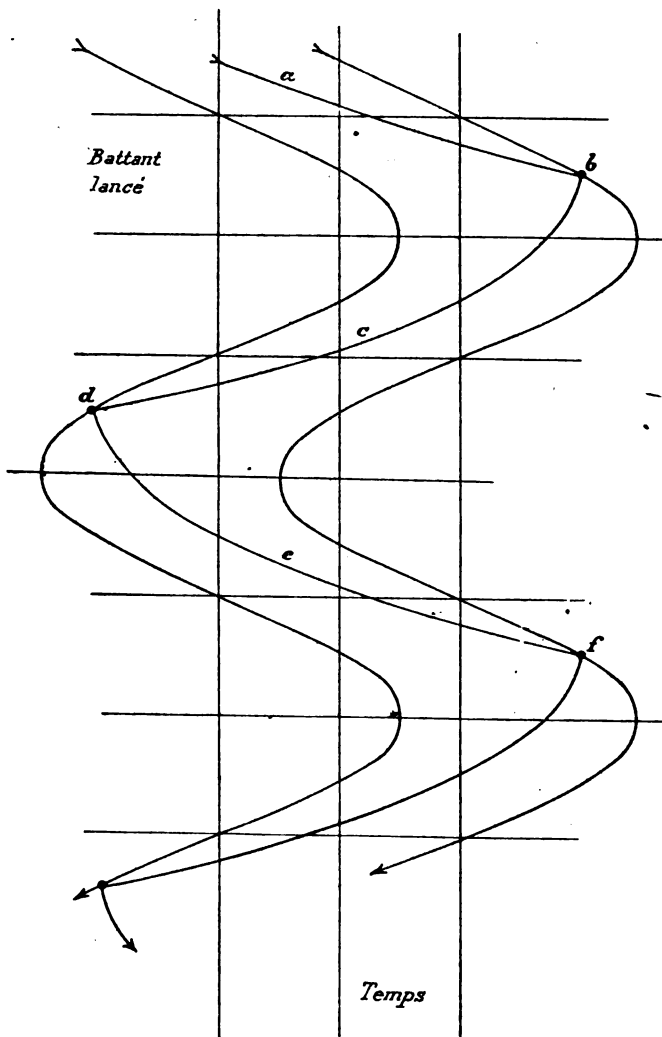


Fig. 292.

simplifie pas quand on suppose les périodes égales et l'amortissement nul; l'intégrale change de forme : le lecteur comprend pourquoi nous ne cherchons pas à le mettre en équation.

3°. — ALLURE GÉNÉRALE DES COURBES.

Contentons-nous de donner l'allure du phénomène.

Les figures 291 et 292 montrent les trajectoires du battant rétrograde

et du battant lancé dans le cas usuel des forces amortissantes petites et d'un amortissement par les chocs.

a) Le battant rétrograde est supposé de période *propre* plus courte que la cloche : les chocs réalisent la condition qu'entre deux chocs consécutifs (demi-période de la cloche), le battant accomplisse plus d'une demi-période de son mouvement alternatif. La figure 291 suppose que le choc diminue la vitesse du battant (changement d'inclinaison de la tangente à la trajectoire au point *b*). Le choc a lieu contre le bord inférieur. La distance horizontale des positions extrêmes pour le battant est beaucoup plus petite que pour la cloche.

Aussitôt après le choc le battant rétrograde suivant l'arc *bc*.

Le battant tombe donc suivant *ab* sur la cloche, rebondit suivant *bc* avec une vitesse moindre, reprend sa vitesse sous l'action de la pesanteur qui se trouve comme accrue par le déplacement de l'axe entraîné par la cloche, retombe suivant *de*,... et ainsi de suite.

Je suppose un rebondissement suivant *bc*. Il n'est pas nécessaire; la vitesse peut s'annuler sans changement de signe (tangente de départ verticale au point *b*), ou même simplement diminuer en restant dirigée de droite à gauche. Dans tous les cas la période propre se trouve allongée.

b) Le battant lancé est supposé de période *propre* plus longue que la cloche au moins pour les amplitudes réalisées : les chocs réalisent la condition qu'entre deux chocs consécutifs (demi-période de la cloche), le battant accomplisse moins d'une demi-oscillation de son mouvement alternatif; la pseudo sinusotide qu'il décrit est amputée de ses extrémités où la vitesse est petite. La figure 292 suppose encore que le choc diminue la vitesse (amortissement par le choc).

263. Cas particulier d'un amortissement considérable et d'un entretien nul par déplacement de l'axe.

Dans le cas des cloches usuelles les frottements sont petits, l'amortissement par l'air négligeable et le déplacement de l'axe du battant considérable : alors loin de servir à l'entretien, les chocs diminuent la vitesse. Il ne faut pas généraliser indûment les résultats ci-dessus énoncés pour ce cas. La cloche d'expérience permet de supprimer l'entretien (en mettant les axes *A* et *a* dans le prolongement l'un de l'autre) et d'augmenter l'amortissement avec un carton fixé au battant : dans ce cas il faut bien que l'entretien se fasse par les chocs. Quelles que soient alors les périodes *propres* relatives, les chocs se produisent sur les bords inférieurs.

Traisons le cas extrême d'un amortissement très grand. Prenons la cloche quand elle va de gauche à droite. Son bord inférieur gauche attrape le battant, le pousse à droite et l'abandonne. Si la période du battant est longue, il n'est pas encore revenu à la position d'équilibre quand il est rattrapé par le bord droit qui le pousse à gauche

et l'abandonne. Si sa période est courte, il a eu le temps de repasser par la position d'équilibre : c'est quand il y revient pour la seconde fois qu'il est rattrapé par le bord droit, qui le pousse à gauche et l'abandonne.

De toute manière, vu l'amortissement grand et l'entretien nul en dehors des chocs, les chocs se produisent contre les bords inférieurs, que le rapport des périodes soit plus grand ou plus petit que l'unité.

Il est évident que ces hypothèses sont très défavorables à la pureté de son, puisque alors le battant, loin de rebondir et de laisser la cloche vibrer, est comme entraîné alternativement par les deux bords de la cloche.

264. Cloche inclinée.

1° — Jusqu'à présent nous supposons que le battant ne frappe la cloche que deux fois par période; il suffit d'écouter les sonneries qui servent dans les écoles ou les ateliers, pour constater qu'il y a le plus souvent trois coups du battant. Corrélativement la cloche n'est

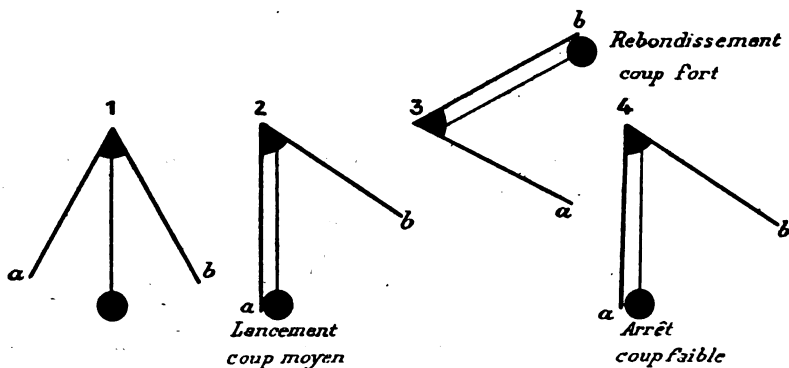


Fig. 293.

généralement pas suspendue de manière que son axe de révolution soit vertical dans la position d'équilibre; un contrepoids la maintient inclinée. Ces cloches à battant rétrograde sont relativement légères, de sorte que même si la position d'équilibre n'est pas inclinée, il est facile de maintenir les elongations maxima symétriques par rapport à une droite inclinée, en tirant convenablement sur la corde qui sert à l'entretien.

2° — La figure 293 montre les positions d'une certaine cloche au moment des chocs; 1 et 3 sont les situations extrêmes. La cloche part de 1, rencontre par son bord *a* le battant qu'elle lance. Elle le reçoit sur le bord *b* dans la position extrême 3. Le battant retombe et vient s'arrêter sur le bord *a*.

La cloche revient alors à la position initiale 1, et ainsi de suite.

Les trois coups (deux sur *a*, un sur *b*) occupent à peu près une demi-période. C'est le coup sur *b* qui est de beaucoup le plus intense.

Autant qu'il est possible d'en juger sans enregistrement, il ne semble pas que l'oscillation de la cloche en fonction du temps ait ses courbes d'aller et de retour symétriques.

Au reste tant s'en faut que la tige à laquelle la corde est attachée, soit toujours disposée de même. Tandis que dans la sonnerie normale à deux coups également espacés, on rend le bras de levier constant en faisant passer la corde sur une poulie (fig. 285), ici le bras de levier est essentiellement variable.

Il semble que la prédominance du coup 3 soit due à un arrêt de la cloche par la corde, arrêt qui augmente l'intensité du choc par le battant.

De ce mode de fonctionnement résulte que la sonnerie ainsi réalisée n'a pas le caractère esthétique des cloches à la volée dont nous dirons quelques mots au paragraphe suivant.

3° — Le mode de fonctionnement précédent (rythme 6/8) n'est pas général. Pour certains montages, le nombre de coups par période restant égal à trois, le rythme est à quatre temps, approximativement bien entendu.

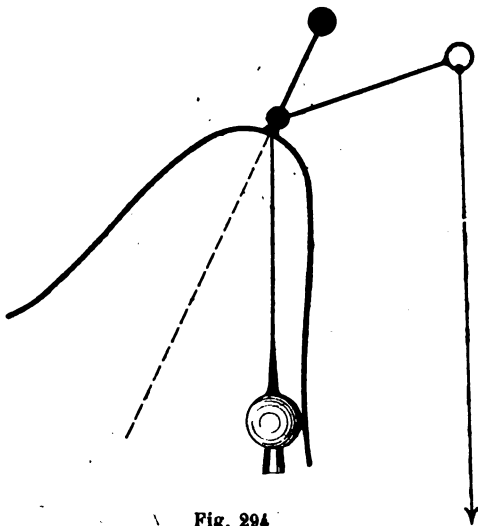


Fig. 294.

265. Cloche fixe, battant mobile. Tintement.

Le lecteur demandera peut-être à quoi bon tant de complication pour sonner une cloche à la volée quand il est si commode de la fixer et d'agir sur le battant comme avec un marteau (procédé inévitable pour actionner les carillons dont les notes doivent s'espacer suivant une loi déterminée). On obtient à peu près le même effet dans le *tintement proprement dit*, sonnerie pour laquelle la cloche fait de petites oscillations autour d'une droite inclinée sur la verticale, de manière que le battant, quasiment immobile, frappe toujours le même bord.

Le battant agissant comme un marteau peut fournir des chocs intenses; il n'est cependant pas douteux que le *tintement* sous ses deux formes donne un son monotone, sans ampleur; on *sonne à la volée* les grandes fêtes et les baptêmes, on *tinte* pour les enterrements.

J'ai demandé à bien des gens en quoi le son des cloches à la volée

se distingue pour eux du tintement; ils s'avouent toujours incapables de formuler la différence, bien qu'assez nette pour ne jamais hésiter sur le procédé d'obtention du son.

Peut-être faut-il la trouver dans une sorte de battement qui vient de ce que la cloche sonnant à la volée présente successivement dans la même direction la bouche puis le cerveau : deux coups successifs n'ont pas la même intensité. Peut-être faut-il invoquer le mouvement de l'air qui propage le son et dans lequel la cloche produit des allées et venues et des tourbillons : d'où de rapides variations d'intensité.

Peut-être enfin faut-il invoquer le principe de Döppler : la paroi vibrante s'éloigne et se rapproche alternativement de l'auditeur, d'où une variation périodique de la hauteur du son.

Quelle que soit l'explication préférée, toujours est-il qu'on a la sensation de vagues sonores qui se répandent et courent sur le sol. On ne doit pas juger de pareilles questions du point de vue de l'Acoustique pure ou sous le biais du conseiller municipal qui voit dans les cloches un succédané du tambour de ville, ou le moyen d'embêter son curé en exigeant certaines sonneries « civiles ».

Chez tout homme éduqué, la cloche éveille des souvenirs de tocsin ou de *Te Deum*. Quand la *Guerre* éclata, quand la *Paix* fut signée, les cloches sonnèrent à la volée : le maigre tintement, le glas résigné, ne pouvaient suffire à l'angoisse des adieux, à la joie du triomphe.

Pour symboliser le tocsin, les peintres montrent une horde s'échappant du clocher; le tintement évoque une procession de béguines.

APPENDICE II

ÉCHAPPEMENT DE L. KELVIN

266. Description de l'appareil.

1° — Sous le nom de « Nouvelle horloge astronomique », dans une de ses *Lectures populaires*, Lord Kelvin décrit un régulateur curieux, encore qu'inexécutable pour le but qu'il se proposait d'atteindre. Je ne m'astreindrai pas à une reproduction fidèle pour la raison que je viens d'énoncer et parce que le texte de L. Kelvin n'est rien moins que clair, ce qui est la règle pour une *Lecture populaire*, genre faux s'il en fut.

Pour être compréhensible, posons le problème de la manière suivante : *avec une dynamo on entretient la rotation de l'axe pq ; on tolère une variation périodique de vitesse, mais on demande que la vitesse moyenne soit exactement celle que définit le mouvement alternatif imposé d'un bras BB tournant autour de l'axe O.*

Décrivons d'abord l'appareil en le transformant pour rendre la figure compréhensible.

2° — Un axe vertical fileté AA porte un écrou très mobile EE.

Extérieurement à l'axe AA est l'axe tubulaire TT.

Ils sont entraînés par les roues dentées a , b , montées sur l'axe pq et engrenant avec les roues α , β , de manière (par exemple) que T fasse 10 tours pendant que A en fait 8.

L'écrou frotte sur TT par le moyen des ressorts rr .

Quand T fait 10 tours et A 8, tout se passe pour l'écrou comme si A restait immobile, T tournait de deux tours. Supposons que les ressorts glissent suivant les génératrices du tube T et ne glissent pas suivant ses sections droites. Nous revenons plus loin sur cette hypothèse, certainement inexacte, mais qui ne change rien à l'ensemble de la théorie. Avec le sens de rotation choisi pour l'axe pq , l'écrou tourne de 10 tours et monte de deux pas. Imaginons alors que le bras B vienne arrêter le nez n : l'écrou, ne pouvant plus tourner, descend sous l'action de l'arbre AA. Si l'arrêt dure juste la durée de

deux tours de l'arbre AA, l'écrou revient exactement à sa position première, *quelle qu'elle soit*.

La période T du phénomène qui, par hypothèse, est imposée, se divise donc en deux parties : l'une t_0 est la durée de 8 tours de l'arbre AA, l'autre $t_1 = T - t_0$, est la durée de l'arrêt du nez n contre

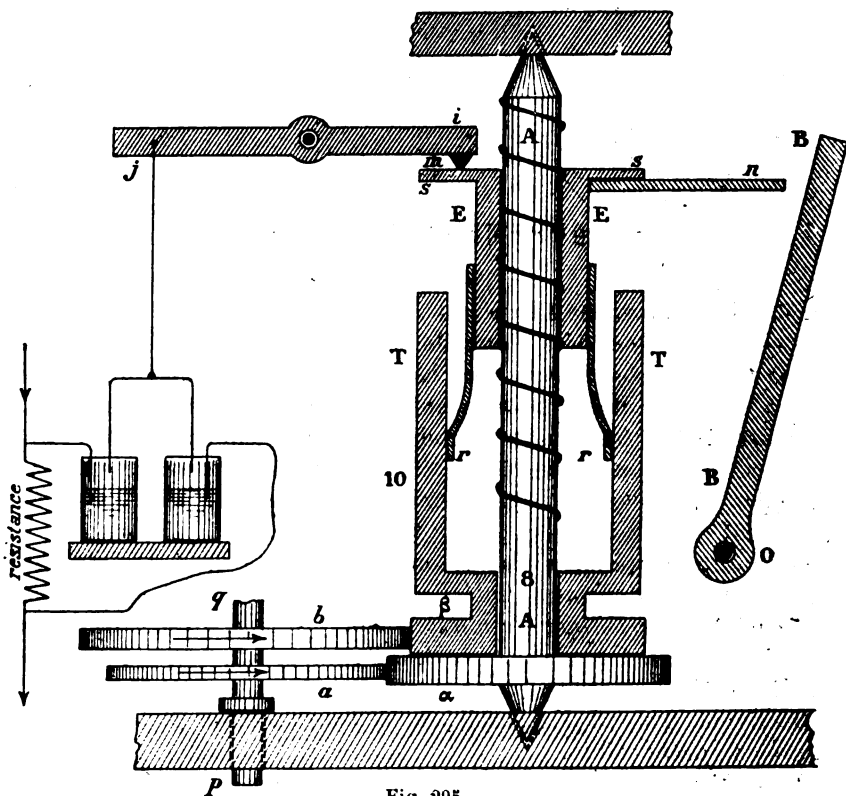


Fig. 295.

la tige oscillante BB. Le lecteur supposera qu'elle vient se mettre en place entre le neuvième et le dixième tour de l'écrou, de manière à recevoir le nez.

Enfin en ij est un levier qui repose par le nez m sur un plateau ss porté par l'écrou; son rôle est de supprimer une résistance dans le circuit de la dynamo quand le nez m atteint une certaine hauteur. La vitesse de la dynamo est donc égale à v quand l'écrou est assez bas, égale à $V > v$ quand il est assez haut.

267. Fonctionnement.

1° — VITESSE DE RÉGIME.

Elle est atteinte quand, après chaque période T , l'écrou reprend exactement la même hauteur. Dans notre exemple numérique, cela

revient à dire que la période T se divise en deux parties t_0 et t_1 qui sont entre elles comme $8 : 2$. Dans le temps t_0 , l'écrou tourne de 10 tours et monte de deux pas; il ne tourne point et redescend de deux pas dans le temps t_1 . Chacun de ces temps est coupé en deux parties (dans le même rapport) pendant lesquelles les vitesses sont v et V , la vitesse moyenne de régime Φ étant évidemment intermédiaire.

2° — RÉGULATION.

Supposons que pour une raison quelconque les vitesses v et V diminuent. Pour obtenir la même vitesse de régime Φ , il faut que le rapport des temps pendant lesquels les vitesses v et V sont imposées, varie. Pour préciser, il faut que la petite vitesse v dure moins longtemps, il faut que la grande vitesse dure plus longtemps : il faut donc que la position moyenne de l'écrou s'élève : ce qui se produit automatiquement.

En effet, à partir du lâcher de l'écrou jusqu'au moment où le nez vient buter à nouveau, il s'écoule un temps t_0 plus grand; le temps t_1 diminue. Conséquemment, alors que l'écrou est monté de deux pas, il descend de moins de deux pas : sa position moyenne s'élève.

Le même effet se produira pendant les périodes suivantes, jusqu'à ce que la vitesse de régime soit de nouveau atteinte.

Au contraire, supposons que les vitesses v et V augmentent : le temps t_0 devient plus court, le temps t_1 plus grand. L'écrou monte toujours de deux pas, mais étant arrêté plus longtemps, il descend de plus de deux pas. Sa position moyenne s'abaisse; le temps propre à la vitesse v par rapport au temps propre à la vitesse V , augmente : la vitesse de régime est ainsi rétablie.

3° — Dans ce qui précède je suppose que, pendant la phase t_0 du phénomène, les ressorts r glissent contre la paroi intérieure du tube T parallèlement aux génératrices, *sans glissement horizontal* par conséquent : hypothèse certainement erronée. En admettant que l'écrou frotte très peu contre l'axe AA , il est plus vraisemblable que les extrémités des ressorts r décrivent sur le tube T des arcs de deux hélices normales à la vis filetée sur AA .

Soit α l'inclinaison de cette vis; $\operatorname{tg} \alpha$ est le rapport du déplacement vertical de l'écrou au déplacement horizontal.

Dans l'hypothèse posée, $\operatorname{tg} \alpha$ est le rapport du déplacement horizontal des ressorts par rapport au tube T , à leur déplacement vertical.

Les nombres précédents qui supposent nul le déplacement relatif horizontal des ressorts, conviennent donc à un pas de vis très petit. Mais le lecteur vérifiera que quel que soit α , la théorie subsiste.

Supposons que A faisant 8 tours et T 10, l'écrou ne fasse que 9 tours et ne monte par suite que d'un pas; supposons la vitesse de régime établie; pendant l'arrêt de l'écrou la tige AA tourne d'un tour dans l'écrou qui descend d'un pas et revient ainsi à sa hauteur ini-

tiale, après avoir fait au total le même nombre de tours que la tige AA. La course de l'écrou est moindre, mais la régulation se fait d'une manière automatique toute semblable.

268. Critique du système.

1° — Le système est ingénieux, mais sa valeur pour régler une horloge astronomique est nulle.

Sans doute il réalise la condition très favorable que le rouage ne s'arrête pas, à l'inverse de ce qui se produit avec les échappements ordinaires; mais la vitesse n'en reste pas moins périodiquement variable; la régulation n'est toujours que moyenne.

Elle ne l'est même pas en toute rigueur. Le système compteur enregistre les tours de l'arbre A, tandis que la régulation porte sur l'écrou; c'est le nombre de tours du nez n que fixe le mouvement du bras oscillant B. Or, la différence des tours de l'arbre A et de l'écrou dépend de la hauteur moyenne de cet écrou.

2° — Tel que je le décris, le dispositif est applicable à un rouage mû par une dynamo et réglé par une horloge commandant le bras BB. Il est facile d'obtenir que brusquement le bras s'écarte pour laisser partir l'écrou et ne revienne que lentement, de manière à ne pas gêner le passage du nez jusqu'au neuvième tour inclusivement (dans notre exemple numérique) : les rouages *amuseurs* ont été inventés pour cela. On peut rendre les frottements très faibles, l'écrou n'ayant d'autre travail à effectuer que de soulever le levier *ij* presque équilibré, qui lui-même ne doit soulever qu'un pont reliant deux godets à mercure.

Dans l'appareil de L. Kelvin, le bras BB est un pendule qui porte deux palettes; le nez n joue le rôle de roue d'échappement (réduite à une dent); la régulation est obtenue par des pendules coniques à friction. Bref, c'est inapplicable, quoi qu'en dise l'auteur, qui, du reste, n'apporte aucune justification à l'appui de son dire.

TABLE ALPHABÉTIQUE DES MATIÈRES

(TOME II)

Les numéros des renvois sont ceux des paragraphes.

A

Aberration 53.

Académie des Sciences (Ancienne) 54.

Accélération : angulaire 128; — axipète 125; — voy. Chronomètres, Coefficient; — complémentaire 128; — voy. Couple accélérateur; — d'entraînement (tangentielle), normale, 128; — de la pesanteur 157, 205 (diminuée); — petites 167; — 244.

Accrochage : facilité 192; — lame vibrante 170.

Action : voy. Aimant, Air, Appareil, Caoutchouc, Champ, Chevilles, Choc, Cliquet, Contrepoids, Cordes, Couple, Courants : intensité, Dents, Echappements, Électro, Forces, Frottements, Goupilles, Humidité; — magnétique 192; — les mêmes 24 (impossible); — voy. Oscillateurs, Pesanteur, Poids, Remise à l'heure, Ressort, Rouage, Spiral, Vent.

Adhérence : augmentation et arrêts 73.

Aiguilles : avançant par soubresauts 48; — battant ensemble même fraction de seconde 242; — voy. Chronomètres; — déplacement 185 *ter* (gros, suivi); — entraînées 2; — équidistantes sur roue phonique 189; — équilibrée par contrepoids 49; — des grosses horloges 61; — marche arrêtée 108; — des minutes 106, 107 (remise à l'heure : directement); — paraissant immobile 189; — en plein air 45; — radiales 189 (angulairement équidist. éclairées fortement); — rotation 49; — des secondes 72; — très légère 49 (aluminium); — et vent 45; — verticale 189 (fortement éclairée).

Ailettes 164 (deux).

Aimant : action et pesanteur 220; — approché d'un disque de cuivre rouge 194; — en fer à cheval 102, 116, 166 (tournant),

254 (deux); — oscillant dans solénoïdes 114; — permanent 112 (double), 177, 179 (quatre); — petit 197; — porté par pendule 115; — superposés 254; — 178.

Air : action 96 (par : masse entraînée, frottement), 206, 262 (augmentée); amortissement 262, 263 (négligeable); — chemin obstrué 164; — comprimé 98, 106 (distribution de l'heure); — courant 118 (violent : soufflerie), 236 (influence); — voy. Énergie transmise, Frottements; — humidité 96 (action); — masse 180 (hau-
teur variable : piston mobile); — voy. Mouvements; — perturbation électromagnétique 118; — pression 96 (expér. d'Harvey : variation), 96 *bis* (action), 103 (syst. pneum.); — résistance 22, 136, 254.

Airy : pendule 134 (conique), 135 (double); — régulateur Watt 154 (dispositif).

Alembert (d') 247.

Alternateurs : couplage imité 177; — industriels 182 (inertie).

Amant : échappement à chevilles 13, 14 (perfectionnement de Lepaute).

Amortissement : accru 5, 180 (sensible-
ment), 211, 263; — altération par réso-
nance 230 (syst. entretenu); — par chocs 262; — deux 254 (moyenne); — différent 135 (vibrat. princ.); — dus à air et à suspension 262; — voy. Lames, Métro-
nome; — négligeables 263 (par l'air); — nuls 254 (périodes), 262; — voy. Oscil-
lations; — petit 5; — rapide 200; — supplémentaire 230; — et température 174; — et trajectoire 124; — très grand 263; — variation en fonction de l'ampli-
tude 182; — 223.

Amortisseur 192.

Amplitude : angulaire 186; — voy. Arc :
et amplitude, total, de vibration; — aug-
mentation 5 (régulière), 6, 9, 96 *bis*

(humidité), 138, 178; — voy. Balancier, Battant; — calculables en fonction de l'une d'elles 212; — changement insignifiant 5; — choix 252; — voy. Cloches; — connaissance 63, 200 (nécessaire); — constante 114, 190, 221; — décroissement : exponentiel 115, 230; linéaire 93; — voy. Déplacements; — diminuée 4 (énormément), 63, 93, 95 (froid); — donnée 71; — égales 243; — et elongation 29 (rapport); — énormes 5, 190 (relativement : oscill. isochr.), 259, 260; — exagérée 20; — grande 19, 27, 48, 135 (phénomènes complexes), 172, 187, 190 (accessibles : augmentation de la période), 194 bis (et constante), 226; — initiales 221, 223; — inscription photographique 182; — invariable 96 bis, 144 (hypothèse : pend. conique); — limitées 10; — la même 244; — mesure 173 (vibrat. d'un diapason); — maxima 13 (double : levée), 20, 23, 243; — minima : double 7 (levée apparente), 8; — modifiée 10, 93, 218, 221; — nulle 243; — — voy. Oscillations; — pendule 18 (et fourchette); modifiée 218, 221; 224 (très ou peu différentes), 238, 259; — et période 10, 16, 63, 91, 93; — perte 108 (faible); — petites 43, 138, 145, 147, 217, 226, 246; — petiteesse angulaire 43; — quelconque 77 (déformation), 223 (initiales); — rapport 221 bis, 236 (très petit), 253, 254 (convenable); — réduction 18; — réelles 253, 260 (de régime); — voy. Support; — trop faible 108; — valeur 7 (double), 13; — variable 113, 190; — variation 5 (périodique : faible), 6, 10, 63 (courte période : régularité remarquable; périodiques : balanciers des chronomètres), 95, 96 bis (et variat. de pression), 104 (considérable), 180, 227, 236, 241 (apparentes très gênantes), 245, 254; — voy. Vibrations.

Anches 187.

Ancre : axe 8, 40; — azimut 18 (convenable), 229 (quasi invariable); — becs 7 (partie active), 8 (inclinaison), 38, 39, 105; — bras 14 (même longueur), 24, 38 (angle : réglage), 176; — voy. Butoirs; — à chevilles 24; — voy. Choc; — dégalement 25, 26, 105; — déplacement brusque 39; — voy. Échappements, 26, 37; — faces de repos 24; — fixation 38; — forme 7 (évidée quelconque), 10 (modifiée); — voy. Graham; — immobile 39; — inclinés 7 (d'entrée, de sortie), 8, 24, 33; — intervalle 8 (nombre de dents : arbitraire); — libre 24 (parfaitement), 38; — mouvement 31, 33, 37, 41, 52; — oscillation 52 (entière : sans arrêt); — période d'impulsion 20; — à plans inclinés 24; — position 176; — repos 7 (d'en-

trée, de sortie), 26, 104; — repoussée 40; — — soulevée 105; — stabilité au repos, tracé, 24.

Andrade : 90 (spiral), 92 (terme correctif).

Angle : et charge 138; — évalués en temps 54; — horaire 53; point vernal 54, 55 (détermination); — d'impulsion 3 (ou arc : *levée réelle*), 8, 13, 24; — invariable 210; — de levée 3 (*levée*), 8 (repos et impulsion), 13, 21, 24 (de l'ancre), 26; — de repos 8, 21, 22 (grandeur), 24; — de stabilité 149; — de tirage 24, 26; — vifs 247 (nombreux).

Anneaux : voy. Balancier; — de bronze 164 (pression); — concentriques 185 (noircis sur secteurs équidistants); — deux 166 (fixes isolés); — en fer 73 bis (entourant montre), 162 (pouvant tourner autour d'un diamètre), 258 (cloches); — Gramme 166 (fixe); — oculaire 51 (existence; définitions); — plat 238.

Antennes : d'émission 118; — multiples, de réception, 120.

Appareils : action sur moteur 164; — voy. Astronomes; — de chute 206 (décharge des condensateurs : étude); — de construction facile 210; — de contact 123; — deux 145 (exactement synchronisés), 149, 184 (voisins), 209 (identiques); — dissymétrie 126; — divers 49, 51; — d'émission 119 (T. S. F.); — enregistreurs 113, 117; — étalonnage 142 (possible), 170; — d'horlogerie 1; — d'impulsion 6; — incliné 117; — inscripteur 181 (petites dimensions); — installation dans laboratoire ordinaire 217; — jeu 154 (et vitesse), 176; — voy. Kœnig; — de laboratoire 154; — lancement 50; — à lentille 186 (réglage); — marqueur 204; — à miroir 186 (réglage); — oscillant 185 ter; — oscillation 50 (période); — des physiciens 151; — portatifs 51, 104, 105; — portés 68; — précis 79 (et coûteux : exigé); — à ressort 10; — robustes 186 (faciles à construire); — pour rotation rapide d'aimant 73 bis; — sensibilité accrue 120, 203; — série 107 (remise à l'heure); — à tige rigide 145 (de réglage); — tournant 185 ter, 193 (quelconque); — très simple quasiment indé réglable 113; — type 205; — utilisés 238; — vitesses à bouts de course 151.

Arbre : de dynamo 194 bis; — extrémités 70 (pivots); — flexion évitée 158; — mouvements oscillatoires 100 (obtention); — porte-satellite 141; — ralentissement 167 (rôle); — à régler 164; — rotation 82, 99; — tournant 126 (librement), 169, 192, 193 (tours : nombre); — tours 268 (enregistrés); — vertical 152; — vitesse angulaire 158 (réglée), 163 (mesure),

185 (constance : vérification); — 162, 165, 170, 266.

Archet : continu, description (tige, tête, hausse), 175; — emploi 175, 243; — voy. *Magunna*.

Arcs : et amplitude 10; — voy. *Avance*; — de cercle 74 (déformation), 78 (un, deux, trois); — de circonférence 78 (centre d'inertie); — à courant alternatif 182 (emploi); — décrit 105 (diminuant); — d'emploi 35 (modifié); — étendue 61 (augmentée); — de fonctionnement 5; — formé 118 (à supprimer); — grands : voy. *Avance*, 20, 71 (formule ne convenant pas), 91, 96 *bis*, voy. *Retard*, 138; — d'impulsion 3, 7, 21; — de levée de l'échappement 4, 5, 10, 20; — lumière 63; — minimum 20; — voy. *Montres*; — notables 5; — petits 5; très 19, 71, 21, voy. *Avance*, 86, voy. *Retard*, 87, 91, 93, 95, 115, 138, 185 *bis* (relativement : utilisation), 228; — supplémentaire 3, 7, 8, 13, 16, 20 (exagération), 30, 38, 39; — total 3 (et amplitude), 4 (ou arc de vibration), 8 (pour fonctionnement possible), 18 (relativement grand), 25 (dont tourne balancier), 35, 71 (d'oscill.); — de vibration 4 (double de l'amplitude); — voltaïque 185 *bis*, 202.

Armature : accrochée 192; — voy. *Contrepoids*, *Electro*; — lâchée 117; — masselotte de fer doux 181; — polarisée 102 (emploi), 112

Arnold 27.

Arrêtages 16, 25.

Arrêts : azimuts 32 (repos); — cause 73; — voy. *Chronomètres*; — de cloche 264; — deux 50; — durée 266; — échappement à détente 27; — d'écrou 267; — au doigt 26, 27; — voy. *Horloges*, *Montres*, *Nez*, *Pendule*; — probabilité 97; — voy. *Réveille-matin*; — roue 36; — sur roue 38; — 1, 93.

Articulations : voy. *Axe*; — fixes 160; — mode ordinaire 156; — nécessaires 45; — supérieure 154; — 146, 159, 167.

Ascensions droites : détermination 5; — d'une étoile 55; — du soleil 54; — variation 53 (étoiles équatoriales).

Astronomes : anciens 2 (et clepsydres), 54; — appareils 151; — exceptés 57; — de service 110; — 34.

Astronomie de position 5 (base).

Attraction : augmentant, parties (constante, variable), 201.

Atwood 205 (machine).

Avance : annulée 71; — voy. *Azimuth* variant, *Chronomètres*; — à corriger 108; — définition 59; — diurne (marche) 10, 60; — et échappement 6, 29; — par froid 95; — et frottements 93 (augmentant); — aux grands arcs 6 (relative);

et échappement 9, 48; 10, 13, 96 *bis*, 228; — voy. *Horloges*; — limite 107; — maxima 71; — moyenne 48; — aux petits arcs 29, 65, 86 (suppression), 91, 93, 95; — et poids 10; — relative 71 (formule), 141; — et retard 81 (compensation); — voy. *Rouage*; — signe 62 (+); — trop forte 108.

Axe : ajustage convenable 139; — voy. *Ancre*; — d'articulation 156; — voy. *Balancier*, *Battant*, *Cloche*; — coïncidence 226, 227; — de coordonnées 213 (rotations); — voy. *Cylindre*; — déplacement 263; — voy. *Ellipse*; — entaillé 48; — entraîné 118 (par dynamo), 158 (par roue et pignon); — voy. *Excentrique*; — fileté 167; — fixe 17, 155, 169; — flexions 128; — voy. *Fourchette*; — géométrique 20 (de la verge); d'axe matériel 25, 126; 47 (le même), 63, 136, 142, 185 *bis*, 226; — de l'heure 101, 107, 108 (coupé), 109; — horizontal 50, 63, 71, 128 (de suspension tournant), 148, 185 *bis*, 222; — incliné 157; — instantané 63; — intermédiaire 260; — jeu 63 (nul); — de laiton 102; — matériels 63, 258; — le même 36, 47; — des minutes 108, 109, 113; — mobile 181; — voy. *Moteurs*; — parallèle à vibration 189; — voy. *Pendule*; — de pièce oscillante 12, 30, 32; — des pivots 94; — principal d'inertie 94, 150 (pour centre d'inertie); — en prolongement 194, 219, 263; — rapide 101 (d'horloge), 108; — remplacement par ressorts 34; — de révolution 264 (non vertical); — de rotation 18 (secousses évitées), 49, 53 (de la Terre), 71, 78, 80, 142, 149 (incliné sur l'horizon), 151, 154, 156, 158, 160, 163 (inclinaison déterminée), 179, 221 *bis*, 258 (abaissé : cloches; — du battant), 259, 262 (entraînement), 266; — voy. *Rouage*, *Roue d'échappement*; — de suspension 128; — tournant 128, 209, (sur paliers à billes : supports); — tubulaire 266; — vertical 63, 79, 82, 125, 128, 136, 139, 142, 146, 147, 154, 161, 166, 179, 189, 194 *bis*, 204, 210, 221 *bis*, 266 (fileté); — 97, 137, 143, 145, 152, 165, 213.

Azimuth : absolus 226; — voy. *Ancre*; — apparent 135 (bien); — voy. *Arrêts*; — changement 32, 92, 165; — conservé 109 (rochet); — détermination 254; — déterminé 185 *ter* (bien); — différence 133, 226 (convenable); — fixé 154; — inva-riable 53, 165, 229 (quasiment); — voy. *Marche*; — principaux 139 (identité mécanique); — rectangulaires 232 (du choc); — réglable 70 aisément; — relatif 73 *bis* (variable), 82 (changement), 109; — série 73; — variant (chronomètre) 71, 72 (avance, retard).

B

Bague 137 (continue).

Balais frottants 137, 153, 166, 193, 194 bis.

Balance : bien construite (grandes oscillations), paresseuse (vibrations infin. petites), problème, 244.

Balancier : aimantation 73; — alourdi 51; — amplitude 5 (quasi constante), 26 (insuffisante), 63 (variations considérables), 96 bis (croissant); — anneau d'acier 73; — axe 4 (position), 23., 25, 27, 28, 40, 42 (fixé en un point), 71, 81, 82 (extrémités), 83; — bas 71 (diminution de poids); — centrage : défauts 60, 72 (neutralisés), 83; — centre de gravité 71, 73 (d'inertie : décentrement); — voy. Chevilles, Choc, Chronomètres; — coupés 91, 94; — voy. Couple exercé, Cylindre; — et détente 27; — diamètres 72 (et verticale), 96 bis (petit); — dilatation 95; — dimensions 94 (moyennes optima), 104 (énormes relativement); — effort 6, 27; — énergie 22 (fournie), 28 (restituée); — excentré 72; — excentricité 71 (élimination; correction); — fréquence 221 bis; — haut 71 (diminution de poids); — voy. Impulsion reçue; — inerte 5 (horloges), 20; — inertie 4, 5 (considérable : possible); utilisée 26, 27; 92, 96 bis (augmentée : humidité); — en laiton ferro-nickel 60; — lancé 23; — libre 28 (sauf 2 fois par oscill.), 40; — masse 95 (variation par oxydation), 96 bis (et accroissement de pression); — mené par roue d'échapp. 29; — mince très flexible 91; — voy. Moment d'inertie; — montage 70; — voy. Montres; — mouvement 40 (entretien), 82, 83 (équat. diff.), 227; — en or 96 bis; — oscillant 100 (avec minuterie et cadran); — voy. Oscillateur; — oscillations 24, 27, 28 (marteau déclenché), 82, 93 (accélérées, retardées), 104; durée 227, 229; — voy. Pendule substitué, Périodes : propre imposée, successives; — petit 96 bis (très); — voy. Pivots; — plateau 25; — en platine 96 bis; — poids 3 (à ôter), 4, 53 (ajouté), 71, 104; — position d'équilibre 29 (et choc); — rayon 94; — relancement 25; — et ressorts 5 (moteur et réglant : montres); — voy. Réveille-matin; — rotation 52, 81 (et couple produit par spiral homogène déformé), 85; — voy. Roue de rencontre; — virole 83, 88; — vitesse 97; — volant 25.

Balle métallique tombant sur plan métall. et rebondissant 208.

Barillet : indépendant 101; — moteur 42, 46, 101, 136; — de pendule d'apparement 48 (couple : variation); — poids 49

(et équilibre); — remplacement 170, 192; tournant 16.

Baromètre à siphon 144 (et pend. conique).

Barre : deux 221 (de même mom. d'inert.); — oscill. : battements, 222; — de fer 258; — homogène 225; — horizontale 128 (entraînée), 164 (liée à l'arbre), 245, 254; — simple 192 (arrondie).

Barreaux : d'acier aimanté 220 (identiques); — de bois 236.

Barus 227.

Battant : amplitude 260; — axe 258 (au-dessous de l'axe de la cloche), 260, 261 (fixe); déplacement 262, 263 (considérable); — boule 258, 261; — chasse 258; chocs 258, 259 (complicant mouvement), 260, 261, 264; — de cloche 258 (queue à anneau, boule et chasse); — compensé 258, 260; — entretien 258, 260 (bon : de l'oscill.), 262; — forces 262 (espèces); — lancé 260, 262 (trajectoires); — longueur 261 (variable); — mobile 265; — mouvement oscillatoire 258 (entretien); — oscillations 261, 262; — période 260, 261 (variable), 263; — poids 259; — queue 258, 260; — rebondissement 262, 263; — rétrograde 260, 262 (trajectoires), 264; — rôle 177 (sonnerie d'appartement); — vitesse 262.

Battements : comptage 184; — curieux 221; — demi-seconde 17, 103 (pendule), 104, 113; — égaux 18; — entendus 243; — équidistants 16 (réalisation); — existence 226; — et hauteurs 193 (différence); — d'une horloge 117 (enregistrement : microphones sur cage), 122 (à comparer); — voy. Métronome; — montre 229; — nombre 16 (métronome), 176 (compté), 217 (par seconde : fréquence); — observés 243; — obtention 235 (deux pendules); — période 237; — production 243; — sorte 265; — successifs 8 (intervalles : égalité); — synchrones 54; — un 121, 191 (par seconde : diapasons); — 1, 3, 72, 175, 182.

Baudot 145 (télégraphe).

Baumann 112 (entretien).

Bec : arrondissement 10; — voy. Ancre; — bords 13 (supérieurs); — voy. Chevilles; — de fourche 24; — incliné 13; — mobilité 8 (dans fourche); — premier 13 (retour); — 5.

Bernoulli (D.) : 2 (clepsydres : mémoire), 244 (problème de la balance), 247.

Berthoud : compensation 95 (définition); — échappement : libre 17, à recul 10 (isochronisme et force motrice); — expériences 10 (probl. des échapp.); — résultat 10 (intérêt pratique); — traité d'horlogerie 1, 10.

Bielle : compression longitudinale 157; —

rigide 170 (véritable); — transversale 18; — 106, 164.
Bifilaire : deux 254; emploi 221 *bis*.
Bille : brillante 202 (tombant : photographie); — 209.
Bobine : deux 122, 254 (doubles); — d'induction 118, 143 (rupture du primaire); — du récepteur (nombre), trois, 166; — 115, 116.
Bois paraffiné 120.
Boîte : cylindrique plate 192 (remplie d'eau, de mercure); — en fer 73 *bis* (pour montres).
Boîtier 96 (suppression).
Boltée (G. et L.) : App. I, — 260.
Bord : cloches 258, 260, 263, 265 (le même); — éclatant 63; — inférieur 260; choc 262, 263; — supérieur 260.
Bouasse et Sarda 170 (régulateur).
Bougies petites (queue de rat) 2.
Boules : voy. Battant; — centres 123; — déplacement 152 (dans plan vertical). 160 (comme glissement sur tringle horizontale); — d'un éclateur (excitateur) 118; — deux 91, 176 (cire molle); — énergie potentielle 153; — enfilée sur tringle 161; — de fonte 124; — mouvement 156 (non gêné), 167; — d'or 111; — oscillations 154; — voy. Sphères : de dégagement, d'entretien; — suspendue 130 (mouvement : cas général du pend. coniq.).
Bourdon de Notre-Dame de Paris 5.
Boussole 117 (petite).
Bouton 152 (entraîné), 175 (d'ivoire).
Bras : voy. Ancre; — de laiton 242; — de levier 264 (constante, variable); — moteur 139; — oscillant 268 (mouvement); — remplacé 137; — tournant 266; — 41, 77, 107, 110, 136, 165, 169.
Bréguet : échappement 28, 33; — horloge astronomique à deux pendules 242; — régulateur à tourbillon 71, 72; — ressorts plats coudés 80; — système 107 (remise à l'heure).
Brillouin (M.) : balanciers des chronomètres 63 (variations périodiques d'amplitude); — lunette stroboscopique 51.
Brocot 11 (échappement).
Brosse de filasse 140.
Butoirs : abaissement 52; — ajoutés 30 (deux); — de l'ancre 25; — extérieur 161; — fixes 226; — places 205 (les mêmes); — 41, 43, 101, 156, 164, 165.

C

Cadran : en dessus 61, 63; — divisé en parties égales 99; — et mécanisme 43 (distance); — oscillation 100; — pendule mystérieuse 50, 100.

Cadres : de bois avec fil en zigzags 203, 205 (parallèles équidistants multipliés), 207; — lancé 254; — 228.
Cage d'échappement 72 (à tourbillon, à carrousel).
Caisses : closes 236; — de pendule à secondes 199 (stabilité : vérification); — rectangulaire de sapin sec 248; — de résonance 180 (rôle).
Caléidophone 139, 197, 228 (gros).
Callaud 228.
Cames : sur axe des minutes 108 (tracé); — deux 169; — roue 36, 101 (d'échapp.).
Campanile 259.
Canal, canaux, 171.
Canalisation d'air comprimé : fuites 106 (importance; compensation).
Canon du Palais-Royal 57 (midi vrai).
Caoutchouc : d'accouplement 217, 219; — action 218; — allongement, mince, 217; — substitué à ressort 170; — tension 217, 219 (sensiblement constante); — tube 171.
Cardan 72, 82, 130, 139, 147, 148.
Carillons 265.
Carré : de cheville de piano 248; — et clef 42; — de clinquant 186.
Carte : à petite échelle 69 (établissement); — de visite 249 (mouvement).
Caspari : découverte de Leroy 87 (complétée); — problème 89; — terme correctif 92.
Cassini 54 (jour moyen).
Cendrée 44.
Cerceau 229.
Cercle : 13 (des goujons), 51 (de plomb).
Champ : action 257 (raies apparaissant); — clair ou obscur 51 (simultanément en tous ses points); — décroissant 73 *bis*; — voy. Electro; — extérieur 73 (et anomalies de marche; annulé); — intense 73 (mise accidentelle : chronomètres), 118, 257 (suffisamment : action sur source monochromatique); — de lunette 51, 53, 184; — magnétique 73 (terrestre : action), 118 (intense); — nul 73 *bis*, 257; — partie éclairée 183 (limitée par sinussoïde immobile); — renforcé, tournant, 166; — uniforme 254.
Charbon : 117 (des cornues), 182 (éclat : variation continue).
Chariot tournant 145.
Charlemagne : voy. Haroun-er-Reschid.
Chevalets : 178 (deux), 248 (sonomètre).
Chevilles : action 14, 15, 23; — voy. Ancre; — du balancier 25, 52; — et bec 13; — dégagement 40; — demi 38; — déplacement 13; — voy. Échappements; — emplacement 14; — épaisseur 16 (et échapp.); — voy. Goujons (Goupilles); — moitié retranchée 13; — nombre différent 16; — de piano 248; —

de plateau 25; — radiales : alternées 15, 100; 136; — rayon 13 (plus jeu); — sur l'ancre 38.

hoc : action 117; — amorti 206 (par air); — et ancre 25; — sur balancier 28; — voy. Battant; — et bord (cloches) 260, 262, 263; — sur boule 238 (cloches); — constance 28; — deux 262 (consécutifs); — discontinus 52 (entretien d'une rotation continue); — effets 94, 97; — voy. Elongation; — et entretien 136; — équidistants 261; — étude 28; — à éviter 22; — évités 40, 60; — influence 27; — intenses 265; — intensité augmentée 264; — latéral 82 (minime : et balancier); — moment 4, 261, 264; — et période 29; — et position d'équilibre 6, 29; — rôles simultanés 262; — successifs 29 (voisins); — et vitesse 262, 263; — 47, 232.

chronographe : enregistreur 117, 143 (pend. coniq.), 176 (Hipp); — voy. Le Boulangé; — 151.

Chronomètres : accélération : voy. Coefficient, 65 (origine); — aimantés 73, 73 bis, (désaimantation); — aiguilles 59 (jamais touchées); — arrêts 68, 69, 73 (fréquents), 97 (conditions); — en avance 59; — avances : diurne 60, 73 (accrue); 67, 95 (aux petit arcs), 221 bis, 227 (et retard altern.); — voy. Azimut variant; — balancier 40 (libre), 63 (variations périodiques d'amplitude), 96 bis, 105 (arc décrit), 221 bis (mom. d'inert.); — bulletins de marche : certificats 60 (conditions d'obtention); — critères 60, 62; — désaimantation 73 bis; — demi 61; — démontage 65; — à détente 29 (marche); — deux 242 (indépendants : dans même boîte); — diplômé 58, 60 (points nécessaires : calcul); — échappements 1, 6 (période allongée), 17; libre à coup perdu 19, 97; 24 (ordinaire); libre 26, 27, 104 (à ancre); 28, 105 (axe); — emploi à la mer et dans les explorations 66, ..., 69; — entretien 61; — épreuves (examens) de laboratoire 58 (conditions artificielles), 60 (de 1^{re} classe), 62 (durée, périodes); — état : absolu 59, 66, 68 (connaissance précise); positif 59; — étude 63 (élément fondamental); — excellent 82; — existence utile 58; — voy. Frodsham; — graissage nécessaire 61; — et heure exacte 68; — voy. Hipp; — immobile dans plan vertical 72; — indications 69 (différence); — irrégularité 60 (mesure); — voy. Isochronisme; — lancement 26, 97; — Leroy et C^{ie} n° 1143 : 62 (diplôme de marche très satisfaisante); — voy. Lieussou; — marche : définition 29, 59 et 66; Ch. iv (58, —, 65); 66 (moyenne), 67 (expression), 72 (et changements de position),

73 (après nettoyage; à terre, en mer) 95 initiale : avance), 96 (diurne : sous pressions variées), 97; — de marine 19 (travail); balancier 19, 96 bis (diamètre); constance des oscillations 51, 63; 61, 62 (précision), 63 (observation de Nyren), 71 (arc total d'oscill.), 72, 96 (série), 97 (marches : à la mer, en rade), 105 (à contacts), 121 (vérification journalière); — à la mer 73 (avance), 97; — et mouvements brusques 19; — nettoyage 65, 67 (effet), 73, 93 (huiles fraîches); — neuf 73 (Fisher); — parfait 59, 60 (points); — au pendant 61; — perfection scientifique 60 (mesure); — perfectionnés 53 (régularité : limite); — voy. Période : moyenne, Pesanteur : effets; — placé dans le vide 96 bis; — à plat 61 (sur le fond), 72 (sur cardan); — de poche 60 (de 1^{re} classe), 96 (série); — positions 71 (verticales et inclinées : réglage); — précision 63 (instantanée, moyenne); — de précision 27; — de prix 64; — réglage 60 (nature), 61 (disparaissant; instable), 62 (aux températures : 0° glacière, 15° ambiante, 30° étuve); Ch. v (70, —, 97); — régularité 60; — voy. Régulateur; — remise à l'heure inutile 59; — remontage 61 (le matin), 63 (à la même heure); — ressort régulateur 59; — retardant 59, 67; — retards : diurnes 60, 73 (diminué), 221 bis; — rotation brusque 97; — voy. Rouage; — sauts 68, 69, 97; — situation ordinaire d'emploi 63 (cadrant en dessus); — spiraux 85 (longueur, extrémités); — supporté horizontalement par fil très long 221 bis; — suspendu sur couteaux 227; — à température constante 60 (marche); — tombant 61; — tournant constamment 73 bis; — transformation perpétuelle 58; — transport 67, 96 bis (altitude diminuant); — trois 68, 69; — à l'usage 58, 60 (phénomènes négligés dans les épreuves : intervention), 61; — 181.

Chronométrie pratique 53 (précision)

Chronoscopes : manipulation 205 (appareil type); — principe 202.

Chute : annulée 22 (condition); — des corps 194 (lois : vérification), 202, ..., 205; — diminuée le plus possible 13; — direction 79; — exagérée 16; — légère 3; — libres 202 (à partir du repos), 203 (durées : tableau), 204 (tige cylindr.; début); — mesure 24; — nécessaire 3, 8, 22 (en pratique); — notable 20 (facilitant réglage); — notion précisée 13; — nuisible 22 (en théorie); — petite 4, 7, 21, 24; — sur l'incliné 38 (directement); — voy. Travail perdu; — valeur 23; — verticale 202; — 39.

Circuit : accouplement 233 (de deux); —

- agissant l'un sur l'autre par induction 233; — coupé 113, 202; — voy. Courants; — de décharge 207 (avec self), 233 (de condensateurs); — d'entretien 181; — fermé 109, 113, 115 (un instant), 117, 119, 170, 208 (pendant durée effective de contact); — fermeture 206 (équivalence : rupture d'un autre circuit), 209 (deux); — interrompu 254; — local 179; — métallique 206; — ouvert 164; — parcouru par des oscillations 120; — voy. Pile; — de réception 120; — résistance 114; augmentée 117, 179 (considérablement); 151 (introduite), 164 (diminuée), 168 (intercalées, supprimées), 208 (grande), 233 (négligeables); — rompu 108, 204, 205, 209; — rupture 203 (simultanée; successive), 205, 206, 209 (deux), 210 (déclenchant écran); — 114, 122, 178, 203.
- Clavier** 145 (touches).
- Clef** : abaissée 206; — cavité 42; — Morse 179; — de pendule 248.
- Clepydres** 2.
- Cliquet** : action 110, 236; — d'arrêt, d'impulsion, 99 et 113; — mû par électro 109.
- Clocher** 259 (fatigue : aucune; — solidité : douteuse).
- Cloches** : amplitude 260, 262 (maintien); — anneau de fer, anses, 258; — axe 258 (au-dessus de l'axe du battant), 259 (de rotat.), 260, 261 (mobile); — voy. Battant, Bord; — bouche 259, 265; — cerveau 258, 260, 265; — description 258; — d'expérience 261 (en bois), 263 (entretien supprimé); — fausure 258; — fixe 265; — gabarit, gorge, 258; — inclinée 264; — lancement 258, 259, 261 (à la main); — Mécanique : App. I (258, —, 265); — voy. Mouton; — en mouvement : entretien 5, 261, 262; — oscillation 259, 261, 264 (courbes d'aller et retour); — panse 258; — période 259, 260, 262; — poids, position d'équilibre (quasi indifférent), quillées, 259; — au repos 262; — suspension 264; — usuelles 263; — à la volée 264, 265.
- Coefficient** : d'accélération 59 (marche : chronomètres); négligé 60, 67 (d'abord); 63 (origine), 66 (pas nul), 69 (admis : approché), 73; — constants 252; — de correction 69 (choix); — de dilatation linéaire 191 (acier); — de frottement 144; — modifié 254; — numérique 92; — périodiques 80.
- Coincement** : évité 136; — et poussières 73; — possible 23; — se produisant 113.
- Colatitude** utilisée 128, 130, 131.
- Cole** 34 (échappement à pivot).
- Collecteur** 137, 166 (fixe), 193 (à balais).
- Colliers** métalliques 158 (isolés : deux).
- Collin-Wagner** : système 108 (remise à l'heure).
- Colonnes** : hauteur diminuée 144; — minces 22 (piliers); — 130, 226.
- Colophane** 175.
- Comparateur** : chronométrique 141; — voy. Helmholtz.
- Compensateur** de température 42, 67 (perfectionné).
- Compensation** : définition 95 (Berthoud); — fuites d'air 106; — illusoire 138; — impossible 72; — non-existence 172; — possible (accidentelle), procédé mauvais, 95; — se produisant 81, 97; — réelle, remarques, 95; — pour température 91, 93, 95.
- Comptage** : voy. Battements; — difficulté 5; — et échappement 23; — facilité 121, 192.
- Compte-secondes** à plume inscrivante 185 *ter* (mode d'observation).
- Compteurs** : actionnés 113; — fonctionnement avec courants inversés 102; — à mouvement d'horlogerie 100; — pour oscillations 23; — sans mouvement d'horlogerie 99; — système pneumatique 106; — de tours 23; — transformation en horloges secondaires 101; — utilisation 98.
- Condensateur** : armatures reliées 205 (métalliquement), 206 (à travers galv. balist.); — capacité 114, 233; — charge 112 (circuit); mesure 206, 207; — décharge 114 (entretien d'une pendule), 118 (élimelle entre boules d'un éclateur), 122, 206 (cessant; étude), 207 (à travers galv. balist.), 208 (partielle), 233; — deux 233; — emploi 117 (entretien : diapason); — voy. Méthode.
- Conditions** contradictoires 17.
- Conjoncteur** 206.
- Connaissance des Temps** : 54 (temps sidéral à midi moyen), 55 (tables : méridien de Paris), 57.
- Connexions** : convenables 112; — interverties 103; — par pendule 112.
- Consoles** scellées dans mur 217 (deux).
- Constantes** : absolues 191 (n'existant pas); — arbitraires 212 (phases), 246; — changées 65; — élastiques 174 (modifiées); — d'intégration 215; — 213, 218, 246, 262 (détermination); — voy. Paramètres; — de torsion 221 *bis* (nulle), 245 (II : détermination); — variables 67; — variation 191 (conditions); — 88.
- Contacts** : deux 206 (distance modifiable); — disposition 177; — voy. Durées; — électrique 121; — d'entretien 172 (mercure recouvert d'alcool ou de pétrole); — établi 102, 113, 173 (au bout des oscill.), 207; — fermé 116; — horaire 101; — matériels 116 (absence : pen-

- dule); — mauvais 102, 114; — à mercure 192; — produits 101 (souvent mauvais), 177, 194 *bis*; — qualité 114; — régulées 111; — voy. Ressorts de contact; — rompu 102, 209; — à seconde 101; — 114, 178.
- Contre-basse** 243.
- Contre-pivot** 15.
- Contrepoids** : action 17, 33, 205, 264; — et armature 99; — contenant rouage de montre 49; — équilibrant fourche 51; — lourds 259 (métalliques); — symétriques 157; — 113, 187.
- Coordonnées** : généralisées 211 (nombre égal aux libertés), 213 (systèmes), 250, 252 (choix); — principales 252; — 244.
- Coq** 5, 70 (pont).
- Cordes** : action 258 (par traction); — chargées de masses égales et équidistantes 246; — deux identiques 243 (sur contre-basse); — doublée 258; — ébranlement 243; — d'entretien 264; — homogène 247; — inclinaison 248; — longueur 248 (utile), 249 (invariable); — métallique 178 (emploi); — oscillations 187 (étude), 243 (période); — période 249; — de piano 217; — surchargées en son milieu 178; — tendue horizontalement 249; — unisson 243; — verticale 249; — vibrantes (théorie de Lagrange) 246, ..., 249.
- Cordon** : double (torsion et détorsion alternative), remplacement par gros fil d'acier, 5; — sans fin 46 (cordonnet tendu); — 183.
- Coriolis** 128 (théorème).
- Corné** de fourche 25, 52.
- Corps** : aimanté 73 (et champs : couple); — dissymétrique 150; — isolants 118; — oscillant 183 (fréquence); — pesant 73 (et pesantier : couple); — de révolution 150; — solides 58 (et paramètres de définition constants : hypothèse fausse), 65 (état physique : modifications spontanées); — tombant : en chute 194 (quasi libre), plus ou moins libre 202, ..., 205; — tournant autour d'un axe 94 (moment d'inertie); et oscillant autour d'un axe perpendiculaire 150, 157; — trempé plus ou moins 65.
- Coucou** : roues 10 (recul).
- Coulisses** 146 (deux), 161 (déplacement).
- Coup perdu** : voy. Echappements; — 27 (passage).
- Couple** : accélérateur 6; — accru légèrement 40; — action 22, 26 (C. du au spiral), 71 (durée d'oscill.); — agissant 45, 109 (invariable); — ajouté 231; — annulé immédiatement 84; — appliqué 82, 83; — constance 45; — constant 3 (et période), 4 (et C. transmis), 9, 47 (quasi), 48 (moyennement), 109 (en théorie), 110 (à peu près), 136, 199; — courbe figurative 4, 34, 39; — création 113; — croissant 164; — différents 82; — diminution 40; — dus : à la pesantier 71, 199, 201 (augmentant), 262; 71 (à l'élasticité du spiral), 229 (à l'échapp.); — égaux (sens inverses) 84, 245; — et elongation 81; — s'équilibrant 26; — exercé 83 (sur balancier), 84; — expression 4, 83, 89, 150, 199; — et flexion, et force, 82; — voy. Frottements; — insuffisant 26; — intégrale par rapport au temps 114; — introduit par régulateur 154; — invariable 136; — voy. Loi; — mesure 83, 162, 245; — minime 109; — moindre 42; — moment 157; — moteur 3 (et amplitude), 4 (devenant résistant), 6 (variation), 9, 27 (suffisant : nécessaire), 34 (courbe représent.), 96 *bis* (invariable), 110 (continuité), 136 (imposé par rouage), 138 (croissant), 192 (magnétique), 227; — nécessaire 81; — nul 27, 82, 84, 196; — parties 199 (constante, variable); — positif 83; — produit 5, 41 (influence), 73 (même forme), 81 (spiral homogène déformé), 213; — de rappel 181 (considérable); — résistant 4 (importance au moment du choc), 9, 16, 34 (courbe), 136, 192; — résultant des frottements 165; — retardateur 6, 154; — somme nulle 83; — voy. Spiral; — statique 4, 26; — subsistant 82; — surajouté 89; — de torsion 221; — total 162; — travail 4 (nul; positif, 9; — uniforme 82; — variable périodiquement 110; — variation 39, 48, 82, 84 (le long du ressort)).
- Courants électriques** : amené 158; — alternatifs 118 (à bas voltage), 182 (industriels : fréquence), 188 (deux : même période, décalés); — augmenté 194 *bis*; — brefs 101 (à intervalles constants); — de charge 114; — continus 118, 179 (permanent : obtention); — coupé périodiquement 193; — diminuant 117, 166; — discontinu 192 (envoyé par diapason); — discontinuités périodiques 178; — voy. Emission; — d'entretien 115, 116, 178, 179 (interrompu : disjoncteur), 180 (intensité modifiée), 188 (phase), 190 (constant, variable); — envoyé 107, 113 (de faible durée), 145, 163 (dans voltmètre); — établissement 208 (durée); — faibles 115 (d'entretien); — fermé 99, 100, 102, 104, 105, 110, 113; — fermeture 181; — de Foucault 116; — de haute fréquence 118; — induit 118 (de basse fréq.), 194, 254; — intensité 99 (et action), 102 (variable), 107; augmentée 115, 120; 136 (diminuée), 168 (dangereuse); modification 180, 201; 205 (la même), 206, 233; — interrompus 137, 158, 175 (période déterminée), 178 (émission et enregistrement), 179 (fré-

quence bien déterminée), 181, 194 bis (de période voulue); — inversés 102 (production), 103 (émission toutes les minutes), 113 (envoi); — oscillant 118 (de très haute fréq.); — partage 166; — passant 102 (pas), 108, 112 (interverti), 173 (constatation : galvanoscope), 178, 179; — période 182 (invariable); — permanent 201, 203; — rompu 99, 100, 102, 108, 110, 192, 203; — rupture 152, 158 (sur dérivation), 181; — sens : invariable 102, 192; variable 177; — suffisant pour entretien 137; — triphasé 166; — variant 177.

Courbes : adoucie 85; — allure générale 262; — centre d'inertie 76 (coordonnées), 80; — choix 74; — complète 77; — voy. Couples; — définie 75 (par angle); — déformation 74 (problème), 75 (et tang. en un point), 77 (loi imposée); — déformée 77 (et courbes terminales); — de descente 153; — discontinuité 182; — voy. Échappements; — encastrée 74, 77; — équation 186; — extrémité 75 (conditions imposées), 77; — figurative : voy. représentative; — forme 74 (initiale : imposée), 88 (et rayon de courbure); — à grandes ondulations 63 (festonnées); — imaginaire 68; — invariable 139; — voy. Lampes; — linéaire 62, 67; — longueur 77; — voy. Marche; — de montée 153; — parabolique 62; — réalisation 135 (pend. coniq.); — régulière à définition mathématique 68; — représentative : voy. Couples, Marche; 170 (des vitesses), 197 (fréquences et surcharges); — schématisation 262; — sinuëuse 205; — successives 185 bis (voisines : apparence de sinuséide se déplaçant); — tâtées 85, 86; — terminales : voy. Isochronisme; théoriques 78 (exemples), 79 (obtention expérimentale), 82, 85 (déformation faible; obtention; modification), 86 (déformation), 89; — utilisée 153 (hyperbole équilatère); — vue 187.

Courts circuits 102 (évités), 164, 194 bis.

Couteaux : arête 240 (déplacement horizontal); — coplanaires 244 (balance); — tictif 210; — marqueur 203, 210 (remplacé par inscription photographique; — métallique ou de charbon 177; — reposantsur : traverse de cuivre 236, plaques de métal 237; — de suspension 227, 241; — 38, 229.

Crapaudines 70 (creusées dans plateau et coq), 79.

Crin : sur diapason 181; — paquet 175 (queue de cheval); — vertical 124.

Crochet : d'encliquetage 106 (mouv. de va-et-vient), 108; — entraînant roue à rochet 115; — tranchant 247.

Crova 201 (expérience).

Curseur 120.

Cylindre : articulé 148; — axe 77, 181; — et balancier 63; — de bois paraffiné 120; — coupé 70; — échappement à repos 21; — voy. Encoche; — entaillé 136; — épaisseur 22 (montre ordin.); — de fer 204, 248 (cheville de piano); — fixe 140 (d'acier), 143 (avec papier tendu), 164; — horizontal avec papier : enfumé 146, photographique 261; — voy. Métal mou; — mince 12 (coupé); — de moteur à gaz 169 (admission du gaz); — mouvement 181 (hélicoïdal; de rotation); — oscillation 22 (cause); — voy. Papier; — paroi 21 (épaisseur : écorce); — petit 70 (de lait); — plongeur 171; — position extrême 63; — rotation nécessaire 21; — et roue d'échappement 45 (rouages intermédiaires); — solidaire de la platine 48; — tournant 123, 181, 182 (à peu près uniformément), 183 (enfumé), 189; — vibrant transversalement 178 (emploi); — vitesse 22; — 30, 137, 158, 232.

D

Dashpot 154.

Décalage : azimutal 109; — changement, conséquence, 192; — convenable 254; — courants alternatifs 188; — voy. Diapasons; — entre fermeture et émission 119; — d'équilibre 192; — exact 226; — moyen 194 bis; — nul 188, 213, 227, 235; — voy. Pendule; — pris 236 (par pendules); — produit 194; — rôle 170, 213; — variable périodiquement 38 (ancre et pendule); — variation périodique 194 bis; — 230, 242, 244, 253.

Décharges 118, 206 (apériodique, périodique).

Déclenchement : automatique, inertie (effet), 202; — voy. Mécanismes; — production 28, 107 (par électro); — voy. Sonnerie.

Décroément 174.

Décrochage 170 (lame vibrante), 192 (possible).

Déformation : voy. Courbes, Ellipse; — fixation 200; — et force, des lames biméalliques (balanciers coupés), 91; — petites 77 (et déplacement angulaire; extrémité mobile), 84, 174 (nombreuses); — de ressort 159 (énergie potent.); — voy. Spiral.

Dégagement : voy. Ancre; — brusquerie 28; — voy. Chevilles; — force 27, 36 (nécessaire : très faible); — frottement 34; — instant 27; — intempestif évité 40; — production 41; — résistance 28; — voy. Roue d'échappement; — sans bruit 36; — 1, 6, 39, 43.

Dejean de Fonroque 135.

- Démarreur à force centrifuge** 168.
- Dents** : action : par pointe 3, 4, 7, 11; 39, 52; — allongement 23; — conductrices 194 bis; — écartement minimum 20; — égales 36; — en étoile 23; — face utile 11 (avant); — forme 25, 63; — frottement sur cylindre 22; — glissement 31 (sur l'incliné), 110; — voy. Inclins; — inégalité 22; — isolantes 194 bis; — de loup 177; — nombre 8 (arbitraire), 63 (roues et pignons : rapport), 108 (inconvenient), 192 (armature), 193 (roue de rouage), 194 (le même); — pointes 8, 11, 21 (marteau), 23, 24, 27, 41 (butoir); — profil (forme) : quelconque 3, 7, 11; 21 discuté, 40, 63 (théorique); — recul 24; — de roue d'échappement 22, 34, 36 (réduites à 3); — taille 63 (parfaite); — talon 21; — très-fines 110; — 101, 103, 105, 236.
- Déplacements** : voy. Aiguilles; — alternatif 262 (grandeur); — amplitudes 213; — voy. Ancre; — angulaires 77, 176 (très petits), 186 (miroir); — voy. Axe, Battant : axe, Boules, Chevilles, Couliesses, Disjoncteur; — égaux 234 (sens contr.); — voy. Fourche; — horizontal 194 (convenable de lentille), 240 (arête de couteau), 267; — voy. Levier; — d'une masse 198, 199, 231; — linéaires 176 (notables), 182 (et rotation), 186 (lentille); — voy. Manchon, Mobiles, Nez, Pendule; — planche 238; — voy. Point : vernal; — propres 146 (sismographe); — rapide 118 (rotation); — voy. Ressort; — simultanés : 42, de 3 lampes 261 (enregistrement); — du sol 146 (inscription), 148; — voy. Support; — et temps 209; — uniforme 57, 145 (bande de papier); — utilisé 152; — vertical 153, 183 (des images), 240 (support Savart), 267; — 201.
- Deprez** 181 (électros très petits).
- Dés pleins de mercure** 113.
- Désaimantation** : voy. Chronomètres; — mécanisme 73 bis (complexe).
- Descartes** 154 (théorème).
- Désembrayage** 108.
- Détecteur** 120, 122.
- Détente** : de chronographe Le Boulange 203, 210; — voy. Echappements, Ressort; — soulevée 33.
- Détorsion gênante** 124 (cordelettes ordinaires).
- Développée de parabole** 126, 138 (et de cycloïde : sens contr.), 156.
- Développement** 90 (symétrie plus grande).
- Diapasons** : accordés 175 (série : entretien); — amortissement 182 (variation); — auxiliaire 184; — sur chariot 181; — chauffé 191; — décalage 177; — définition 171; — deux synchronisés 177, 179, 180 (diff. de phases); — emploi chronométrique Ch. x; — entretenu 177, 180; électriquement 182, 184, 205; — entretien : électrique 171, 194 bis; voy. mouvement, 177 (par diap. d'entretien), 179 (par résonance), 180, 191 (non électrique), 200; — étudié 191 (et diap. de comparaison); — épaisseur 171; — à étalonner 184; — excitation 191 (coup de marteau; arrachement de pièce serrée); — extrémité 181 (crin, style léger), 197 (surcharge); — forme 171, 185 (d'équilibre); — fréquence 171, 176, 180, 182 (variation), 184, 185, 191, 194 bis, 197 (variation par surcharge), 198; — hauteur 176 (détermination); — inscription directe 142; — voy. Koenig; — λ_3 : 171; — et lames flexibles Ch. x (171, 185 ter); — largeur, longueur, 171; — mouvement : entretien 175 (archet), 176 (échapp.), 177 (magnétique), 179 (résonance); 181 (relatif); — oscillations 174 (amortissement), 200 (dans un liquide); — période : modification 171, 197 (en marche), 201 (par électro-aimant); mesure 181, 183 (en valeur absolue), 185 bis; 199 (et azimut), 200 (air, eau, mercure), 205 (demi); — phase 184; — prix 171; — régulation d'une dynamo 194 bis; — et roue phonique 189; — second 194 bis (entretien); — supplémentaire 201; — surchargé 176, 184; — surface éclairée 187 (grains d'antimoine pulv.); — symétrie 171; — talon 171 (volume augmenté), 172, 174 (sur caisse de réson.), 199; — et température 191; — tenu à la main 174; — tiges 187 (extrémités élargies en disques), 193 (surchargées); — *ut*, : 171, 191; — utilisés 180, 205 (déterm. de la vitesse); — vertical 184, 185 bis, 187 (entretenu électr.), 199; — vibrations : amplitude 173 (mesure), 180 (modifiée); 189 (plan horiz.), 205 (nombre : détermination), 243 (des lames et support).
- Diaphragme** : de limitation 51 (lunettes terrestres); — 63.
- Diderot** 258 (*Encyclopédie*).
- Disjoncteur** : déplacement 210; — deux 206; — disposition 210; — voy. Fils; — spécial 205; — 179.
- Disques** : d'aluminium 142 (fendu); — de bois 221 bis; — de carton 262; — de cuivre : rouge 104, 194; 194 bis (denté); — deux 91 (assez lourds); — entraîné 185 (par arbre); — épais 147 (horizontaux); — de fer 194 (denté); — homogène 229; — horizontal, immergé dans huile, 154; — de laiton 179; — monté 32 (excentriquement), 79 (sur pivot : comme un toton); — oscillateur 42; — phases 188 (différence); — et poids 79 (sorte de

balance); — remplaçant roue d'échapp. 30; — serrage modifié 188; — tournant 189; — de verre 185 bis (enduit de vernis noir; tournant); — 158, 180.
Dissipation de l'énergie : 250 (fonction dissipatrice), 251 (conservation et dissipation : taux), 252 (petites oscillations), 253 (deux variables), 254 (manipulation); — 255 (non introduite par forces gyroscopiques).
Dissymétrie : voy. Appareil, Échappement; — de l'entretien, importance relative et amplitude, 9; — inévitable 8, 24; — de l'oscillation 92; — pendule conique 135 (fil et suspension); — de surcharge 18.
Distribution de l'heure : voy. Air comprimé, Heure, T. S. F.; — précision 119.
Ditheim 96 bis.
Doigt : de dégagement 27; — forme 28 (convenable); — 36, 38, 50, 103, 113, 140, 210.
Döppler 265 (principe).
Droite : courbe terminale théorique, deux raccordant arc de cercle, 78; — inclinée 264, 265; — parallèles 182; — raccordant deux quarts de circonférence 78, 80.
Duhem 65 (faux équilibre).
Duplex tangent 23, 136.
Durées : d'un contact 208 (mesure); — faibles 206 (détermination par une mesure de quantité d'électricité); — voy. Oscillations.
Dynamo : circuit 266; — démarrage 168; — d'entraînement 175; — petite 163, 175; — voy. Puissance; — à régulateur 166; — régulation par un diapason 194 bis; — vitesse 266; — 118, 136, 152, 268.
Dynamomètre différentiel 165 (de transmission par roues d'angle).

E

Earnshaw 28.
Ebranlement : horloge (battements), suffisant, 117; — vitesse de propagation 119.
Écart : correction 61; — égaux 237 (avec la verticale); — de marche 62 (somme en valeur absolue); — moyen 60 (limite supérieure), 62 (de la marche diurne, de période à période; — nul 62 (rigoureusement : marche uniforme); — sens inverses 121; — en valeur absolue 60 (somme)).
Échappements : action : et défaut d'isochron. 6, 13; 29, 35, 108 (sur), 226; — à ancre 10 (à recul); — voy. Arnold, Avance, Bréguet, Brocot; — à carrousel 72; — à chevilles 1, 6, 13 (à repos), 14 (perfectionnement de Lepaute), 16, 38 (sur l'ancre), 44; — voy. Chronomètres,

Cole; — courbes 6 (profil); — à cylindre 1; à repos 12, 21, 22 (réalisation); — déclanchement 24; — à détente : et coup perdu 1, 16, 17, 27 et 97 (arrêts, sauts), 29, 33; 136 (pend. coniq.); — dissymétrie 13; — dissymétrique 37; — divers 11 (repos et demi-repos); — duplex 23 (Leroy : à repos); — voy. Earnshaw; — effet 6 (augmenté; allure), 29, 91; — à entretien par ressort 38, —, 44; — pour entretien 52 (d'une rotation continue), 176 (d'un diapason); — voy. Fénon, Féry; — fonctionnement 236; — à force constante 1, 28; 32, —, 37; — voy. Garnier, Graham; — à grand recul 10; — voy. Granger; — d'Horloges Ch. I (1, —, 18), 115 (électrique), 231; — avec inclinés sur la roue 11, 12; — influence 86; — irrégularités 5 (petites); — voy. Kelvin (L.), Levée; — libre : à ancre 1, 6, 24, 25 (fourche et balancier), —, 27, 30, 44, 52, 86, 104; à détente et coup perdu 17, 19, 27 (abandon); à pivot, à ressort, 27; 115 (pour horl. élect.), 136 (pend. coniq. : erreur mécanique), 228; — à manivelle 30, 31; — le meilleur 24; — voy. Métronome; — modernes 5 (montres : fonctionnement; — voy. Montres; — nombre 1 (très considérable); — ordinaire 24 (montres, chronomètres), 268; — à palettes 4, 5, 11, 20; — voy. Pendule; — et période 6, 9, 29, 35, 65 (effet exagéré); — voy. Pièces; — à pivot 27; — pour pendule conique 136; — voy. Problèmes; — à recul : à roue de rencontre 1, 3, 4 (durée), —, 6, 18, 20; à ancre 10, 20 (horloges actuelles : campagne); 30; — réglage 18; — voy. Reid; — à repos : voy. Graham, 3, 10, —, 13, 15 (axes perpendiculaires), 16, 19, 21, —, 23, 30 (horloges), 38, 44 (après l'incliné), 228; — à ressort 27; — voy. Retard, Réveille-Matin, Rieller, Robinson; — rôle double 1, 23; — voy. Rouage, Roue d'échapp.; — simple 24 (le plus); — pour Spiral réglant Ch. II (19, —, 29); — voy. Strasser; — supériorité 1; — supprimé 136 (pend. coniq.), 226; — symétrique 15 (à repos); — à la tangente 176; — à tourbillon 72; — usuels 6 (des horloges); — voy. Vérité.
Échelles : changements sur les axes 213; — de temps 57 (sidéral, moyen; — réelle, de compte).
Éclairs : et chutes (hauteurs différentes), durée, 210; — équidistants 142, 209 (dans le temps); — fréquence 184; — nombre 194 (par seconde : connu); — production 182, 184, 185, 210; — servant de top 185 ter; — transmis, voisins, 194.
Éclateur 118 (boulax), 121 (une étincelle).
Écliptique 53.

Écoulement en paroi mince 2.

Éclipses 2 (début et fin).

Écorce 21 (paroi : épaisseur).

Écouleurs : bruit très sec 121, 122.

Écran : à fente 210 (déclenchement); — fixe 184 (à fente); — horizontal 232 (plafond); — mobile 183 (diapason : branche verticale); — occultant périodiquement source 194; — parallèles 51, 182; — percé d'un trou 51, 182; — petit 51 (obtention); — porté par diapason 182; — vitesse modifiée 210; — 186.

Écrou : 171, 172 (à oreilles), 175, 181, 199, 236, 266 (très mobile), 267 (position moyenne; course), 268 (régulation; hauteur moyenne).

Effets : s'ajoutant 96 bis, 199 (pesanteur et élasticité); — angulaire 186; — artistique 260 (meilleur); — voy. Choc, Échappements; — de l'élasticité 199; — exagéré 65; — voy. Frottements; — inverses 199; — voy. Magnétisme; — non liés d'une manière définie 95; — voy. Pesanteur; — se retranchant 96 bis; — voy. Température.

Efforts : voy. Balancier; — à exercer 45 (variable); — moteur 63 (variation); — nécessaire 45 (forces supérieures); — tranchant 196 (nul).

Electro-aimant : action augmentée 201; — alimentation 118; — armature 99, 100 (va-et-vient), 102 (polarisée), 107, 108, 111, 113, 181 (avec style), 192, 193 (très légère), 205 (faisant marque; retards inégaux : élimination); — blindé 178; — champ 166; — de chronographe enregistreur 117; — voy. Deprez; — deux 102 (armature commune), 112 (polarisés), 179, 192 (en série), 202, 204, 210; — droit 166; — enroulements : deux 166, 203; — excitation 164, 181, 194 bis; — fonctionnant 109, 110; — magnétisme interverti 203; — et mouv. d'horlogerie 100; — et période 201 (diapason, verge vibr.); — place, polarisé, 177; — polarité 102 (inversée; non changée); — pôles 137, 164, 192; — réglage 107; — de relais 119; — série 205 (circuits indépendants); — support robuste à coulisse 210; — utilisation 181 (comme intermédiaire); maintient 204 (d'une masselotte de fer), 209 (d'un pendule de fer); 210 (lâcher de tube).

Electrons 257 (vibrations).

Ellicott 236 (expériences).

Ellipse : aire 133; — axes 124 (rapport), 135 (grand : tour); — déformation 139, 190 (période : détermination), 201, 232 (continue); — demi 78 (courbe terminale théorique); — équations 124, 153; — évanouissements 186 (par seconde : diff. des fréquences), 201; — immobile 179;

forme modifiée 180, 186 (avec diff. de phase); — invariable 139; — ligne des apsides 134 (révolution); — de Lissajous 179 (passages consécutifs par une variété); forme 188 (détermination), 191 (variation : fréquence); 232; — stabilité 139.

Ellipsoïde : deux 213 (même centre); — équation 213 (d'une sphère); — d'inertie 150, 157; — principal 150; — de révolution 150, 157.

Elongation : actuelle et force 247; — voy. Amplitude; — et choc 29; — égales 234 (même sens); — maxima : voisinage 32, 38; 40, 147, 177, 264 (symétriques); — nécessaire pour fonctionn. de l'échapp. 236; — puissances croissantes 89.

Embrayage 108.

Émission : appareils portatifs 104, 105; — automatique 123; — de courants interrompus et enregistrement 178; — plusieurs, première après inversion, 102; — radio-télégraphique 119 (appareils); — toutes les minutes 103; — T. S. F. 118 (distribution de l'heure); — utilisation 113, 145 (pour impression d'une lettre).

Enclume 208.

Encoche : approfondissement 23; — dans cylindre 22; — 101, 113.

Énergie : absorption 115, 152 (frein), 170, 235 (non); — voy. Balancier; — cinétique 6, 42 (maxima), 94, 197, 200, 211 (expression), 221, 223, 236 (se communiquant), 262 (et chocs); — compensée 24; — conservation 251, 255 (équation l'exprimant); — constante 6 (fournie); — voy. Dissipation; — employée inutilement 13; — excès disponible 170; — active 153, 156, 158; — voy. Force centrifuge; — fournie 5 (diminution : conséquence), 16 (la même par période, 22, 32; pendule 34, 39, 236; 213 (aucune), 236 (évaluation)); — voy. Frottements; — nécessaire 42, 230 (à entretien); — passage alternatif 217, 237, 243; — perdue 37; — perte 38 (pendule); — voy. Pesanteur; — potentielle 147; force centrifuge 150, 153, 156; 153 (sphères, manchon), 153 (boules), 158, 159 (de déformation : ressort), 197, 200, 221, 222; — restitution 5 (régularisée), 6 (par échapp.), 28 (au balancier); — de rotation 225; — totale 37 (reque), 153, 155 (potentielle), 156, 158, 251; — transfert 221 (périodique), 243; — de translation 225; — transmise 118 (à l'air), 213 (au corps oscill. : nulle); — variation 216 (système).

Engrenage : discontinu 23, 136; — et pous-sières 73.

Enregistrement : voy. Battements : d'une horloge; — de courants interrompus 178; — voy. Déplacements : simultanés;

- direct 178 (cour. interr.); — voy. Émission, Oscillations : nombre, Phénomènes, Point : vibrant; — portatif 181 (des secondes); — trains d'onde 118.
- Enroulements** : deux 166 (principal, de réglage); — noyés dans paraffine 118; — sens 167.
- Entretien** : avec un archet 175 (diapasons, lames); — voy. Battant, Baumann; — cause 112 (retard); — par chocs 52, 263; — voy. Chronomètres; — par condensateur 177; — continu 136; — voy. Courants; — par décharge d'un condensateur 114; — voy. Diapasons; — par différence des actions d'un poids 111; — difficulté 5; — voy. Dissymétrie, Echappement; — électrique 137, 171 (diapason); — voy. Fréquence, Grégory, Huile, Impulsion; — par induction 177; — magnétique 175, 177; — par même lame 194 (deux roues phoniques); — voy. Mouvements; — nul 263; — voy. Oscillations, Pendule; — permanent 175; — réciproque 177; — par résonance 179; — voy. Ressort, Rotation; — séduisant 116 (indéfendable); — voy. Sphères; — théorie 178; — voy. Travail, Vibrations.
- Équateur** 53.
- Équations** : de condition 233; — voy. Courbes; — de décharge 207; — aux dérivées partielles 195, 247 (sens), 249; — en elles-mêmes 131 (mathématiciens, mécaniciens); — voy. Ellipse, Ellipsoïde, Équilibre; — générale 224 (donnant les périodes); — voy. Hamilton, Jacobi, Lagrange, Mouvement, Pendule : entretien; — d'un problème 151.
- Équilibre** : conditions 152, 157, 162; — directions 217 (nouvelles); — équation 159, 160; — faux 65; — impossible 126; — indifférent 128, 160, 161; — instable 79, 112, 147, 148, 161, 201; — voy. Masses; — rompu continuellement 49; — stable 149 (obtention), 161, 224; — voy. Systèmes.
- Erreurs** : acceptables 121 (limites); — accumulation automatique 107 (évitée); — causes 116 (contacts); — de compensation 60 (pour un degré centigrade), 62; — maxima 68 (à l'atterrissage); — mécanique 136; — d'une minute de temps 68; — voy. Navigation; — non méprisables 73; — périodiques 60; — possible 245; — secondaire 60 (annulée), 67 (supprimée); — sur le temps 207 (minima); — voy. Temps : d'émission.
- Escarpolette** 50.
- Étalonnage** 142 (possibilité, douteux), 170, 209 (direct; électrique).
- États** : absolu 59, 66 (détermination de jour en jour)...68 (connaissance précise); — actuel de la matière 174; — calcul 59; — voy. Chronomètres; — comparaison 69 (départ, arrivée); — constant (marche identiquement nulle), définition, 59; — déformé 81, 88; — extrêmes 216 (passage); — formule 66; — voy. Horloges; — intermédiaires 216; — moléculaire 61 (modifié); — non déformé 81, 84; — perpétuel d'oscill. 192 (autour de décalage d'équil. : moteur); — positif 59; — physique des solides, stable, 65; — succession 55; — variation 66 (calcul), 69 (répartition).
- Étincelles** : chapelet, de décharge d'un condensateur, 118; — éclatant 143, 205; — évitées 177; — fréquences 120; — obtention 118; — de rupture 102 (oxydation évitée); — soufflée 118 (et rendue oscillante); — une à chaque battement 121.
- Étoiles** : angle horaire, ascension droite, 55; — à cinq branches 101 (d'arrêt); — circumpolaires 53 (emploi chronométrique : précision grossière); — équatoriales 53 (jour sidéral), 55; — fondamentales 55; — observation impossible 121; — passage au méridien 54, 56; — quelconques 55; — reconnaissable 53 (voisine de l'équateur); — à trois ailes 101; — utilisation 56.
- Étrier de suspension** 225 (poids négligé).
- Étuve à deux enceintes** 191 (et fenêtres).
- Euler** 244, 247.
- Excentrique**; axe 106; — rayon 170; — rotation 32 (demi-tour).
- Expériences** : de cours 179 (intéressante), 181 (oscill. : inscription), 191 (diapason chauffé); — voy. Crova; — curieuse 226; — de démonstration 91, 172 (diapasons, lames vibr.); — élégante 128 (à faire); — voy. Ellicott; — facile 50 (à montrer), 73 (intéressante); — voy. Felcri, Harvey, Helmholtz : caisses de réson.; — historiques 216; — voy. Huyghens; — instant critique 177; — instructive 161; — intéressante 73, 128 (très), 201; — voy. König, Kolacek; — de laboratoire 67 (et paramètres : constantes); — voy. Lissajous; — nécessaires 65, 200; — plus belle 186 (et plus simple); — précision ordinaire 104 (appareil commode); — se prononçant 86; — réalisation 84; — voy. Résonance; — résultat 262 (représentation); — voy. Savart; — simples 216, 260 (battement rétrograde devenant lancé); — sur spirale à courbes théor. 82; — systématiques 65 (nécessaires), 96 bis; — voy. Vérité; — 125.
- Explorations à terre** 69.

F

Fabrication horlogère (xix^e siècle) 1.

Faces de levée 8 (ou d'impulsion).

Facteur amortissant 253.

Faire le quart 2.

Farcot 156 (régulateur).

Faux équilibre 65.

Favarger : voy. Hipp.

Faye-Peirce 241 (problème).

Felcri 249 (expérience).

Fenêtre 203.

Fénon : échappement 34 (à ressort), 35.

Fente : sur bras 136; — découvrément 185 (éclair); — deux 184, 185; — éclairée 142 (étroite), 185 *ter*, 194 (découverte périodiquement), 210; — fine : horizontale 182, 185 *bis*, 210, 249; 184 (verticale); — fixe 210; — image 184, 186 (réelle), 194, 210 (agrandie projetée); — largeur 194; — latérale 184 (image); — mobile 185; — projection sur une autre fente 194; — radiales 142 (douze); — verticale 63, 126, 184.

Ferrié 120 (détecteur).

Féry 115 (échapp. libre pour horl. électr.).

Ficelles 50 (attachées à poutre), 221 *bis* (trois).

Figurine 44.

Fils : d'acier 5, 42, 130, 178, 206 (vertical), 217, 227 (deux bouts); — d'argent 177, 254; — bouts 84 (équilibre), 227 (libres); — de bronze 42; — circulaire 84 (d'abord; déformé); — à coudre 227; — coupé 84, 203; — deux 148, 178, 219; — disjoncteur 178 (périodique); — dissymétrie 135; — égaux 220; — élasticité de torsion 44; — élastiques 127, 213; — elliptique 139; — de ferro-nickel 42; — fin 111, 114; très 120; 130 (inextensible), 217, 221, 221 *bis*; — flexible 79; — forme à donner, fusible, 79; — gros 120; — inclinaison 217; — inextensibles 130, 223; — longs : isolés 118, 120; très 146, 221 *bis*; — longueur 127 (et poids supporté), 246 (invariable); — métalliques : voy. d'acier, de bronze, de ferro-nickel; 91 (long : torsion), voy. de platine, 124 (fin : corde de guitare), voy. d'argent, 178 (cuivre amalgamé); fer 178, 197 (petits bouts), 206 (très fin); 207, 221, 221 *bis*, 245 (très fins : identiques), voy. de platine; — nu 120; — de platine 120, 173, 177..., 179; — plusieurs 120 (parallèles); — recourbé formant fourche 44; — réticulaires 53, 184; — rigidité 245 (mesure); — rupture 207; — section carrée 139; — de soie 32, 236; — souples 201; — spirale 178; — substitué à ruban 42; — de suspension 125 (cône circul.; doublé), 126

(longueur modifiée), 127 (élastique), 139 (pend. coniq.), 148 (deux), 217, 234 (doubles), 245; — de téléphone 120; — tendus par des poids 213; — tension : par unité de masse 124, 127; 125, 130 (positive : explicitée), 219, 244, (moments), 246 (constante); — tordu (en spirale), 247; — torsion : voy. Constantes; — trois 166, 221 *bis* (courts); — verni 120; — zigzaguant 203; — 149, 224.

Fisher 73 (chronomètres : marches).

Fléaux 102, 244 (balance).

Flotteur 2.

Fonction dissipatrice 250., 252.

Forces : action 3, 5 (continue), 151, 158; — et allongement 222; — amortissantes 6 (quelconques), 262 (arbitraires; petites); — annulée instantanément 82; — appliquées 84 (et flèche), 125 (résultante), 128 (moment), 150 (réduites à pesanteur), 159, 212 (travail); — attractive 128 (diminuée); — augmentation 5, 201; — axifuge 125, 157 (énergie), 158; — axipète 125; — centrifuge 91 (et spiral coupé); intervention 94, 144; 126 (influence), 128 (rôle), 130, 131, 150 (potentiel; couple), voy. Énergie potent.; action 151, 158; 153, 156, 159 (énergie), 161, 162 (moment), 164, 165, 168 (utilisation), 204; — conservatrices d'énergie 216, 250; — constante 1, 4, 10, voy. Échappements; — contre-électromotrice induite 166; — et couple 82; — voy. Dégagement; — direction 84 (par fil); — dissipatrices d'énergie 250; — élastiques 82 (remplacement); — électrodynamique 178; — électromotrice : voy. Pile, 163, 168, 203 (la même); — d'entretien 230 (synchrone), 238 (nulle); — équilibrantes 151; — flctive 125 (axifuge); — gyroscopiques 253 (définition), 256 (deux variables; absence), 257 (exemple); — horizontale 152 (disponible pour réglage); — instantanée 4 (supplémentaire); — invariable 45 (sur échapp. et pendule); — irrégularité par : contact, choc, 5; — en jeu 152, 154, 164; — moment nul 130; — motrice 3 (action; déterminée), 5 (horloge), 10, 26 (trop faible), 27, 29 (de roue d'échapp.), 45 (invariable), 93 (excès); 261 (poids); — nécessaire 36 (dégagement), 84, 110; — notable 5; — nulle 82; — période réglée sur pér. d'oscill. 5; — périodiques 238 (intérieures); — à potentiel 212, 216, 250; — proportionnelles à la vitesse 257; — réglage (par rapport au mom. d'inert. du balancier), régularité (pesanteur, élasticité), 5; — répulsive 128; — résultante 83 (nulle), 213, 246; — supérieures aux efforts nécessaires 45 (sur machinerie); — voy. Travail; — variable 153, 219; — verticale 152 (disponible pour réglage); — vive 24 (diminuée),

92 (totale), 94, voy. Théorème, 197, 212, 213 (forme), 215, 222, 223.

Formules : application 68; — approchée 171 (diapason : dimensions), 207 (self très petite); — complétée 153 (régulateur de Watt); — voy. Etats, Fréquence; — générale 84; — de l'hydrodynamique 200 (application inconsiderée); — d'interpolation 68; — voy. Lieussou, Marche; — ne convenant pas 71 (grands arcs); — non applicable 249; — voy. Oscillations : amplitude; — et régularité 68; — voy. Régal; — rigoureuse 171 (obtention impossible); — voy. Villarceau; — 138.

Foucault : courants 116; — régulateur 155, 160, 164 (d'absorption).

Fourche : bec 24; — et cheville de plateau 25; — voy. Contrepoids, Corne; — déplacement 8 (très lent); — équilibrée par contrepoids 51; — fixe 50; — voy. Fourchette; — immobile 8; — jeu permis 32; — voy. Levée; — oscillation 8; — prolongée 25; — réglage 44; — renversement évité 25; — voy. Réveille-Matin; — 100.

Fourchette : voy. Amplitude; — assujétie 42; — axe 13; — extrémité 44; — voy. Fourche; — de pendule conique 136; — Strasser 38; — suppression 18 (absurde); — tiges 13; — 8, 17, 18, 24, 52, 145.

Fourier 247 (théorème).

Fréquence : altération 230 (par résonance : syst. entretenu); — augmentée 180, 221 bis; — voy. Balancier; — comparaison 186; — connue 209; — demeurant la même 152 (sensiblement); — détermination 170, 183; — voy. Diapasons; — différence : lames 179, 186; — différentes 179, 182; — diminuée 180; — voy. Eclairs; — égales 257 (existence); — et entretien 175; — voy. Etincelles; — formule 171, 246, 247; — identiques 182; — infinie 120; — influences diverses 184 (amplitude, magnétisme, température); — voy. Métronome; — nulle 126; — ondes reçues 120; — ordre 172; — voy. Oscillations, Pendule; — petite 182 (cour. alt. industr.); — voy. Phénomène; — préférable 186; — rapport 197; — du son 171 (formule), 177; — et surcharge 197, 198; — et température 191; — variation 180, 182 (en fonction de l'amplitude 210, 231 (métronome); — 118, 125, 126, 128, 176, 181.

Frodsham 82 (chronomètres).

Frottements : absence 154, 157; — action 6 (retardatrice), 10, 167 (égalisation des vitesses), 248; — adouciss 140; — de l'air 94, 94 bis, 136 (équilibrant couple moteur), 140 (accroissement : régulation), 148, 158, 164 (couple dû); — et angle de repos 22; — augmentant 6, 16, (beau-

coup), 29, 93, 94 (froid), 138, 140, 154, 156; rapidement 158, 170; 163 (brusquement), 183, 230 (et amortiss. max.); — voy. Avance; — constant 194 bis (imposé); — couple 40, 163; — voy. Dégagement, Dents; — de deux solides 164 (utilisation : régulateur d'absorption); — diminué 5 (suspension par double cordon), 42 (considérablement), 183; — disparaissant 93; — dur 107 (devenant trop doux), 167 (plus ou moins); — effet 4 (travail négatif), 93 (sur la marche), 139; — électromagnétique 194; — énergie absorbée 5 (restitution), 22; — énormes 126; — évités 34, 94; — excès 136; — faibles 268 (très); — et forces, grandeur (mesure), 250; — inévitables 156; — influence 170; — intérieur 170 (croissant avec amplitude), 174; — invariables 46; — minimums 18; — modifié d'une manière continue 194; — moindres au plat qu'au pendant 61; — négligés 153, 205, 231; — non négligeables 205; — nuls 157, 213, 238, 252; — et période 29 (intervention négligeable), 93 (non altérée), 136; — perte 24; — petits 209 (très), 263; — voy. Pivots; — rentrant 136; — voy. Retard, Spiral; — supplémentaires 48 (froid, vent), 140 (considérables), 151 (introduits); — surcroît dû à magnétisme 73; — travail absorbé 49; — variables 111; — variations 5, 6, 10, 45 (raisons), 46 (supprimées), 47, 63 (inévitables), 95, 194 bis (possibles), 231; — et vitesse 6, 93; proportionnalité 96 bis (retard), 154 (réalisation); — 34, 37, 39, 114, 144, 230.

Fusée 10, 27.

G

Galets 157 (de roulement : nécessaires), 159.

Galilée 5 (pendule : emploi).

Galvanomètre : balistique 114 (nécessité), 120; 206..., 210; — à cadre mobile 117, 254; — déviation 179 (permanente).

Garde-temps 55.

Garnier : échappement à détente et à coup perdu 33; — horloges électriques 101.

Gauchissement empêché 91.

Glace : enfumée 124 (nivellement facilité), 204 (lourde bande : chute quasi libre); — rectangulaire sur lentille plan convexe 232.

Glissement : début 22; — voy. Dents; — horizontal 267 (nul); — de l'incliné sur cheville 24; — voy. Manchons, Masses; — obtention 108; — de pointe 8; — ressorts 266, 267; — sans frottement 157.

Glissières 16, 82 (rectangulaires polies), 177, 209.

Gadet à mercure : recouvert de pétrole 178, 179; 268.
Goupilles (Goujons) : action 33; — sur ancre 41; — sur balancier 20; — voy. Chevilles; — deux 34, 70 (voisines); — épaisseur 30; — excentrée 101; — fixe 20; — oscillant 24; — pression 107; — voy. Raquette; — simple 30 (rouleau en pierre dure); — six 103; — à tête allongée 18; — trois 31; — vingt-huit 145 (régulièrement espacés); — 13, 17, 27, 36, 37, 43, 109, 110, 136, 161, 164.
Graham : ancre 38, 42; — échappement à repos (à recul) 1, 6, 7 (fonctionnement), 8 (tracé), 9 (couples dus), 10, 13, 38 (modifié).
Grains d'amidon éclairés fortement 187.
Gramme 166 (anneau).
Granger : échappement 41, 42.
Graphiques 146 (deux), 147.
Gregory : entretien 114 (pendule), 177 (diapason).
Grimthorpe-Denison 48 (remontoir).
Gros (Charles) : *Échappements d'horloges et de montres* 1 (en note).
Guillaume IV (Landgrave) de Hesse-Cassel 5 (détermination des ascensions droites).
Guilmet 229.

H

Hamilton App. I (équat.).
Haroun-er-Reschid 2 (horloge offerte à Charlemagne).
Harvey 96 (pression de l'air : expériences).
Hausse 175.
Hautefeuille (Abbé) 20 (spiral).
Hélice 77.
Helmholtz : caisses de résonance 180 (rôle); — comparateur 183, 187; — pendule 209, 210.
Heures : actuelle du temps moyen de Paris 59, 66; — calcul 62 (avec précision absolue), 121; — des coïncidences 121; — comparaison 122: — connaissance (précision), conservation (mauvaise), 121; — distribution : Ch. VI (98, — .., 117), par T. S. F. Ch. VII (118, — .., 123); — division 2; — envoyée 68 (par T. S. F. : exacte), 121 (par Paris : précision); — fausse par excès 73; — indiquée 48 (par horloge), 66 (par chronomètre); — légale 56 (France et Algérie); — au méridien de Paris 59, 66, 69, 121 (amélioration); — moyenne locale 57 (du point à midi : paquebots); — propre 121 (corrigée); — réelle 73; — sidérale 56 (différence); — transmission : voy. distribution, 119, 123 (amélioration : Congrès de 1912); — de Wilhemshaven 121.
Hipp : chronographe enregistreur 176

(genre Morse); — chronomètre robuste 104; — pendule électrique Hipp-Favarger 113.

Hipparque 54 (position du soleil).

Hooke 20 (spiral).

Horlogerie : électrique proprement dite 109, — .., 117; — grosse (et remontoirs d'égalité), ordinaire, 45; — voy. Mouvements; — à pendule conique 136.

Horloges : actuelles 20 (ancre à recul); — adjonction de pièces pour contacts électriques 101; — anciennes 2, 3, 5 (transformation en horl. perfectionnées); — d'appartement 20 (comtoises), 42 (ordinaires); — arrêt 96 bis (air parfaitement sec); — astronomiques 10 (variations accidentelles); de haute précision 32, 45; 48 (compensation inadmissible), 242 (à deux pendules); nouvelle 266, 268 (réglage : valeur nulle); — auxiliaire 119; — avance 6, 108, 115, 121, 138; — — voy. Axe : rapide; — à balancier inerte 3, 5, 6; — balanciers 229; — voy. Battements; — cage 18 (calage), 117 (et microphone); — dans cave 144; — de coïncidence 17, 121; — commandant bras 268; — comparaison 121, 184 (méth. des coïncidences); — à comparer 122 (battements), 141; — de déclenchement 45; — à deux pendules 242; — échappements 1, 6, 13, 30, 115, 231; — électriques 98; 109, — .., 117; 166. (Thury); — d'émission 121; — voy. Entretien; — d'équation 57; — étalonnée 183; — état 55 (définition : détermination); — d'expérience 10 (à 2 mobiles); — à fil de torsion 5, 42; — voy. Force : motrice, Garnier; — grosses 5 (pendules : par-cours), 61 (aiguilles), 109 (remontage); — identiques 236 (le plus possible); — indépendante 45 (de déclenchement); — indication 55 (détermination); — jusqu'en 1657 : 3, 5; — voy. Kœnig; — marche 42 (450 jours sans remontage), 55 (calcul, définition), 93 (sans nettoyage), 108 (normale : reprise), 144 (variation), 236 (simultanée : maintenue), 242 (altérée); — mère 98, 101, 102 (pendule), 106 (syst. pneum.), — 108, 166 (réglage); — monumentales 32, 45 (aiguilles; actuelles), 46 (minuterie), 48, 109 (remontage); — moteur 5 (rôle), 45 (poids); — à mouvements indépendants 98 (remises à l'heure); — mystérieuses 226; — ordinaires 13, 42; remontage électrique 48, 109 (luxe inutile); — parfaites 54 (régées); — à pendule 5, 6, 19 (amplitude); de torsion 43, 44, 224; — perfectionnées 5 (balancier : amplitude), 53 (régularité : limite); — position 10; — de précision 1, 5, 10 (et échapp. à recul), 13, 53 (imperfections); — réglage 53

(quotidien), 57 (sur temps vrai : anciennement); — réglées 67, 68, 141 (par pend. coniq. : remise à l'heure); — retard 6, 138, 224; — à remontage électrique 48, 109; — à remontoir 48 (d'égalité : poids), 109; — secondaires 99, 101, 102, 166; — sidérale 53, 55, 121; — spéciale 121 (à contact électrique); — synchronisées 98; — de temps moyen 55 (distribuant l'heure à Paris), 57, 121; — voy. Thury; — type : voy. mère; — vieilles 5 (campagnes); — voisines 236 (diff. de marche annulée); — voy. Westminster.

Hughes 145 (télégraphe).

Huile : absence 4; — âgées de plus de 3 ans 67; — changement 61, 67; — choix 93; — consistance et température 45; — entretien 15; — épaissement 5; et amplitude 6, 10; 29, 45 (par oxydation), 61, 65 (et accélération), 93, 95, 144; — fluidité 61, 93 (initiale : ne se conservant pas; et température; degré absolu); — fraîches 10, 65, 67; — intervention 28; — modification lente, du pivot et froid, 95; — solidification par froid 93; — voy. Temps; — transformation 29 (et durée d'exposition à l'air); — à trouver 95; — utilisées 93 (graissage).

Humidité de l'air (action), invariable (maintien), rôle lubrifiant, 96 bis.

Huyghens : expériences 236 (pendules sympathiques); — invention 1, 20 (spiral réglant); — voy. Pendule cycloïdal; — pendule pirouette : isochrone 126, 138, 156; — perfectionnement 5; — travaux 3 (1657).

Hyperbole 224 (branches, centre, asymptotes).

Hypothèse simpliste 58 (fausse).

I

Idee nouvelle 1.

Image : horizontale (linéaire), virtuelle (fine), 63.

Impressions lumineuses : persistance 183, 185 bis.

Impulsion : constance 45; — constante 33; — et couple moteur 34; — deux 226 (égales, de sens contr.); — durée, effets mécaniques, 114; — d'entretien 28, 113 (donnée), 115, 226 (alternat. de sens contr. : actions se détruisant); — espérée identique à elle-même 28; — forte 24 (action); — grandeur 114; — instant 177; — isochrones 5; — loi 114; — nécessaire 26 (parfois); — sur pendule 45 (reçue), 136, 226 (production); — périodiques : rôle 226, 227; — petite 114; — production toujours dans le même sens 52; — propriétés 114; — reçue 42,

27 (une par oscill.), 28 (par balancier), 45 (par pendule); — sens 177, 226 (contraires); — unique 29 (condition), 136 (pour chaque tour); — 1, 13, 23.

Inclinaison : alternative 50; — voy. Corde, Fils; — modifiable 149; — nécessité 20; — des parcours 39 (la même); — variable 199.

Inclinés : voy. Ancre; — après 38 (repos); — de dent 12, 21, 22 (poussée); — forme théoriquement optima 11; — inclinaison 13 (calcul); — en prise 40 (entrée); — rectilignes 11; — sur la roue 11, 12, 38; — 15, 24, 37, 39, 41, 43, 52, 105.

Index indicateur des unités 99.

Inégalités : non périodiques 53 (s'accumulant); — du Soleil réel 57.

Inertie : accrue 234, 235, 238 (en apparence); — diminuée 234, 235; — voy. Masses.

Inscriptions : chronographiques 102 (laboratoires : dispositifs à fileaux, à ressorts), 183 (ordinaire); — directe des oscillations 181 (applications chronographiques); — photographique 182 (des amplitudes), 210 (remplaçant couteau).

Intervalles : correspondants 202; — deux (quelconques : mesure), différence, 204; — égalisation entre battements successifs 8; — entre éclairs 185; — marqués par éclipses 194 (et non éclairs); — à mesurer : début et fin 202 (marqués), 206 (contact électrique coupé), 210; — voy. Temps; — valeur 121, 123; — variation légère 183.

Isochronisme : absolu 156 (non désirable); — approché : réalisation 151, 154; — approximation 138; — du chronomètre 86; — par compensation 228; — par les courbes terminales 74, —, 86; — défaut : compensation 5, 6, 9 (correction partielle), 10, 13; 60, 96 bis (mis en évidence), 115 (pendule); — dynamique 91, —, 97; — existence 82, 85 (non); — et force motrice 10; — global 86; — modifié 89; — méthode de Leroy 87, —, 90; — nécessaire 80; — non réalisé 93; — obtention 89; — obtenu 85 (horlogers habiles); — voy. Oscillations pendulaires, Pecqueur; — pendule conique 126; — par pendules doubles 228; — réalisé 126, 138 (imparfaitement); — du spiral 86, 91 (et horlogers); — statique 81 (obtention); — valeur 104; — vrai 10 (utile).

Isolement parfait 118.

J, K

Jacobi : App. I (équat.).

Jet horizontal 194 bis (de mercure : com-

munication électrique), 204 (liquide, très fin).
Joues 262.
Jour : moyen 53 (unité de compte), 54 (définition, détermination, repérage); — sidéral 53 (unité utilisée), 54, 56 (utilisation); — vrai 54.
Kelvin (Lord) : 61, 117, 221 bis; — échappement : App. 11, 266 (description), 267 (fonctionnement), 268 (critique).
Kessels 35 (remarques).
König : diapason curieux 171; — expériences 180 (caisse de réson. : rôle), 230; — horloge réglée par diapason 176.
Kolacek 200 (expérience : diapason dans liquide).

L

Lagrange : déterminant 213, 214; — équations 200 (application), 211, 213, 215, 216, 221, 223, 234, 250, 252, 253 (cas de deux variables); — théories : des cordes vibrantes 246, 249; des petits mouvements 244 (cas limite).
Lamelle : de clinquant 173 (angle aigu); — deux 32; — de platine 102, 177; — de verre 182 (peinte en jaune); — volant 28; — 43.
Lames : d'acier 158 (formant ressort); — amortissement 174 (et fixité du support), 182 (variation); — bimétalliques : voy. Déformation; — courbure conservée 85; — décalées 179; — dégagée 32, 101; — deux 117 (métall. : minces et flexibles); — élastique 99; — encastrée 84 (flèche); — de fer 172 (feuillard); — flèche 84, 197; — flexibles 126 (fixée, voy. Diapasons, Ch. x (emploi chronométrique); — fréquence : différence 179 (et diff. de phase), 186; 182 (variation); — mince 51 (d'aluminium); — mouvement (entretien) : voy. Diapasons; — oscillant 186 (verticalement, horizontalement); — de platine 177 (ou d'argent); — réaction de flexion 238; — supplémentaires 237 (appliquées avec presses à vis); — surchargée 184; — transversale 172; — à l'unisson 190; — verticales 238 (fléchies : réaction); — vibrantes 170 (de fer), 171 (et diapason), 172, 176 (de fréquence 20), 179, 181 (long. utile : syntonisation avec diapason), 183, 186 (assimilée à un pendule), 187, 190 (oscill. : période et amplitude), 191 (et température), 192 (moteur entretenu); entretenue électr. 194, 205; 198 (longueur, surcharge), 200 (dans liquide).
Lampe : électrique 135 (très petite : photographiée), 261 (de poche : ampoules), 262 (courbes décrites); — 185 ter.
Lancement : voy. Appareils, Chronomè-

tres, Cloches; — direction 124; — voy. Montres, Pendule; — produit 113; — symétrie 258; — voy. Systèmes; — tâtonnements 227.
Lanterne chronométrique 194.
Lebedew 194 bis (régulation d'une dynamo par un diapason).
Le Boulangé : chronographe 202, 203, 210.
Lentille : centre optique 240 (trajectoire : image agrandie); — emploi 63, 173, 182, 184, 185 bis, 186 (convergente : oscill.), 194, 240, 249, 261; — et miroir 186 (comparaison); — de pendule 236 (descendue); — plan convexe 232 (et glace rectangulaire).
Lenz 234 (loi).
Lepaute 13 (chute diminuée), 14 (échapp. à chevilles : perfectionnement).
Leroy : découverte 87, 89 (contradiction); — échappement duplex 23 (à repos); — isochronisme 87, 90; — spiral 90.
Levée : apparente 3, 7; — constamment 20; — de l'échappement 16; — et fourche 13; — minimum de la rotation 21; — négative 20 (recul); — de pierre dure 23; — positive 20; — réelle : arc ou angle d'impulsion 3, 21; — de saphir 101.
Leviers : d'accrochage 33; — convenable 108; — coudés 101, 159, 165; — déplacement 152; — de détente 136; — deux 107 (rapprochement), 146 (rectangulaires); — équidistants 24; — équilibré 179 (lourd, ne pouvant vibrer), 268 (presque); — extrémités 32 (repos); — à griffe 203; — horizontal 110 (moyennement); — jeu 148; — monté fou 47; — oscillation 103; — pointe 17; — poussé 33, 46; — à repère 163; — retombée 108; — rôle 268; — rotation 101, 209 (petite); — 155, 156, 169, 266.
Lèvre 21 (d'entrée), 22 (du cylindre; profil).
Liaisons : nouvelles 215 (établies); — par un ressort 217 (de deux pendules dans leur plan d'oscill.); — rigide 170.
Liberté : suppression 217 (d'une); — voy. Systèmes.
Lieussou : formule (chronomètres : marche) 59, 67, 69.
Ligne : voy. Ellipse; — souterraine 119; — très fine 182.
Lippmann 114 (impulsion : grandeur), 183 (méthode stroboscopique).
Liquide : coloré 204 (dans ampoule de verre); — déplacé 200; — s'écoulant d'un vase 2; — mouvements près oscillateur de forme simple 200; — perte inutile 204 (évitée); — viscosité intervenant 192; — visqueux 154; — 165.
Lissajous : voy. Ellipse; — expériences

175, 186, 187; — figures 184, 188, 232, 249 (en noir sur rectangle lumineux); — vibroscope 183, 187.

Loch à bateau 2.

Lois : voy. Chute des corps; — complète 68 (des températures), 138 (oscill. pend.); — des couples 4, 6 (échapp. libre à ancre), 9 (échapp. de Graham : variation), 39 (ressorts d'entretien); — de décroissance des amplitudes 182; — de déformation 77 (imposée); — déterminée 265; — fondamentales de la Dynamique 205 (vérification); — voy. Impulsion, Lenz; — liées rigoureusement 93; — voy. Mouvements; — des oscillations 199 (non modifiée); — de variation 67 (de température par rapport au temps), 199 (forme); — de vibration 246 (corde).

Longitudes : calcul 69 (après coup : au retour); — calculée 73; — détermination 68 (scientifique; pratique), 69 (précision suffisante); — différence 56 (exprimée en temps); — Groenland 73 (côte ouest); — utilisée 128; — 134.

Longueur : fictive 249; — d'onde 117; — réelle 249; — utile 181 (changée).

Lorentz 257.

Louis XI : 3 (montre de poche qui sonnait).

Lumière : d'un arc 63; — cessant de passer 194; — faisceau 63 (intense), 249 (quasi parallèle); — passage 184, 185, 194; — perte par absorption 182 (compensée); — renvoyée horizontalement 142.

Lunette : champ 51, 53, 184 (succession d'images fines); — coupée 187; — fixée invariablement 53; — parallactique 151; — stroboscopique 51; — terrestre : train redresseur 51 (verres), 187 (second verre); — usuelles 186 (laboratoires); — 185 *ter*.

M

Mach 185 bis (méthode).

Machine : voy. Atwood; — état de régime, inertie, 154; — à vapeur 151 (détente : modifiée; vanne : ouverture).

Magnétisme : effets 73 (chronomètres aimantés), 73 *bis* (désaimantation); — voy. Electros; — rémanent 203, 204.

Magnéto 164 (petite : induit).

Magunna 175 (archet).

Manche fileté 171.

Manchon : compliquant théorie 160; — déplacement 153 (vertical), 163; — fileté 167; — glissant 152; — poids, position, 153; — 155, 157., 159.

Manipulateur 119, 121 (d'émission radiotélégraphique).

Manipulations : voy. Chronoscopes, Dissipation de l'énergie; — excellente 149; — instructive 161; — intéressantes 210

(série); — métronome et pendule 231; — quelques 194 (indiquées); — simple 124 (très instructive : pend. conique).

Manivelle 30, 31.

Manuel : de l'Explorateur 69; — Roret (*Horloger rhabilleur*) 5, 20.

Marche : accrue 73; — voy. Aiguilles; — anomalies 73 (montres aimantées); — voy. Avance diurne; — et azimut (montres), 71, 73; — voy. Chronomètres, Coefficient d'accélération; — constance 60 (marche moyenne); — constante 59 (et connue), 73; — courbe représentative en fonction de la température 62, 67; — démonstrative 246 (soi-disant); — détermination précise 96; — différence 69 (de jour en jour), 73 (bord-terre); — diurne : écart moyen 60, 62; 61 (réglage supplémentaire), 63 (pendules d'appart.), 73 (après nettoyage; variation 91, 96 (pressions variées : instantanéité); — écarts accidentels 68; — expression 59, 65, 73; — formule représentative 67, 68 (emploi), 73; — grande 59; — voy. Horloges; — identiques 62 (à 0°, 15°, 30° : desideratum); — initiale 65; — irrégulière 59; — isothermes 67 (deux : comparaison); — voy. Lieussou; — mauvaise 59; — la même 236 (absolument); — en mer 73, 97; — modification 93; — voy. Montres; — moyenne 59, 60 (calcul; importance), 62 (diurne), 63 (pendules d'appart.), 66 (à calculer), 69 (déterminée par comparaison des états; corrections), 71 (détermination en position verticale : horlogers); — négative 59, 66; — normale 73 (reprise); — nulle 59 (identiquement : état constant); — voy. Pendule; — perturbations 62 (par le chaud et le froid); — petite 66 (toujours : hypothèse); — et poids moteur 36 (indépendance); — positive 59; — en rade 97; — réglage 42, 85 (et longueur du spiral); — voy. Reprise; — et roulis 97; — soutenue 20; — et tangage 97; — et température 59, 60 (constante), 66 (moyenne); — et temps : fonction linéaire 59, 66; — à terre 73; — uniforme 62 (écart nul); — variations 10 (systématiques : correction), 35 (due à l'échapp.; régularité), 63, 66 (calcul), 73 (régulières), 91, 96, 144.

Marqueurs 202, 203 (couteau), 205.

Marteau : déclanché 28 (remonté); — petit 232 (de liège); — tranchant 247; — 16, 21, 191, 265.

Masses : d'acier 203; — additionnelle 199; — voy. Air; — augmentée 171 (sans changer réaction élastique); — voy. Balancier; — en bas 228; — cylindriques 66 (du balancier); — voy. Déplacements; — descendant 201; — deux 42 (dépla-

cement simultané), 245 (égales); — discontinues 247; — disposition convenable 151; — égales et équidistantes 246; — énorme 148, 259 (évoluant); — entraînée 96 *bis* (air : action); — équilibre 158; — de fonte 172 (ou de plomb); — glissant sans frott. 157; — grande 235; — grosses 197 (de réglage : en plomb); — identiques 217 (quasiment); — inertie 245; — masselotte 224 (de plomb), 254 (deux); — liée au fléau 244 (balance); — lourde 49, 128 (pendule), 146 (liaison au sol), 149 (très); — métalliques 152 (égales), 217 (plomb); — mouvement 246; — mue 96 *bis*, 234 (poids et tractions); — négligée 152, 249; — oscillantes 42, (à compensateur), 245; — pendulaires 147, 221 *bis*, 222; — pesante 126 (décrivant parabole), 127 (centre de gravité); — répartition 94; — rotation 197; — soulevée 111; — suspendues 127, 130, 164, 219 (à deux fils); — voy. Système; — totale 92; — tournant entre 2 arrêts 50; — très petites et très nombreuses 247; — par unité : de longueur 92, 197, 247, 249; de volume 195; — variation 95 (par oxydation); — vibrantes 246; — volant : remplacement 170, 192.

Mathématiciens 131, 216 (et physiciens).

Mécanismes : et cadran 45 (distance); — complication nécessaire 109; — compliqué 45, 108; — de contact 101; — déclenchement 17 (échapp. libre); — se détraquant 98 (remise à l'heure); — divers Ch. III (30., —, 52); — général 45 (et syst. régulateur); — intéressant 43; — de préparation 101; — simple 23 (abandonné); — simplification apparente 136; — supplémentaires nécessaires 98; — transformation théorique aisée 30; — valeur *à priori* 1.

Membrane : élastique, matérielles, 93; — métallique très mince 177; — superficielle hypothétique 93.

Menet : App. I, 261.

Mercadier : télégraphie (système multiple) 175, 179.

Méridien : Greenwich 56; — origine 66 (heure connue); — passages simultanés 57 (Soleil vrai et S. moyen); — Saumur 56.

Mesure : commencement marqué 16; — faciles 128; — en valeur relative 206 (suffisante).

Métal : fatigue 174; — mou 203 (cylindre); — quelconque 178 (corde tendue).

Méthode : des coïncidences 119, 121; — du condensateur 206, 207 (application à la balistique); — sensibilité 202; — stroboscopique 183 (période : mesure).

Méthodologie scientifique 68 (praticien et théoricien).

Métronome : amortissement 231; — battant la mesure 16; — battements 227; — échappement à repos 15 (axes perpend.), 16 (à chevilles), 50 (influence); — sur escarpolette 50; — fréquence modifiée, gros (sans mécanisme d'entretien), mouvement (réaction sur pendule), 231; — voy. Pendule; — sur plateau tournant 128 (période); — rouage 16; — sur support oscillant 226, 227 (avec ressort spiral); — synchronisation avec pendule 231; — tige 50 (dans fourche fixe), 260.

Michelson 184 (diapason : charge).

Microphone : à charbon tassé 177; — emploi 117 (battements d'une horloge : enregistrement); — relais 193.

Microscope 173 (peu grossissant à oculaire micrométrique), 185, 187 (objectif oscill.; oculaire fixe).

Minuterie : actionnée 113; — désembrayage 108; — équilibrée 50; — indépendante 226; — montée à frottement 107; — suppression 51; — 46., 48, 100.

Miroir : collé 173 (rotation), 182; — demi-transparent 185 *ter*; — deux 184, 188 (petits); — face argentée 232 (supérieure de glace); — fixe 182; — et lentille 186 (comparaison); — mobile 185 *ter*, 194; — oscillant 185 *bis*; — plan 173 (et lent. de proj.); — porté par diapason 189, 191; — tournant 118, 170 (rotation : réglage); — vertical 189.

Mobiles : démultiplication 45; — déplacement 134 (sens); — deux 18, 46, 136 (ajoutés); — entre deux parallèles sur sphère 131; — nécessaires 109; — nombre 63 (et périodes); — voy. Rotation; — et roue d'échappement, suppression de deux, 45; — tournant uniformément 56.

Modifications se produisant toujours simultanément 95.

Module : d'élasticité (de Young) 42, 93 (changé : balancier), 96 *bis*, 191 (et température : sens de la variation), 195, 217 (détermination : équation); — de torsion et température 42, 44; — 222.

Moinet : *Traité d'Horlogerie* 3, 35 (remarques de Kessels).

Moment : voy. Choc, Couple; — d'élasticité 95, 96 *bis*; — voy. Pesanteur, Poids.

Moment d'inertie : augmenté 137, 259, 260; — du balancier 5 (et force motrice : réglage), 6, 29, 85, 92, 94, 96 *bis* (augmenté); — considérable 48 (pendule); — voy. Corps tournant; — et dimensions homologues 96 *bis*; — diminution 93 (par échauffement), 259; — maximum 91; — modification 3, 42, 245, 254; — négligé 205; — voy. Oscillateurs, Pendule; — et période 3, 181; — petit 181 (extrêmement); — réglage 199 oscil-

lateur); — de roue d'échapp. 29; — voy. Systèmes; — théorie 150; — valeur statique, variable, 91; — variation 144, 222; — 128, 150, 154, 197, 244, 245.

Monotéléphone 175.

Montages 166 (quelconque : étoile, triangle), 177 (divers).

Montres : aimantées 73, 73 bis (désaimantation); — arcs employés 20; — arrêt 25, 26, 73; — arrêtée 26 (remontage); — balancantes 229 (diamètre); — balancier 3 (poids), 19 (parcours), 96 bis (diamètre), 229 (durée d'oscill.), 242 (deux); — voy. Battements; — bien traitée 61; — communes : voy. ordinaires; — à deux balanciers 242; — dispositif à cylindre 12; — échappements 1, 21, 24, 28; — fonctionnement avec ou sans spiral régulateur 5; — froid 95 (spiral, huiles); — grosse 181; — jusqu'en 1674 : 20; — lancement 26, 97; — marche 5, 71 (et azimut), 73; — nettoyages 73; — ordinaires (communes) 21, 22; bon marché 24, 60, 61; 58, 64 (civiles : tolérance de réglage); — au pendu 6; — au plat 6, 73 (et aimant radial); — de poche 3 (jusqu'en 1657); — prix abordable 2; — réglage 4, 5 (jusqu'en 1657), 64 (tolérance); — voy. Régulateur; — ressorts 5 (et balancier); — retardant 92; — voy. Rouage; — à secondes indépendantes 105; — surchargée 229 (oscill. : durée).

Morse 118 (signaux), 176, 178, 179 (clef).

Moteurs : axe 194 bis (vertical); — électriques : petits 158 (régulateur), 161, 166 (triphasés synchrones); — à gaz 169; — le même 138; — négatif, petit (de ventilateur), 192; — poids 1 (ou ressort), 45; — de réception 166; — synchrones 166, 192 (entretien par courant discontinu envoyé par diapason), 194 (emploi généralisé).

Motor 194 bis.

Mouchez (C.-Amiral) 68.

Mouton : échancré, long et lourd, poignées, surchargé, 259; — de suspension 268.

Mouvements : accéléré 136; — de l'air 96 (autour du balancier), 265; — alternatif : imposé 100, 266 (d'un bras); 102 (obtention), 173; — s'amortissant 124; — voy. Ancre, Balancier, Boules; — brusque 19, 181; — caché 226; — voy. Carte de visite; — centripète 185 bis; — voy. Cloches; — complexe 241; — compliqué par chocs 259; — continu 1 (et précision); de rotation 52 (entretien par chocs discontinus), 136 (régulier); 185 bis; — voy. Cylindre; — décalés 253; — voy. Diapasons; — d'ensemble 48 (rouage), 213; — entretenus 200 (dans liquide par

diapason), 259 (par sonneur); — entre tien 115, 227 (impulsions); — équations 71, 91, 124, 128, 130 (pend. coniq. : cas général), 147 (pend. duplex), 211 (établissement), 217 (petites amplitudes), 218, 221 bis, 225, 227, 244 (pendules; fléau), 246, 255 (contenant vitesses); — général 213 (périodique), 246 (le plus); — hélicoïdal 189; — horizontaux du sol 146; — d'horlogerie 50 (dans boule; et minuterie : aucun lien), 51 (application intéressante), 63 (réglé par ailettes), 73 bis, 100 (compteurs), 143 (deux), 178, 229; — indépendants 98; — voy. Liquide; — loi 182 (non à déterminer); — voy. Masses; — mélangés 235; — voy. Métro nome; — du navire 97; — oscillatoires : voy. Arbre, 221 (d'amplitude constante : se superposant), voy. Battant, 259 (cloche), 260 (amplitude considérable); — voy. Pendule; — petits 244 (théorie), 255; — point vibrant 189 (horizont. enregistrement); — principal 211; — rectangulaires 186; — rectiligne 189 (et mouv. oscillatoire : composition), 202 (vit. connue); — régularisation 101 (volant); — relatif 181; — de rotation 136 (bien régulier), 161, 173 (uniforme), 181, 192 (avec oscillation); — voy. Rouage, Roue; — saccadé 1; — sens interverti 4; — simple 241 (période), 246; — sinusoïdaux 252 (amortis; périodes), 259; — du sol 148 (amplifié; mesuré); — stationnaires 234 (périodes); — suivis 96 bis (feuille d'or et balancier); — superposition 246; — du support 97 (effet), 238 (équation); — synchrones 235 (purement et simplement); — voy. Système, Tiges; — uniforme 139, 142 (conditions) 181, 185 bis, 189, 192 (non); — de va-et vient 106 (obtention); — vertical 143 (lent); — vibratoires 187 (de grande amplitude), 195 (période).

N, O

Navigation : erreur d'une seconde 121; — navires de guerre, paquebots, 67; — voy. Point; — à voile 67.

Nernst 142 (lampe).

Nez : arrêt 266; — du cliquet d'impulsion 99; — déplacement 47; — deux 113, 136; — disposés symétriquement 101; — échappant 209; — d'un pont 40; — portés par ressorts 48; — rôle, tours (nombre), 268; — d'un volant 105; — 16, 27, 107, 140, 267.

Nutation 53.

Nyren 63 (observation).

Objectif 63, 135 (axe vertical), 183, 184; — de viseur 185 bis, 187; 186, 187 (de microscope), 194.

Observations : altérées (adaptation à courbe imaginaire), astronomiques (impossibles : temps bouché), erronées (plus ou moins), exactes (parfaitement), 68.

Obstacle heurté vivement 91.

Obturateur de chambre photographique 202 (temps de pose : détermination; — fonctionnement).

Oculaire : grossissement 186 (ordinaire); — de microscope 187; — positif 184, 186.

Œil 140, 145.

Officier des montres 67 (marine de guerre), 68.

Oreille 8 (précision), 70 (du coq).

Oscillateurs : action 4 (régulatrice); — voy. Balancier; — décalés 226; — de 292 tonnes 5; — deux 226 (analogie de fonctions), 227 (lien élastique); — voy. Disque; — forme simple 200, 210; — liberté augmentée 4; — moment d'inertie 199 (réglage), 210 (grand), 245 (modifié); — période imposée 170 (différente de période propre); — position moyenne 4; — voy. Recul; — de torsion 194; — de vitesse 4; — 3.

Oscillations : amorties 148, 154; — amortissement 174 (diapasons); — amplitude 5 (variation très petite), 10 (pendules d'appart.); — formule 13, 16; 25 (et arc total), 27, 30 (parfaitement déterminée), 34, 44 (pas trop grande), 45 (constance), 48 (variation), 65 (diminuée), 73, 96 bis (croissant), 124, 154 (croissant indéfiniment), 175 (énorme), 186, 226 (grande : condition; croiss. et décroiss. altern.), 229 (notable), 240 (très faible), 254 (quasi nulle), 259; — aplatie 134 (pend. coniq.); — voy. Ancre, Appareils, Balancier, Battant, Boules; — bouts 63, 91; — brusques 156 (de position); — brutales 27 (torpilleurs); — voy. Cadran; — circulaire 139; — voy. Cloches; — composition 149; — voy. Compteur; — conditions différentes 19; — constance (contrôle) 51, 63; — voy. Corde, Cylindre; — demi : muette 17, 23; 34, 38 (deux repos), 81 (successives), 114, 128 (travail : nul), 171 (diapasons); — deux 223 (superposition); — voy. Diapasons, Dissymétrie; — durée 10 (et poids), 42, 48 (moyenne : Osc. pend.), 71 (changement), 81 (pesantier intervenant), 96 bis (non changée), 97, 103, 104, 148 (considérable), 217 (égales); — elliptique 139; — entretenues 128, 226; — entretien 44, 223, 226 (ne se faisant pas); — étude 130, 154; — évitée 144 (mercure); — s'exagérant 154; — extrémité 32, 34; — fortes 82; — voy. Fourche; — fréquence 118 (haute), 128 (demandée), 245; — grandes 244 (balance); — horizontale 238; — identiques 36; — imposée 5; —

inscription directe 181 (applications chronographiques); — isochrones 5; pas rigoureusement 6, 9; condition 81, 83; 138 (pend. coniq. et pend. circ.), 170 (lame vibrante); — isolées 227; — voy. Leviers, Lois; — du mercure 144; — modes 223 (deux : entretien); — nombre 50 (enregistrement), 118 (et traits lumineux), 182 (et décroissance des amplitudes); — non amorties 233; — non isochronisme 190; — parallèles 149; — pendulaires, d'un pendule : défaut d'isochronisme (correction partielle) 5, 6, 9, 138; 10, 12; amplitude 18 (réduction), 38 (déterminée), 45 (constance), 48 (variation sensible), 113, 124 (très petite), 226 (les mêmes); 34, 100 (période), 109 (horloges : remontage), 128 (axe de susp. tournant), 129 (autour d'une position d'équilibre), 139, 148 (durée considérable), 177 (quasi), 220 (même phase), 221, 229 (entretien), 259; — période 5 (à déterminer : tour Eiffel), 50, 97 (changée), 118 (réglage), 139 (la même), 146 (longue), 147 (calcul), 221 bis (modifiée); — petites : très 124 et 134 (pend. coniq.), 244 (Héau); 129 (autour de posit. d'équil.), 139, 154 (autour des conditions d'équil.), 212 (autour d'une posit. stable d'équil.), 215, 252, 265; — plane 147; — voy. Plans, Plateau; — plus grandes au plat qu'au pendu 61; — principales 139, 221 (périodes voisines), 234, ..., 237, 241 (période), 245; — projection horizontale 133 (pend. coniq.); — rapides 199; — rectangulaires 149; — voy. Réveille-Matin; — simultanées 213 (forces provenant); — sinusoïdale 71 (à peu près), 259 (non); — voy. Spiral; — stables 135 (deux plans), 223; — stationnaires 234; — superposition 235; — par sympathie 242; — synchrones 240; — voy. Verges; — verticale 44, 128 (autour), 244 (plateaux); — voy. Vibrations; — de vitesse 156; — voy. Watt.

Oscillographe 117.

P

Palettes : d'acier 4, 113 (très mobile); — aller et retour 100; — chocsur pointés dents 4; — courtes 38; — deux 100, 268; — distance 16; — longueur 4, 20; — ouverture 20 (variation); — venant d'échapper 3; — 4, 16, 28, 38, 122, 165.

Paliers à billes 209.

Papier : bande 183, 194, 202; — blanc 173 (feuille; éclairé fortement), 185 (collé); — buvard 204; — cylindre 203; — déroulé 178; — enfumé 181 (collé à recouvrement sur cylindre); — feuille 173, 181; — noir 183, 202 (mat); — photo-

graphique 189, 210 (fourreau), 261 (à développement); — sensible 194.
Parabole : décrite par masse pesante 126; — utilisation 156.
Paradoxe de Stokes 224.
Parallélogramme articulé 160 (losange).
Paramètres : caractéristiques du choc 262; — à connaître en valeurs absolues 206; — nombreux 68 (calcul); — à utiliser 67.
Parcours : complet 20 (sans risque de renversement); — fermé 164 (air); — horizontal 185 bis (donnant sinusoïde visible); — voy. Inclinaison; — moyen 205; — voy. Pendule; — quasi-totalité 32; — voy. Rotation; — total 20 (maximum), 91, 173 (pointe : double de l'amplitude).
Pas différentiel 28.
Passages : alternatif : voy. Énergie; — brusque 156; — consécutifs 54; — voy. États : extrêmes; — au méridien : voy. Étoiles; — à niveau 149 (portes); — voy. Position : d'équilibre, Temps; — par verticale 241 (deux pendules : temps écoulé).
Pecqueur 127 (suspension élastique).
Peirce : voy. Faye.
Pellicule photographique 182 (film : sur cylindre tourn.).
Pendant 60 (de montre : définition; — en bas).
Pendillon : longueur 18 (la meilleure); — pression contre le pendule 113; — rôle 18.
Pendule : adjonction 4 (comme syst. réglant); — aimantés 220; — allongement aux grands arcs 138 (pend. coniq. isochr.); — voy. Amplitude; — analogue 225; — d'appartement 1, 10 (réglage), 42, 48 (couple dû au barillet), 63, 136 (mouv. ordin. utilisés), 224 (petite); — à arc 34; — arrêts alternatifs 236; — astatique 148 (quasiment); — auxiliaires 35 (accélérateurs), 116, 122 (comparaison des heures); — avancée 119; — axe 15 (d'oscill.), 18 (et ancre), 128 (très long; réaction), 227, 262 (de rotat. : déplacement horiz. et sinusoïdal); — balancoire 44; — barométrique 144; — battant : la seconde 184, 199 (longueur minime); en sens inverses 242; — charge 138 (plus ou moins grande); — circulaire 5 (ordinaire); oscill. 6 (non rigour. isochr.), 138; 42, 43 (double), 126 (cycloïdal); analogie 131, 136; 132, 139, 144, 213; — comparaison 121; — composé 147, 259; — conique 1; 124, —, 135, voy. Échappements, Fourchette, Régulateurs; 138 (trajectoire quasi circulaire), 139 (suspension), 141 (remise à l'heure), 142 (fractions connues de seconde), 143 (chronographe enregistreur), 144 (pend. barométrique), 145, 165, 214 (ordinaire),

208 (à friction); — court 1 (amplitudes grandes); — cycloïdal 5, 126, 138; — décalage 238, 242; — décollant 136; — déplacements 39, 148 (multipliés), 235; — deux 124 (indépendants), 147 (solitaires), 217 (liaison par un ressort dans leur plan d'oscill.), 218 (inégaux), 219 (association : manières équivalentes), 234 (remplaçables par un seul), 255 (batttements), 240 (un seul ébranlé), 241 (identiques oscill. sur même support), 242 (placés l'un devant l'autre); — double 43 (circulaire), 116, 135 (Airy); de torsion 221, 221 bis; 222 (horizontal; ordinaire); vertical 223, 224; 228 (isochronisme), 234, 242 (horloge); — duplex 147; — échappement 17 (médiocre), 43 (liaison), 19 (à repos), 136 (pend. coniq.); — égaux 237, 240; — voy. Énergie : fournie, perte; — en équilibre pour une seule vit. ang. 126; — entraîné 116; 126, 136; — entretenu : période 9, 13; 223 (électriquement), 228 (par sympathie); par échapp. d'horloge 231, 236 (ordinaire), 242; — entretien 38, 108 (cessant), 114 (décharge d'un condensateur), 116 (sans lien matériel); pendule conique 136, 137 (électrique), 226 (propre), 231 (équation); — extrémité 134 (pend. coniq.); — de Fénon 34; — fréquence : pend. coniq. 126, 128 (diminuant); 223, 224 (changement), 231 (variations : détermination); — voy. Galilée; — grosses (monumentales) 109 (remontage); — haubanné 128 (masse lourde); — voy. Helmholtz; — heurté 169; — voy. Hipp-Favarger; — horizontal 149, 222 (double); — voy. Horloges, Huyghens, Impulsion; — inégaux 218, 237, 238; — et irrégularités du rouage 32; — isochrone 126, 138 (circul., coniq.); — lâchés 240, 241 (à partir d'inclin. symétr. : verticale moyenne); — et lampe électrique 135; — lancement 38, 235, 237, 239 (sans vitesse; par impulsion), 241; — libre : période modifiée par échapp. 6, 9, 13; 115; — long 1 (amplitudes petites); — longueurs 125 (diverses), 126 (utile : variant), 127, 138 (et tempér.), 144 (variation), 146 (et période), 199 (minime), 223, 229, 259; — lourds 209 (de fer), 240; — marche 111 (modifiée), 116; — de métronome 226, 227; — moment d'inertie 48; — mouvement : pend. coniq. : 124, 130, 131 (trajectoires), 132 (période), 133, 136 (entretien); — mystérieuse 49, 50, 100; — non entretenu 236; — ordinaire 147, 149, 222 (double), 228; — oscillant librement 139; — voy. Oscillations : pendulaires; — à palettes 268; — parabolique : voy. P. pirouette; — parcours 32 (extrémité);

— période : P. conique 131, 132 (calcul); 136, 142 (éclairs équidistants), 146, 147 (P. duplex), 149 (imposée), 217, 218 (naturelles : modifications), 220, 221 (principales : voisines), 221 *bis* (propre : changement), 223, 234, 235 (allongement, raccourcissement), 236 (allong.), 237 (même ou différente), 238, 240 (naturelle), 241 (très voisines), 250; — petits 34 (deux oscill. librement; remontage), 176 (régulateur), 228, 229 (quasiment immobile); — pirouette 126, 138; — plusieurs sur même support 236; — à poids 46 (hauteur); — pointes 102, 128 (tracant rosace), 139, 140, 143 (de platine), 148; — portant cliché 209; — voy. Position : d'équilibre; — raccordement au rouage 113; — raccourcissement aux grands arcs 138 (P. circ. isochr.); — réglé en moyenne avance 48; — régulateur : oscill. 108, 226; — voy. Reid; — remontant 50 (point d'appui); — renversé 147; — à réservoir 135 (encre, sable fin); — à ressort 46; — rotation 34 (variable); — sans contacts (liens) matériels 116; — à secondes 199 (caisse : stabilité); — simple : équivalent 144, 241, 250; assimilation 209, 218, 238, 229; — voy. Spiral; — substitué à balancier 5; — suspension 38, 102 (ressorts), 142; — sympathiques 234, 236, 238 (théorie), —, 245; — synchronisées 113, 122; par impulsions périodiques 226, 227 (syst. vibrant en entier), 233, 240, 242 (parfaitement); — tige 113; — de torsion 42, 43, 213; double 221, 221 *bis*; triple 245; — triple 234 (le plus simple), 235 (général); — trois 244 (oscill.); — unique (cas 238; — va-et-vient 100 (remplacement); — vertical 223 (double); — voy. Wiechert; — 33, 111, 112, 124.

Percussions : centre 258; — instant 226 (réglé par pendule); — rôle 227; — série 226.

Période : accroissement 115 (léger), 128, 200, 201 : cloches 259, 260; — allongement 6 (formule), 9 (par l'échapp.), 71 (relatif), 91, 258; — voy. Amplitude, Ancre; — en arc 133; — voy. Battant, Battements; — calcul 132, 147, 232; — changement 178 (continu; aisé et rapide); — voy. Choc, Cloches; — considérée indépendamment des autres 60 (et écart moyen); — constante 110 (en moyenne), 127 (condition); — voy. Cordes, Courants; — courte 48, 63, 238; — demi 1 (battement); — déterminée parfaitement 175; — deux 227; — voy. Diapasons; — différentes 63, 135 (légèrement), 180, 182, 227 (peu), 236; — diminution 6, 16 (et frottements), 127, 138; — distinctes 257 (trois); — donnée 116 (par tâtonnements); — durée 106; — voy. Echappements; — égales 262; — voy. Electro, Equation : générale; — d'é-

quilibre 136; — expression 124, 126, 147, 197, 249; — voy. Forces, Frottements; — imposée 170, 213 (la même), 260, 266; — d'impulsion 26 (angle); — inégales 5; — infinie 128; — invariabilité 10, 182; — longue 48 (remontage entier), 147; — la même 213, 214; — mesure 181, 183 (stroboscopique), ..., 185 *ter*; 241 (difficulté); — minimum 6, 15; — modifiée 6 (par échapp.: pendule), 93 (médiatement), 138 (cause), 171 (diapasons), 230; — voy. Moment d'inertie, Mouvements; — moyenne 72 (chronomètre); — multiplicateur 92; — naturelle : pendule 234, 235, 238, 240 (peu différentes), 241 (moyenne); — nombre 63, 181 (grand); — non modifiée 6 (par échapp.), 213; — non thermiques 60; — nouvelles 215 (et anciennes); — nulle 138; — voy. Oscillateurs, Oscillations; — parties 267 (deux); — voy. Pendule, Phénomènes; — pièce oscillante 3; — et poids 3, 6 (presque indépendance), 35; — principales 221 (voisines), 232; — propre 5 (imposée au balancier), 181 (mal déterminée), 262 (allongée), 263 (relatives); — rapport 226 (pas simple), 263; — réduction 48; — réelles 253; — réglage 44, 118, 145; — régularité 5 (tour de roue de rencontre et vibration du balancier), 227; — voy. Remontage; — de rotation 185 (disque); — voy. Spiral; — stroboscopiques 51, 183; — successives 5 (du balancier); — à température ambiante 62; — et tirage 3; — très grande 42; — unique 213; — variations 71, 136, 144 (et amplitude), 182 (continues), 199 (loi), 201, 221 *bis*, 257; — voy. Vibrations : principales.

Perturbations : annulées 242; — confusion 96 *bis* (valeur absolue et val. relative); — électromagnétique (ébranlement) : vit. de propagation 118, 119; — s'introduisant 144; — petites 230; — valeur relative diminuée 96 *bis*.

Pesanteur : voy. Accélération; — accroissement 218; — action 5; négligée 84, 159, 197; 146 (motrice), 158 (remplacée par ressorts), 217, 220, 224 (diminuée); — et corps pesant 73 (couple); — voy. Couple : dû; — effets (chronomètres) 71, 72; — éliminée 160 (pratiquement); — énergie 159; — intervenant 81; pas 158, 222; 163 190 (verge surchargée); — modifiée 262; — moment 128, 157, 217; — vecteur représentatif 125.

Phasemètre 188.

Phases : choix 252; — concordance 236 (retour); — différence 179, 180, 186, 188, 262; — la même 220; — modifiée par choc 262; — relatives 145, 221 *bis* (correspondantes : balancier et bottier); — voy. Vibrations; — 124, 175, 184, 212.

- Phénomènes** : allure 262; — capillaires 93; — complexe 135; — compliqués 63 (par discontinuité), 171, 174; — définition 114; — deux très différents 170 (réalisation); — discontinu 185 *bis*; — électriques 192; — élémentaires 234; — enregistrement 261; — exagéré 73, 91; — fréquence 186, 217; — d'hystérésis 170, 174; — le même 63; — modifications 51 (étude), 96; — modifié 21; — négligés 60 (intervention); — oscillatoire 118 (et étincelles fines); — période 1, 7; accomplie 8, 13; 184 (approchée; exacte), 266 (imposée); — périodique 71, 186 (fréquence); — permanence 213; — possible 97; — projection 185 *bis*; — quelconque 168 (fonction de vit. ang.); — de réactivité 61; — régularité 4; — se répétant 131 (identiquement), 184; — de résonance 118; — sens 96 *bis*; — simple 223 (apparence compliquée); — total 63 (périodes); — troublé 144; — voy. Zeemann.
- Phillips** : problèmes 74 (deux), 75 (premier : ressorts plats), — second 76, 77 (ressorts cylindriques), — 78, 80, 82 (expérience), 85 (et pratiques des horlogers), 86 (avance aux petits arcs).
- Phonographe** 151, 158 (régulateur).
- Pièces** : pour contacts électriques 101 (adjonction à une horloge), 177 (de cuivre); — délicate 108 (échappement); — deux 73 (en contact), 102 (de fer doux : aimantation permanente), 181 (de bois), 260 (verticales en acier); — d'échappements 93 (graissage); — de fixation 79; — horizontale 113, 243; — isolées 103; — lourde 149 (fixée au sol); — massive 171 (fixée); — métalliques 114; — mobile 177 (sur glissière), 178; — oscillantes 3, voy. **Axe**, 99 (allées et venues : comptées), 213 (forces s'exerçant), 235 (synchrone); — positions initiales 73 (relatives), 111; — voy. Remontages, Repos; — section carrée 139; — serrée 191 (arrachement); — spéciales 41; — sur glissières 82, 177; — tournant 38; — très mobiles 73 (de l'échappement); — 169, 181.
- Pignons** : égaux 48; — remplacé par cylindre entaillé 136; — et roues 10 (pendant recul); d'échapp. 16, 47; 73, 103, 108, 113, 158; — tournant fou 48; — 28, 40, 41, 63, 72, 99.
- Pile** : circuit : fermé 103, 108, 109, 111; 117, 129, 122, 177; — connexions 177; — courant 107 (fourmi), 110, 112, 137 (interrompu); — à entretenir 108; — force électromotrice 114, 120, 203; et diff. de pot. 206, 207; 208 (à augmenter); — usure 102 (inutile).
- Piliers** : voy. Colonnes minces; — petit 113 (avec coche supérieure).
- Pincos** 85 (chauffées), 181 (mobile).
- Pincettes** : diapason 181 (branche avec pinceau trempé dans l'encre), 243 (vibrations et support).
- Piton** : azimut modifié 26; — fixé en direction 82 (libre de se déplacer sans tourner); — fixé 83 (de position et d'orientation); — immobile 88; — monté sur l'ancre 40, pivot 84; — et points d'attache de la virole 87; — position 90; — voy. Rotation; — 24, 27, 48, 70, 77, 78, 80, 92.
- Pivots** : voy. **Axe**; — du balancier 93, 95 (diamètre); — frottements 22, 94; — graissage 93; — jeu 91; — voy. Pression : nulle; — sur crapaudine 79; — usure 15, 94 (évitée); — 70, 73, 83, 85, 126, 149, 166.
- Planches** : épaisse, fortes (deux), longues (deux), 261.
- Plans** : d'agate 38; — se déplaçant 189 (suivant la verticale); — deux 135 (oscillables); — fixe 154 (quelconque); — de flexion 82; — horaire 54, 57 (Soleil : réel, fictif); — horizontal 125, 132, 147 (enfumé), 166, 189, 202, 204, 209; — d'impulsion 30; — inclinés 13 (des becs), 24 (dents de roue); — méridien 125 (le même); — métallique 208; — d'oscillation : parallèles 18, 219; vertical 182, 220; 217; le même 219, 220; 238; — rectangulaires 214 (verticaux : système); — de repos 13 (bec), 24 (incliné), 30; — de sable fin 124; — de symétrie (pour corps) 150, 157; — verticaux 249 (parallèles); — de vibration 181.
- Plaques** : de charbon 117; — découpée 126 (développée de parabole), 192 (fer doux); — enfumée 142, 181; — entaillée 30, 137 (de fer); — grande 154; — métallique 120 (dans sol humide), 173 (petite, très mince), 237 (encastrées dans planche), 242; — mobile 205; — petite 40 (de laiton : volant), 173; — photographique 63, 173; — de platine 173; — rectangulaire 232 (posée sur une lentille de grand rayon); — soudée sur lame vibr. 187; — téléphonique 179 (rôle); — tours 193 (nombre); — verticale 184 (à fente fine); — vibrantes 179 (accordées); — vibrations sensibles 175 (et fréquence du courant); — vitesse 193.
- Plateau** : en aluminium 137; — voy. Balancier, Chevilles; — horizontal 128, 221 *bis*; — oscillations 244 (balance); — porté par écrou 266; — stroboscopie 183; — tournant 128, 185; — 48, 70, 136, 159.
- Plate-forme** 32.
- Platine** 48, 51, 70 (d'avant : montre); gouttes 101, 158.
- Plots** 103.
- Podomètre** 50 (fonctionnement), 100.
- Poggendorf** : méthode (mesure des rotations) 173, 186, 221 *bis*, 254.

Poids : d'accouplement 219; — accroissement 170 (et vitesse); — d'acier 203 (creux lesté); — actions 111 (différence), 219 (composant horizontale); — adjonction au balancier 55; — voy. Avance, Balancier, Barillet, Battant; — changement 138 (et période); — voy. Cloches; — convenable 47, 155; — croissant 94; — course réglée 110; — cylindrique tombant en chute libre 206; — déplacé 155; — voy. Disques; — équilibré, excès (sens), 79; — inégaux 46; — intervenant 153; — invariable 79; — lourd 49 (platine); — voy. Manchon; — modifié 35 (et période), 44 (petit plomb), 155, 170; — moment 157; — monté 236; — mort 259; — moteur 3 (et période du mouv. oscill.), 4., 6 (augmentation; choix), 10 (variation; invariable), 13 (travail emprunté), 36 (et marche), 45 (horloges), 46 (et minuterie), 101 (indépendant), 136, 192 (modifié), 236 (suffisant), 261; — négligé 225; — voy. Oscillations; — pendule 236; — voy. Période; — petits 10 (ajoutés), 219; — voy. Poulie; — remonté 32, 46, 47, 110; — voy. Retard; — supporté 127; — tenseurs 213, 248; — transport 144; — valeur 136; — variation 192; — et verge 199 (combinaison).

Pointes : bulles 120; — de charbon 117; — voy. Dents; — deux 226; — voy. Glissement, Leviers, Pendule; — pivot 149; — de platine 178; — platinée 158; — poussée 209; — de style 181 (soubresauts); — trajectoire 124; — 41, 110., 112, 173, 205; — voy. Vis.

Points : anguleux 240; — d'articulation 158; — asymptotique 74; — d'attache de virole 87, 89, 90; 149 (déplaçable), 245 (déplacés); — bleus 178; — de choc 258; — éclairé fortement 182 (image); — fixe 77 (piton), 82, 84, 92, 146, 148 (momentanément); 178; — fondamentaux 8; — isochrones 89; — libre 82; — lumineux : image 173 (longueur), 189 (temps d'arrêt), projetée 209 (sur cliché) et 240; 182 (éclairage), 185 bis, 189 (entraîné par disque); — navigation 57 (une des opérations), 66 (détermination); — nécessaires (calcul) 60 (diplômes et concours : chronomètres); — noirs 182, 189; — opposés diamétralement 87; — oscillant 131; — pesants 223 (deux); — réalisation 179; — signaux 123, 179; — du sol 118 (assez distants); — de suspension 124, 128; — verticale 135, 139, 140; 136, 142, 235 (déplacement : effet); — terminal 74 (coordonnées, tangente); — vernal : déplacements 53, 57; 54 (révolutions complètes); angle horaire 54, 55 (détermination); — vibrant suivant une horizontale 189 (enregistrement du mouvement).

Pont : de chemin de fer 5 (Niemen; Grodno); — coq 70; — métallique reliant 2 godats de mercure 268; — de platine 113; — de treillis à poutre continue 5 (lancement); — de Wheatstone : équilibré 179, 206, (galv. bal. sur diagonale).

Porte à faux 5 (diminution, roulement).

Portes qui se referment seules 149.

Position : changement 60 (écart moyen); — voy. Chronomètres; — déterminée 99; — d'équilibre : voy. Balancier, Choc; passage 91, 210, 223, 231, 235, 263; pendules 102, 112, 115, 184, changement 217 et 220, 223, 226, 231, 235, 239 (départ), 259 (quasi indifférent); 128; oscillations autour 129, 212 : 177 (diapason), 185 bis (miroir), 199, 201, 224 (commune), voy. Cloches, 264; — fixité 83; — voy. Manchon; — moyenne 4 (oscillateur); — voy. Pièces; — relevée sur cliché 202; — voy. Soleil; — variable 145.

Poteaux télégraphiques 120.

Potentiel : expression 211, 215, 223; — et forces dérivées 212, 216, 250; — forme 213, 225.

Poudrerie 146 (explosion).

Poulie : poids 136; — à pointes fines 46 (cercle de gorge); — remplacement 258; — de renvoi 175 (et tension, 192; — 161, 183, 205, 248, 264).

Poussières magnétiques 73 (attraction : arrêts).

Poutre rigide 217, 237.

Précession 53.

Précision : augmentée 173; — voy. Chronomètres, Chronométrie, Distribution de l'heure; — grossière 53; — heure 121 (connaissance); — voy. Horloges; — instantanée 63, 142; — médiocre 5; — des mesures 206; — de méthode 143 (subordination); — moyenne 63, 142; — ordinaire 104; — recherche 241; — suffisante 69.

Pression : accroissement 96 bis (et retard); — voy. Air, Anneau; — atmosphérique : variations 10, 144; — augmentation 96, 96 bis (et retard diurne); — sur axe 210; — au contact 102; — décroissantes 96; — voy. Goupilles; — modifiée 117; — moyenne 144 (variation : enregistrement); — nulle 82 (et isochronisme; sur l'axe); sur pivot 83 (toujours), 85; 158; — des pendules sur barre 238 (compos. horiz.); — supportée par pivot 93 (et huile); — suppression 82; — de la vapeur d'eau 96 bis; — variant d'une manière continue 106 (sans à-coup); — variation 96 bis (et amplitude), 144; — variées 96 (et marche diurne).

Principe : voy. Döppler; — du travail virtuel 152; — des vitesses virtuelles 4 (application).

Prisme : de charbon 117; — à réflexion totale 63, 142, 184; — triangulaire 43.

Problèmes : voy. Balance, Bernoulli (D.), Caspari; — cercle vicieux 142; — complexes sans application 140; — complication 262 (provenance); — curieux 52; — deux (géométrie, mécanique) 73 bis... 76, 80, 91; — de la distribution de l'heure 98 (deux aspects); — des échappements 10 (position); — voy. Equations, Faye-Peirce; — de géométrie pure 88; — intéressants 87, 91 (simple); — de l'isochronisme 126 (pend. coniq.); — mécanique 262 (cloches); — nature 38 (fixée par l'expérience), 131; — nuisibles 22; — d'optique ondulatoire 211 (*en note*); — particularisé 130; — voy. Phillips; — position 10; aspects différents 58 (marche des chronomètres), 67; 66, 195 (verges cylindr. : vibrations), 211 (résonance), 262 (cloches); — pratiques 8 (complexité et algébristes), 68 (résolu par T. S. F.); — voy. Régulation, Résal; — résolution 86 (*in abstracto*), 200 (*a priori*); — de la résonance 211; — simplifié 71; — soluble 75; — voy. Support : entraînement; — supprimé, vrai, 10.

Professeurs : de Mécanique 151 (exercices intéressants recommandés), 210, App. I; — de Physique 45, 51, 54, 192.

Projectile : résistance de l'air 205 (détermination); — vitesse 203 (mesure), 207 (moyenne).

Puissance : auxiliaire 98 (ressort ou poids); — dynamo 194 bis; — modifiée 151, 165; — motrice 27, 151; — nécessaire 45 (exagérée); — perdue 28; — photochimique 182 (de lumière : diminuée).

Pulseur décroché 33.

Q, R

Quadruplet 257.

Quantité : d'électricité 114 (mise en jeu), 206 (mesure), 208 (déterminée par premier contact, mesurée par galv. balist.), 233; — de mouvement 94 (maxima).

Quart : changements 66 (température); — faire le Q. 2 (origine de l'expression).

Radakovic 207 (dispositif : application de la méth. du condensateur à la balistique).

Raie spectrale 257 (décomposition en raies distinctes).

Raquette : emploi permis 78; — n'existant pas 59; — goupilles 70, 81; — rôle 70.

Raté 109 (absence supposée, effet).

Rayons : convergents 180 (faisceau intense); — de courbure 74 (modifié), 75 (variant peu), 88 (et forme de la courbe); — équidistants 142 (douze); — de gira-

tion 91; — uniforme 88; — vecteur 124; — de volée 259.

Réactions : considérables 260 (sur l'axe); — élastique 171 (non changées); — horizontales 259 (sur axe : petites).

Rabattement 20.

Réception 120 (T. S. F. : distr. de l'heure).
Recuit 85 (uniformité).

Recul : croissant 11; — voy. Dents; — exagération 20; — facilité 4; — importance 10; — et isochronisme 5; — limité 20 (renversement); — modéré 10; — d'oscillateur 4 (considérable); — perceptible 10; — voy. Rouage; — de roue 3 (de rencontre), 24; — très léger 11; — 30, 31.

Rédier 141 (comparateur chronométrique).
Reed 184 (dispositif autocollimateur).

Réfraction atmosphérique 53.

Réglage : voy. Chronomètres; — défectueux 139; — définitif 61; — deux 139 (nécessaires : difficiles); — difficulté 142; — discussion 42 (*à priori* : sens); — voy. Echappements, Electro; — facilité 181, 194 (par roue phonique); — voy. Forces, Fourche, Horloges; — impossible 154; — industriel 163 (facile : graduation simple); — machine 138 (par pend. coniq.); — voy. Marche; — méthode des horlogers 71; — modes divers 177; — voy. Moment d'inertie, Montres; — non altéré 60; — obtention 155; — voy. Oscillations : période, Pendule : d'appareillement; — perfection 62 (pour la température : évaluation); — voy. Période; — permis 157; — plus difficiles et moins stables 117; — voy. Ressort; — rotation 170; — stabilité 177; — supplémentaire 61; — aux températures 62; — tolérance 64; — valeur nulle 268; — voy. Vis.

Règles divisées 248.

Régulateurs : Ch. ix (150.—, 170); — d'absorption (de destruction) : à ailettes 151, 157, 164; autres dispositifs 164; 170 (rôle : lame vibr.); — d'accélération 167; — à anneau 162; — voy. Bouasse et Sarda; — à boule 166; — à carrousel 72; — à contrepoids 155; — curieux 266; — description générale 70; — différentiel 165; — échappements libres 24; — voy. Farcot, Foucault; — généralités 151; — d'horloge 144 (pend. coniq. barométrique); — inertie 154 (considérable), 167; — isochrone 153 (instable), 154 (intérêt historique), 156 (obligatoirement), 157 (vitesse caractéristique), 159 (à peu près), 160, 164, 166; — de mach. à vap. 124; — des montres 5 (Huyghens); — non isochrone 154, 158, 163; — oscillant 1; — parabolique 156; — pendule 108, 169, 176 (petit), 226; conique (utilisation) 136.—, 145; — voy.

- Phonographe; — pour petit moteur électrique 158; — régularité 153; — à ressort 158, 160, 164; — voy. Réveille-Matin; — rôle 151; — sensible 153; — voy. Siemens, Spiral; — stable (stabilité) 153; — voy. Systèmes; — à tige 145 (emploi); — à tourbillon 71, 72; — voy. Villarceau; — de vitesse 167; — voy. Watt.
- Régulation** : voy. Diapasons, Dynamo; — échappement Kelvin 267; — par fer tournant 190; — et frottement de l'air 140; — imparfaite 156; — voy. Lebedew; — moyenne 268 (simplement); — obtention 176 (par lame vibr. encastrée); — origine précisée, parfaite, 136; — problème 154; — voy. Rouage; — sur l'écrout 268.
- Reid** 34 (échappement), 35 (pendule).
- Relais** 117, 119.
- Remise à l'heure** : par action sur le rouage 108; — voy. Chronomètres; — continue 98; — directe 107; — à intervalles 98 (brefs), 107 (éloignés); — par train différentiel 141.
- Remontages** : voy. Chronomètres; — électrique 48, 109; — espacement diminué de moitié 28; — espacés 136; — fréquent 45; — par dynamo 136; — période 48 (ordinaire; longue), 63; — et pièces 73 (positions relatives).
- Remontoirs** : d'égalité 45, 46 (Robin), 47 (à gravité), 48 (Grimthorpe-Denison); 63; — voy. Horloges, Schweizer.
- Renversement** 20 (limitant recul; — évité), 21, 25 (empêché), 52 (création systématique à chaque oscillation).
- Repères** 146 (fixité), 163 (position), 205 (passages).
- Repos** : voy. Ancre, Angle; — après l'incliné 38, 42; — circonférence 14; — deux 38; — diminué 52; — égalisation 8; — équidistants 24; — profils (modification), pseudo (profil : choix), 10; — supprimé 38, 39, 52; — sur pièces spéciales 41; — valeur désirée 14 (obtention); — 1, 7, 8, 12, 13, 15, 21, 24, 30, 32.
- Reprise** : de marche 60; — sans changement de phase 175.
- Répulsion** très légère sur corps tombant 203.
- Résal** 88 (problème : formules).
- Réservoir à air comprimé** 106.
- Résistance** : voy. Air; — choix 207; — voy. Dégagement; — électrique 102, voy. Circuits, 194 bis, 206 (équivalente), 207 (ordre), 254, 266 (supprimée); — grande 164 (relativement), 206 (non inductive); — infinies 254; — minime 164; — modifiées 151; — voy. Projectile; — variable 46 (essentiellement); — variation 136 (augmentée le plus possible), 208 (au contact : influence diminuée).
- Résonance** : application 179 (télégraphie multiplex); — voy. Caisses, Entretien; — expériences 178, 179; — maxima 188; — voy. Système : entretenu; — théorie générale 179; — 118.
- Résonateur au voisinage de l'unisson et variation de fréquence** 180, 210.
- Ressort** : d'accrochage 28; — action 17, 28, 82 (sur piston), 165 (couple), 209; — allongé 87, 89, 222; — antagonistes 148, 162; — armé complètement 48; — d'arrêt 28; — voy. Balancier; — se bandant 109; — bandé 26, 38, 40 (quasi au maximum); de la même manière 48 (moyennement), 109, 110; 104 (complètement ou à fin de course), 158 (plus ou moins), 164 (convenablement), 203; — à boudin 44 (axe vertical), 127 (d'acier à spires jointives), 145, 158; — fil très fin 170 (d'acier), 217; 178 (peu déformable), 219, 231 (très léger); — centre d'inertie 83, 89; — voy. Chronomètres; — de joncteur 205; — constante caractéristique 71; — de contact électrique 103 (isolés), 104, 109, 110 (flexion); — coudé 80; — courbure 83 (variation), 84 (initiale); — cylindriques 77, 81, 87 (découverte de Leroy); — se débandant 28 (et impulsion), 109; — débandé 26; — voy. Déformation; — déformé 89; — demi-cercle 84 (non déformé; déformé); — déplacement 267; — déroulement 82 (et pression); — désarmé 48 (relativement); — détendu complètement 158; — détente 28 (début), 48 (d'un tour); — se développant concentriquement 89; — deux 90, 101; — droit 82 (long, aminci à sa base); — voy. Échappements; — encastré 84; — d'entretien 38, 39 (couples exercés), 112 (fléchi); — extrémités 40 (inférieure), 44 (supérieure : fixe), 83, 84, 267; — fixé 41 (à l'ancre), 83; — flexibles 91, 227 (très); — flexion 27, 38, 39 (variation), 41, 82 (figure), 105, 111, 112 (changeant de sens : retard), 228 (augmentant); — force 95 (variations); — forme 71 (d'équilibre), 82 (quelconque), 88 (connue complètement); — friction 48; — frottant 205 (assurant contact); — gauchissement empêché 91; — voy. Glissement; — gros 210; — homogène 82; — influence 136; — intermédiaire 170 (frott. int.); — léger 113; — de liaison 217 (de deux pendules dans leur plan d'oscill.), 222; — libre 82; — longueur 83, 89; — voy. Montres; — morceau 82 (conditions d'équilibre); — moteur 5, 10 (tension : états extrêmes), 23; couple 26, 40 (gênant échapp.), 136;

- 28, 48, 109 (très faible), 136 (à rejeter), 192 (remplacé par poids); — plan de flexion 82; — plats 75, 80 (coudés : Bréguet); — poussé, de pulsion, 28; — quatre 139 (identiques), 237 (bandes de feuillard); — raccourci 87, 159 (prop. à la force appl.); — de rappel 27 (à lame), 99 (tension) 169; — réaction 170; — rectiligne 84 (homogène : flexion petite); — réglage 101; — réglant 5 (et spiral moteur : montres); — voy. Régulateurs; — restant en place 231; — sans fusée 10; — voy. Spiral; — de suspension 38, 43, 102 (pendule), 139, 240; — tension 10; moyennement constante 109, 110; 159 (convenable), 161; — torsion 38 (obtention, maintien), 97 (modifiée); — de tourne-broche 210 (deux : torsions opposées); — très léger 27, 104, 231; — utilisés 163; — vibrations 28, 176; — 16, 34, 46, 101, 103, 108, 110, 111, 162, 173, 177, 206, 266.
- Retard** : annulé 55; — et avance 81 (compensation); — voy. Azimut : variant; — calcul impossible 119; — changé en avance 71; — voy. Chronomètres : — définition 59; — diminution 6; — diurne 60, 73 (diminué), 96 bis (et augmentation de pression); — dû à la propagation 119; — et échappement 6, 29; — et frottements 93 (augmentant), 96 bis; — aux grands arcs 91, 96 bis, 115, 228; — voy. Horloges; — inégaux 205 (des armatures); — par jour 42 (et degré d'échauff.); — limite 107; — linéaire 62 (presque); — maxima 71; — médiate 95 (épais. de l'huile); — à mesurer 119 (décalage); — non compensé 6; — aux petits arcs 86, 91, 95, 115; — voy. Pression : accroissement; — et poids 10; — produit 92 (inertie du spiral); — relatif 141; — signe 62 (—); — soleil vrai 57 (et S. fictif); — très faible 178; — valeur globale 119 (détermination directe).
- Réveille-matin (Réveil)** : d'alpiniste 2; — américains 44; — arrêt 26; — balancier surchargé 221 bis; — échappement 24; — fourche 25; — mise en marche 26; — oscillations 221 bis (existence : vérification); — régulateur (petit pendule), rouage, 176; — utilisation 51.
- Revue chronométrique** 1, 42, 86, 94.
- Rhéostat** 201.
- Riefler** : échappement 38, 40 (particularité), 42.
- Robin** 46 (remontoir).
- Robinet** 152 (ouverture, fermeture).
- Robinson** 27.
- Rotation** : amusée 107; — voy. Arbre, Axe, Balancier; — brusque 26, 27, 97; — voy. Chronomètres; — continue 52 (entretien par chocs discontinus); — voy. Cylindre; — demi-tour 32 (changement d'azimut); — et déplacement linéaire 182; — empêchée 82; — entrelien par dynamo 266; — exagérée 99 (empêchement rigide); — voy. Excentrique; — grandes 22 (possibles), 41; — inscrite sur plaque fotogr. 173; — inverse 25 (impossible); — lente 72; — voy. Leviers, Masses; — mesure : voy. Poggendorf; — minimum 21; — du mobile 124 (sens et phase); — voy. Mouvements; — et parcours 63; — petite 32, 41; — de piton 84; — rapidité 99; — voy. Réglage; — réglée 143 (par pend. coniq.), 170; — relative 81 (et couple); — voy. Roues; — simultanées 227 (sens); — stabilité 192 (conditions); — synchrones 145 (phase relative); — terrestre 53 (durée), 135 (influence); — voy. Tiges; — uniforme 192; — variable 34.
- Rotor** 194 bis.
- Rouage** : action 34, 48, 108 (sur); — amuseurs 268; — aucun 113; — auxiliaire 106; — avance 3; — axes 140, 176 (tours); — de chronomètre 221 bis (et boltier : mom. d'inert.); — dédoublement 45; — déflant 136; — dernier mobile 32 (disque), 141, 176; — d'échappement 46 (deux mobiles); — indépendant 105; — intermédiaire 143; — irrégularités 32 (et pendule); — voy. Métronome; — de montre 49 (rôle); — moteur 46 (volant), 48; — du mouvement 5 (force); — mù par dynamo, ne s'arrête pas, 268; — particuliers 242; — rapide 108; — recul 3, 10 (perceptible); — régulation 176 (diapason, lame vibr.); — remontant : marteau 28, poids 46; — voy. Réveille-matin; — série 45; — spécial 107; — subsistant 109; — volume diminué 49; — 1, 2, 31, 36, 170, 192.
- Roues** : d'angle 5, 165 (trois); — des arrêts 36; — calage relatif 100; — voy. Cames; — à caractères radiaux 145 (vingt-huit); — de centre 10 (recul), 72 (et cage); — de champ engrenant sur pignon, coniques, 5; — voy. Coucou; — de décrochement 105; — dédoublee 38; — dentées 28, 107 (trois : égales), 108 (glissant sur arbre), 110, 176 (épaisse), 181, 206; — dernière du rouage 31; — deux 100 (parallèles), 181 (accolées); — d'échappement 10 (pointes, recul), 12, 13; axe 15, 47 (frottements), 48 (entaillé), 72, 101 (et étoile, came), 108; 15 (doublee), 18, 21, 22 (rôle), voy. Dents, 23, 25, 27 (déclenchement, 29 (mom. d'inert.), 30 (remplacement par disque), 34, 36 (dédoublee), 37 (pression sur l'incliné); dégagement 38, 43; 40 (et pignon), 41, 43 (goupilles); couple 45 (agissant), 109; et minuterie 40, 47; 48 (tour), 52 (action

sur l'incliné), 109 (rotation), 136 (à chevilles radiales), 176 (dents, tour), 229 (oscillant), 242, 268 (réduite à une dent); — d'engrenage 28, 192 (en fonte douce); — fixe 72; — de l'heure 113; — voy. Incliné; — inertie 4 (importance au moment du choc); — irrégularités 5; — en laiton 4; — menant balancier 29; — montée folle 47, 165; — du mouvement 72; — percée de fentes 194; — phonique 189; et applications 192,..., 194 bis; — et pignons 10, 73, 103, 108, 136 (multiplication moyenne), 158; — quatre 16 (même axe); — voy. Recul; — remplacée par 2 lames dentées parallèles 3; — de rencontre 1, 3, 4 (et couple constant), 5 (et balancier), 6, 18, 20 (emploi : horloges et montres); — à rochet 50, 99, 101, 103, 108; montée folle 109 (rotation), 110; 113, 115, 236; — rotation 16 (libre), 24 (angle : répartitions), 28, 100 (inégales); — de seconde 10 (recul); — solidaires 41; — et spiral 4 (association); — tours 170 (durée), 193 (nombre); — des types 145; — voy. Vitesse : angulaire; — vitesse initiale 22 (nulle); — 170.

Rouleau 23 (très dur), 30 (en pierre dure).

Roulette dentée 183.

Roulis : voy. Marche.

Ruban mince d'acier 42.

Rubis 28, 70, 73.

Rythme 264.

S

Sabine 207.

Sabliers 2.

Saphir 101.

Sarda : voy. Bouasse.

Satellite 141.

Saunier : *Traité d'Horlogerie* 20, 21.

Sauts : 1, voy. Chronomètres, 27 (échapp. à détente), 97 (extraordinaires).

Savart : expériences (pend. sympath.) 237, 239, 240 (résultats); — stroboscopie 183.

Schweizer 110 (remontoir).

Searle : voy. Thomson (J.-J.).

Secondes : commencement 123; — demi 113 (marques : appar. enregistr.) : — égales 48 (horlog. astr.); — égalité 63 (précision); — enregistrement 181 (portatif); — fractions connues 142 (réalisation : pend. coniq.); — sidérale 55; — de temps moyen 54, 55.

Secousses 18 (évitres), 27 (influence), 242 (éprouvées).

Seismes 146 (mouv. du sol).

Seismologie 146.

Self : induction 118, 178 (augmentée); — de réglage 120; — rôle, très petite

(formule approchée), 207 : — 206, 208, 233.

Serge 94.

Séries : des bruits 121 (régulière : équidistance); — équidistantes décalées 119 (battements et signaux).

Serville 136 (mouv. de rot. régulier).

Siemens 165 (régulateur différentiel).

Signaux : d'avertissement 119; — chronographiques 194 (emploi de la roue phonique); — comparaison (Norddeich et Paris), consécutifs, dernier (heures), 121; — deuxième 119; — enregistrés 181 (600 à la seconde); — envoi 119; — horaires 123; — lisibles facilement 181; — lumineux 142 (périodiques), 194 (chronographiques); — Morse 118 (points, traits); — premier 119, 121 (heures); — préparatoires 123; — production (par l'Observatoire de Paris : nuit, jour), radio-télégraphique, séries, 119; — successifs 123 (intervalles); — troisième 119.

Siphon recorder 117.

Sirène 193 (emploi; son).

Sismographes 146,..., 149.

Sismologie 146, 149.

Smith (Archibald) 221 bis.

Soleil : centre 57; — fictif 54, 57 (déplacement uniforme sur l'équateur); — hauteur 2 (détermination); — et méridien 54 (passages consécutifs); — moyen 54, 56 (emploi); — voy. Plan : horaire; — position 57 (temps moyen : marins); — réel 54, 57 (inégalités); — rôle chronométrique 61; — trois 54.

Solénoïdes 114 (deux).

Somme : algébrique (nulle par définition), arithmétique ou numérique (limite supérieure), 60; — des écarts en valeur absolue 60, 62.

Son : baissant d'une octave 200; — fondamental 247; — voy. Fréquence; — grave 181, 243 (très); — hauteur 193 (mesure); — variation 227, 265 (périodique); — modifié 180; — monotone sans ampleur 265; — musical 120; — non agissant 117; — partiels 177 (évités), 178 (pas harmoniques); — perceptible 174, 184 (difficilement); — de plus forte résonance, propre, 180; — pureté 263; — réception 179; — rendu 176 (hauteur : mesure), 177; (fréquence); — renforcement notable 180; — résultant 227; — simple 178, 193 (stable); — d'un tuyau 178; — unisson 243.

Sonneries : d'appartement 177 (battant : rôle; — appareils comparables); — classification 260; — déclenchement 106; — normale, à trois coups, 264; — 48, 107.

Sonneur 259.

Sonomètre 248.

Soufflerie 118.

Soufflet gonflé 106 (toutes les minutes).

Soupape 120 (rôle), 169.

Sphères : centre d'inertie 123; — creusée d'un canal diamétral cylindr. 147; — de dégagement 32; — doux 154, 158; — entraînées 158; — d'entretien 32; — lourde 124 (laiton et plomb); — métallique 124, 205; — de pendule conique 138; — pesante 139, 205 (très); — pesantier n'intervenant pas 153; — position variable 145; — rayon 124 (grand); — remplacée par ellipsoïde de révolution 150; — vibrante 200 (dans liquide : à étudier); — 152, 226.

Spiral : absence 5; — action 5, 6 (accélératrice); — adjonction 5, 227; — affaiblissement par échauffement 95 (compensation); — agrandi 92; — aimantation 73; — allongement 85; — d'Andrade 90; — anisochronisme 91; — bandé 40 (quasi au maximum); — centre d'inertie 71; position 75 (coordonnées), 77, 80; 83; — voy. Chronomètres; — coupé 90, 91 (et force centrifuge); — couple 40; — à courbes théoriques 82 (expérience); — cylindrique 40, 77 (complet), 78, 80 (utilisation), 81 (développement concentrique), 85 (très long : nécessité), 88 (donné), 89 (assez long), 90 (coupé), 92; — déformation : couple 22, 26, 81; — développement 71 (pas concentrique); concentrique 81, 92; 104 (très excentrique); — élasticité 71, 82 (influence); — élément 81 (flexion), 92 (successifs); — encastré 82; — enlevé 52; — s'enroulant 82 (et pignon); — enroulement 89; — voy. Expériences; — extrémités : fixation 24, 25, 70, 92; 85 (courbes tatées), 88; — force vive 92; — forme : d'équilibre 26 (passage), 92; 88 (prise); — frottement 22 (intérieur); — homogène 81 (déformé : couple produit), 85; — inertie 91, 92 (influence), 96 bis (augmentée : humidité); — isochrone 91 (obtention); — voy. Isochronisme, Leroy; — longueur 70 (utile), 81 (totale), 85 (grande; modifiée et marche), 88, 92; — mince 48; — modification séculaire 95; — moteur 5 (et ressort réglant : montres), 109; — oscillations 22 (comptées); — oxydation 65 (lente), 95 (variation de masse); — et pendule 19 (oscillations); — période 27; — plat 104 (sans courbes term.); — point 92 (vitesse); — quelconque 81, 82 (obtention de l'isochronisme); — raccourcissement 85; — rectiligne 20 (ou ondulé); — réglant : échappements Ch. II (19, —, 20); 20 (invention); — régulateur 5, 26, 61 (forme changée), 70; — et roue de rencontre 4 (association); — supplémentaire 93; — tension 109; — torsion 40 (petit excès); — trop faible 26; — utilisé 110,

Spirale : d'Archimède 80, 82, 185 bis; — circulaire 124 (ou elliptique); — voy. Fils.

Statuette 50.

Stokes 224 (paradoxe).

Strasser : échappement 38, 42, 112 (application de l'électricité).

Stroboscopie : période 51, 183 (mesure).

Style : sur diapason 142, 181; ou lame 183, 205; — léger (de roseau), mù par grosse montre, 181; — de sismographe 146.

Substitutions linéaires consécutives 213.

Support : amplitude considérable 224; — branlement 236; — déplacement 238, 240 (nature), 242; — voy. Electro; — entraînement 213, 236 (problème : généralisation), 238; — d'horloge 242; — intervention 243; — invariables 244; — voy. Mouvements; — oscillant : voy. Métronome; — de pendule 224 (cédant); — planche 227; — rigidité 243; — voy. Systèmes; — vibrations 227.

Surcharges : cire molle 184; — voy. Diapason : surchargé, Dissymétrie; — égales (variables), emploi, 197; — active 200; — voy. Fréquence; — inerte 178 (rôle); — inutile 259 (des tourillons); — invariables (mobiles), masse, 197; — mobiles 171 (deux); — du mouton 259; — petite 179; — production 200; — rigides continuellement variables 197.

Suspension : à couteaux 139; — à la Cardan 130, 139, 148; — dissymétrie 135; — par double cordon 5; — élastique 127 (et isochronisme); — voy. Fils; — à quatre ressorts, modes (pend. coniq.), 139; — voy. Pendule, Points, Ressort, — trifilaire 147.

Symétrie 171 (forme, avantage, réalisation), 210 (réalisée), 258 (lancement).

Synchronisation : cause 224; — impossible 237, 254 (incorrect); — voy. Métronome; — obtention 226; — parfaite 260 (entre battant et cloche); — voy. Pendule; — possible 235, 254; — provenance 235.

Synchronisme : absolu 166 (obtention); — amené 226; — cessant 170; — établi 245; — possible 192.

Syntonisisation approximative 181.

Systèmes : amélioration 20; — apériodique 148 (presque); — auxiliaire des contacts 105; — voy. Bréguet; — centre de gravité 49, 77, 157; — voy. Collin-Wagner; — complexe 211 (caractérisé par un certain nombre de libertés : mouvement), 257 (émettant radiations); — de comptage du temps 54 (pratiquement); — compteur 5 (et pendule), 268; — configuration initiale, connaissance complète, 211; — conservatifs d'énergie

212, ..., 216; — cylindre-levier 10; — cylindrique 77; — dangereux 108; — déformation 156; — deux 148 (de tiges), 226 (oscill.), 254 (actions mutuelles); — à deux libertés Ch. xiii (211, —, 216; 217, —, 233); — diapason-caisse 180; — et échappement 6 (période); — échappement-spiral-balancier 93 (anisochrone à tempér. const.); — empêchant renversement 25; — voy. Énergie: variation; — entretenu 230 (fréquence et amortiss.: altération par résonance); — en équilibre 79 (instable), 82, 84, 224 (stable); — isochrone 91, 93; — lancement, de liaison, 227; — marqueur 204; — masse 238 (équivalent); — mécanique 93 (nature); — miroir-lentille 173; — moment d'inertie 71, 154, 192 (augmenté), 226 (différence considérable); — mouvement 223 (dans un plan vertical), 230 (petite altération); — multiplex : voy. Mercadier; — nombre 107; — oscillant 3 (inertie et période du mouv. oscill.), 28, 91 (isochrone : obtention), 118, 213 (parties : analogies), 215 (enlèvement d'une ou plusieurs libertés), 217 (étude), 228 (périodes); durée d'oscill. 227, 237 (relativement courte); 246 (vibrat. princ.); — perfectionné (?) 72; — perturbé 230; — voy. Plans : rectang.; — à plusieurs libertés Ch. xiv (234, —, 257); — pneumatique 106 (distr. de l'heure); — portatif 5; — de précision 101; — principal 252 (vibrations : phases); — propriétés mécaniques 94 (définies); — à quatre degrés de liberté 257; — réglant 4 (pendule); — régulateur 45 (variations; isolé; et mécanisme général); — stroboscopique dans lunette 51; — support 238 (oscillations); — de suspension 38 (pendule); — voy. Télégraphie, — tournant 158; — à trois libertés : voy. Pendules sympathiques; — vibrant 213 (constitution), 227 (en entier d'une manière synchrone); — de vis à pas différents 38.

T

Tables : de conversion des lignes et douzièmes de ligne en millimètres et réciproquement : entre 257 et App. I; — d'équation 57; — des intégrales elliptiques complètes : entre 257 et App. I.

Tachymètres 163.

Talon 21, 171, 172 (très lourd : nécessité), 174.

Tampon 140, 158, 193 (mobile), 205 (de caoutchouc).

Tangage : voy. Marche.

Taylor 247.

Télégraphes : Baudot 145; — à cadran

15 (échappements); — Hughes 145; — inscripteurs 151; — multiplex 179.

Télégraphie : multiplex Mercadier 175, 179; — sans fil : voy. T. S. F.

Téléphone : bruissement 120; — circuit 122; — coup (bruit) sec 118, 120, 122 (intensité); — deux 188 (diaphragmes avec miroirs); — fil, membrane (oscillation), 120; — roulement 118, 120.

Température : ambiante 62, 191; — voy.

Amortissement; — changement et variation brusque de pression 96; — voy. Compensation; — connaissance 59 (de toutes); — constante 60 (étuve), 62, 63, 95, 96, 191; — correction 69 (exactitude); — voy. Diapasons; — différentes 60 (passage : réglage non altéré); — effets 42, 45 (sur huiles), 59 (et marche), 95 (s'ajoutant), 138 (pendule); — voy. Fréquence; — et huiles 93 (variation de fluidité); — influence sur la période, invariable (connue), et lame vibrante, 191; — voy. Lois, Marche, Module; — moyenne 59 (connue : insuffisante), 60 (écarts), 66 (armoire des chronomètres : déterminée avec précision), 68 (insuffisante), 69 (de jour en jour); — de réglage 67; — voy. Temps; — variations 62 (évitées : chron. de mar.), 67 (importance), 95 (sans effet).

Temps : et aires balayées 124; — d'arrêt 189 (image; — bouché, clair, 68; — connu 66 (approximation suffisante); — constant 203; — définition 53, ..., 57; — voy. Déplacements; — détermination 179, 207; — différence connue 209 (variable); — voy. Durées, Échelles; — écoulé 73 (augmentant), 206 (calculable); — d'émission 110 (erreurs); — voy. Erreurs; — évaluation 207; — fixé 2 (détermination); — et huiles 45 (épaississement); — intervalles 108, 142 (connu); très petits (mesure) Ch. xii (202, —, 210); — invariable 142 (par tour), 144 (pratiquement); — légal 56 (origine); — voy. Marche; — mesure 1, 5, 57 (notions fondamentales); Ch. xii (202, —, 210); — modifiable 206; — moyen 35, 54 (seconde; origine arbitraire); détermination 55, 57 (marins : point); 59 (de Paris : heure actuelle); — obtention 205; — parties 267 (deux); — de passage 5 (étoiles dans cercle horaire); — perdu 24 (diminué), 131; — de pose 202 (détermination); — réduction en degrés 57; — repérage sur sinusoides 182; — sidéral 53 (définition), 54 (instant donné et lieu donné), 55 (détermination); — et température 67; — unité 53 (utilisée : jour sidéral; — de compte : jour moyen); — variation 210, 246; — vrai 54, 57.

- Tension** : composantes utiles 249; — voy. Fils; — modifiée 175; — voy. Ressort, Spiral; — variable 249.
- Terre** : rencontrée 73; — rotation 53 (sens direct); — tremblements 146.
- Tête** 175.
- Théorèmes** : aires 130, 150; — Coriolis 128; — Descartes 154; — forces vives 130, 147, 251; — Fourier 247.
- Théories** : classiques 200 (mouv. d'un liq. voisin d'un oscillateur); — de l'Elasticité 195, 197; — élastique Ch. x (diapasons, lames flexibles); — électromagnétique de la Lumière 257; — voy. Entretien; — incomplète 1; — instructive 249; — voy. Lagrange, Résonance; — 124.
- Thomson (J. J.) et Searle** 185 (détermination du nombre v).
- Thomson (S.)** 177 (entretien réciproque).
- Thury** 166 (horloge électrique).
- Tiges** : d'acier 203, 261; — à angle droit 148; — articulées 147, 152, 157, 158; — de bois 175 (dur et sec), 236; — croisées 156; — cylindrique 145 (encastrée à un bout), 204 (tombant en chute libre); — deux 43 (suspendues par ressorts), 172 (effets), 210 (identiques); — voy. Diapasons; — disposition 264; — d'enregistrement 147 (montées à la Cardan); — enroulée 145 (partiellement); — fil 139; — fletées 157; — voy. Fourchette; — frappée 243; — horizontale 125, 147 (articulée); — inférieures 153; — de laiton 204; — légère 138 (relativement); — libre 82; — longues 45 (nécessaires), 82 (verticale), 224 (maintenue en oscill.); — masse négligée 152; — voy. Métronome; — mouvements 173 (alternatifs); — oscillante 266; — voy. Pendule; — percées, prismatiques peu flexibles en acier fondu, 171; — rigide 130, 145 (chargée d'un poids : oscill.); — rotation 82 (et couple); — saillies 175 (tête, hausse); — en sapin 138 (sec, verni), 236; — transversale 91; — verticale 50 (cachée), 82 (équilibrée), 194 bis, 203 (maintien), 243 (élastique); — 100, 113, 128, 136, 147, 149, 159, 170, 171, 173, 177, 209.
- Timbre** 16.
- Tintement** 265.
- Tirage** : carré 3 (produit par poids); — création 30; — existence 40; — voy. Période; — supplémentaire 104.
- Tirer** 3 (sens : faire).
- Tiroir équilibré** 106 (cylindrique).
- Tocs** 16 (intensité augmentée).
- Tomlinson** 245.
- Torsion** : voy. Constantes, Module, Oscillateurs; — en radians 221 (de l'unité de long. du fil : passage au couple); — voy. Spiral, Travail.
- Tourbillon** 1, 72, 265.
- Tournebroche du commerce** 170, 192.
- Tours** : voy. Compteurs; — durée 204, 259 (très longue), 261; — d'écrou 236; — Eiffel 5 (période à déterminer); T. S. F. 118, 119, 121; — enregistrés 268; — à fileter 181 (outil); — nombre 193, 266; — voy. Roues.
- Train** : demultiplicateur 106; — différentiel 141, 165; — d'engrenages 99, 170, 192; — d'ondes 118 (amortissement); effets 120, 122 (unique émis : bruit très sec); — redresseur : voy. Lunette terrestre; — satellite 141.
- Trainée lumineuse** 63, 202.
- Traité d'Horlogerie** : 1 (Berthoud, Charles Gros), 3 (Moinet); Saunier 20, 21; 22 (considérations ridicules), 59 (discussion plaisante).
- Traits** : blancs sur fond noir 183, 194; — deux 181, 194 (consécutifs); — discontinus 182 (sinusoïde); — écartement 183; — enregistré 182 (longueur); — épais 194; — équidistants 173, 183; — espacement 204 (et temps); — fin 181, 185 bis, 204 (horizontal); — à la gouache, images horizontales, immobiles, 183; — interrompu 182; — longueur périodiquement variable 183; — lumineux 118, 183 (parallèles défilant successivement); — noirs 194 (sur fond blanc), 202, 210; — réalisation 179; — de scie 142; — série 204 (dist. en progr. arith.); — signaux 123.
- Trajectoire** : alternative du battant 262; — du centre de gravité 134 (projetée sur plan horiz.); — circulaire 125 (imposée, maintenue), 128 (horizontale : impossible); — déterminée complètement 262; — donnée à l'avance 74 (point terminal); — ellipse 153; — pendule conique 131 (propriétés générales), 133 (forme), 135 (étude), 138 (quasi circulaire); — tracée 124 (sur sable, poudre légère, glace enfumée), 135 (sur papier); — voisine d'un parallèle 133 (pend. coniq.).
- Transformateur** : ordinaire 118 (emploi : inconvenient); — petit 192; — primaire 117, 122, 177, 179, 192; — secondaire 117, 122, 179, 192.
- Transformation moléculaire séculaire** 65 (probable).
- Translation** 82 (possible, sans rotation).
- Transmission** : par air comprimé 98; — par l'électricité 98, 101; — de l'heure 101, 123 (amélioration); — par roues d'angle 165.
- Travail** : absorbé 16, 49 (par frott.), 164 (max.); — dépensé 34 (nul); — disponible 236 (évaluation); — à effectuer 268; — emprunté aux poids moteurs 13; — d'entretien 19; — des forces 220 (dues

à aimant), 222, 223, 230 (forme); — à fournir par rouage 49; — minime à effectuer 192; — moteur 111 (récupéré), 164; — nécessaire 22, 107 (remise à l'heure), 197; — négatif 4; — nul 4, 34 128; — perdu : nuisible (chute) 3, 22; 48 (négligeable); — petit 192 (à fournir ou à absorber); — positif 4; — réduction au minimum 136; — résistant 111, 164; — somme nulle 194 bis; — pour torsion 221; — utilisé 48 (fraction); — variation brusque 192; — virtuel 152 (principe).

Trépied à vis calantes 124.

Treuil 236 (petit).

Triplet 257.

Trotteuse 99.

Trou : axial 206; — cylindrique 248 (dans bois); — diamètre 51; — dans écran 182; — d'épingle 186 (image); — dans papier 143; — petit 232 (fortement éclairé); — taraudés 187; — utilisés 361; — 63, 158, 189.

T. S. F. : distribution de l'heure Ch. vii (118.—, 123); — et emploi des chronomètres 67, 68.

Tube : d'acier 210 (horizontal); — bout 120, 180 (fermé); — voy. Caoutchouc; — capillaire 204; — creux 199, 266, 267; — de cuivre rouge 116; — lâcher 210; — de lunette 51 (petites dimensions); — résonateur 180; — de verre 199.

Turbine 194 bis (petite : à mercure).

Tuyaux : distributeurs 106 (principaux, secondaires); — longueur variable, d'orgue, 193.

Tycho-Brahé 5.

(U), V

v 185 (détermination).

Variables principales 220, 234.

Variation : voy. Amortissement, Amplitude, Ascension droite; — brusque 96 (de pression); — de configuration 216; — voy. Constantes, Couple; — courbure 77, 83, 84; — voy. Décalage; — différentes 96 (en grandeur et en signe); — voy. Énergie, États, Fréquence, Frottements; — grandes 63 (et plus petites); — d'intensité 265 (rapides); — voy. Intervalles; — linéaire 67; — voy. Lois, Marche, Masses, Module, Moment d'inertie; — moyennes 63; — du nombre des libertés 215; — obtention 107 (facile); — voy. Période; — du plateau pendu 60; — voy. Poids, Pression, Résistance, Son : hauteur, Température, Temps, Travail, Vent, Vitesse.

Vase : cylindrique 171 (plein de mercure); — niveau 2 (constant), 171 (variable); — soulevé 231 (plein d'huile).

Vent : action 45 (puissance, résistance), 48 (frott. suppl.); — azimut 45 (variation fréquente); — relatif 118 (création).

Ventilateur : petit 164 (rotatif à force centrifuge), 194 bis (réglable); 192 (moteur).

Verges : cylindriques : vibrations (théorie) 195.—, 201; — encastree 195 (à un bout), 199 (solidement); — flexion 199; — métallique 228 (électricité : action); — oscillations 189 (dans plan horiz.); — non surchargée 196 (cas ordinaire); — voy. Poids; — rigides 243 (implantées); — de section rectangulaire 195, 197; — surchargée à l'extrémité 197 (caléidophone), 199 (en tenant compte de la pesanteur); — verticale 240 (longue, avec traverse horiz.); — vibrante 201 (et électro); — 20.

Vérité 32 (échappement à force constante), 236 (expériences).

Verre 63 (baguette éclairée), 221 bis (de chronomètre : horizontal).

Vibrateurs 188 (deux entretenus sans diff. respective de phase).

Vibrations : amorties 236 (par frottements); — amplitudes 181, 189 (détermination précise difficile), 228, 233 (rapport), 252; — voy. Arc; — composition et applications Ch. xi (186.—, 201); — deux 227 (coexistence); — voy. Diapasons, Électrons; — entretenues 230; — entretien 178; — grandes 87; — induites 218 (petites); — isochrones 87; — lame 170; — voy. Lois; — et métaux 95; — modes 211 (stables; caractéristiques), 213 (principal); — monochromatique 257 (initiale : transformation); — nombre connu 194; — non amorties 257; — permanentes 211; — petites 87, 214, 244 (infliniment : balance paresseuse); — phases 213, 252; — planes 142; — voy. Plans, Plaques; — principales : périodes 135, 142, 217, 224, 238; 211 (recherche), 213 (amplitudes, phases, superposition), 214 (infliniet de systèmes), 218, 220, 222, 223, 226, 227 (interférences), 232, 234, 235, 236 (entretenu par les échapp.—, 238 (subsistant), 243, 245 (fréquence), 246, 252 (amortissement), 257; — propagation sans déformation 211 (*en note*); — rectangulaires 249; — rectiligne 232; — voy. Ressort; — sinusoidale 194 (preuve); — du sol 146; — des sources lu mineuses 257; — subsistante 236; — voy. Support; — par sympathie 199, 236; — de torsion 147 (supprimées); — voy. Verges : cylindr.; — verticale 172.

Vibroscope : voy. Lissajous.

Villarceau 69 (formule), 86, 157 (régulateur).

Violoncelle de forme prismatique 248.

Virole : azimut 26; — voy. Balancier; — chaussée à frott. sur l'axe 70; — points d'attache 87, 89; — pression annulée 85; — rotation 83, 84, 88; — 24, 25, 40, 77, 80, 82, 90.

Vis : de butée 111 (réglage); — calantes 124, 199; — deux 172; — de fer 175; — fileté 267; — à filets inverses 42; — horizontale 63; — en laiton 261; — micro-métrique 171, 178, 209; — pointes 41, 102, 111; — de pression 161; — de réglage 61 (déplacement), 101, 158, 177; — sans fin 170, 192; — série 110; — de serrage 171; — à tête divisée 173; — verticale 206; — 117, 123, 181.

Vision possible un instant 51 (toutes les demi-secondes).

Vitesse : actuelle 254; — angulaire 3 (moyenne : roue de rencontre), 27 (suffisante); la même 49, 140, 194; 91 (maxima; nulle), 125, 126; constante 128, 204; donnée 136, 164; 140 (augmentant), 141 (modifiée), 152 (uniforme), 154, 156 (actuelle), 158 (réglée), 161 (et équilibre), 163 (d'un arbre), 164 (en radians), 165, 167 (diminution réalisée), 168, 182, 183 (invariable), 185 (constance : vérification); mesure 193, 204; 194 (connue), 204 (grande), 209 (détermination); — voy. Appareils; — augmentation progressive 161; — voy. Balancier, Battant; — caractéristique 157 (changement); — voy. Choc; — connue 183 (en valeur absolue), 202 (suffisante); — croissante 6 (et énergie), 153, 156, 170 (d'une manière continue); — voy. Cylindre; — décroissante 153; — détermination 185 bis; — deux 189 (à comparer); — diminution 166 (tendance); par choc 262, 263; — d'équilibre 155; — voy. Ébranlement, Écran; — égalisation 167; — voy. Frottements; — généralisées 250, 252 (à coeff. constants); — hori-

zontale 131; — initiale 124, 247; — invariable 209 (sûrement); — d'isochronisme 155 (variation); — limitée 158, 169; — linéaire 140 (croissant), 164 (carré), 183, 209; — de machine 151 (constance maintenue); — la même 210 (toujours : obtention); — mesure 163, 194; — modifiée 158; — moyenne 266 (demandée); — notables 164; — voy. Oscillateurs, Plaques, Projectile; — de propagation (perturbation électromagn.) 118, 119; — quasi 210 (uniforme), 261 (constante); — quelconque 247; — rectangulaires 130 (résultante); — réduction automatique 152; — de régime 154, 156 (augmentation), 164, 167, 267 (moyenne); — voy. Régulateur; — de rotation 6 (à peu près constante), 182 (diminuée beaucoup); — simultanées 254; — uniforme 49, 134, 183; — valeur 164 (voulue), 194 bis (moyenne); — variation 136, 153 (donnée), 155, 167 (tendance), 168, 262 (résultant du choc); périodique 266 (tolérée), 268; — virtuelles : voy. Principe.

Volant 25, 46, 48, 101, 103 (nez), 107 (léger), 154 (inertie suffisante), 167, 170, 261.

Volets 142 (petits).

Voltamètre à électrodes très inégales 120.

W, (X), Y, Z

Watt : Régulateur 130 et 154 (oscillations), 152 (description; conditions d'équilibre), 153 (formule complétée; modification), 156 (mode d'action précisé), 167.

Westminster 48 (horloge).

Wheatstone : voy. Pont.

Wiechert 148 (pendule).

Young : voy. Module.

Zeemann 257 (phénomène).

TABLE DES CHAPITRES DES DEUX VOLUMES

TOME I

	Pages.
PRÉFACE. — Du Professeur idéal	v
CHAPITRE I. — <i>Attraction proportionnelle à la distance</i>	1
— II. — <i>Pendule circulaire</i>	31
Lois des oscillations	31
Changement d'axe de rotation. Réactions sur l'axe.	53
Appareils divers	78
— III. — <i>Modes de suspension du pendule circulaire</i>	99
Suspensions à pivots et à couteaux	99
Suspensions à fil et à ressorts	111
Entraînement du support. Glissement du couteau	119
— IV. — <i>Mesure de g</i>	124
Détermination de la période.	126
Mesure de g	139
Rôle du milieu ambiant.	156
Mesures relatives de g	163
— V. — <i>Généralité des phénomènes oscillatoires</i>	171
Mesure des couples et des moments d'inertie	171
Oscillations dissymétriques	191
— VI. — <i>Ressorts</i>	198
Ressorts spiraux	198
Obtention de l'isochronisme du pendule.	216
— VII. — <i>Compensation des Pendules et des Balanciers pour la Température</i>	228
Compensation des Pendules.	228
Compensation des systèmes Balancier-Spiral.	246
— VIII. — <i>Amortissement et Entretien des Mouvements oscillatoires</i>	262
Frottements	262
Entretien d'une oscillation par déplacement de la position d'équilibre ou du centre d'inertie	280
Impulsions	292
Théorie de la Sonnerie électrique	304
— IX. — <i>Vibrations forcées (Impulsions continues)</i>	311
Force imposée sinusoïdale non amortie	317
Action simultanée de plusieurs forces périodiques	342
Transmission non instantanée de la force périodique.	355
Force imposée sinusoïdale amortie.	360
— X. — <i>Vibrations forcées (Impulsions discontinues)</i>	364
Synchronisation des Horloges.	364
— XI. — <i>Moteurs d'Horlogerie</i>	384
Poids	384
Ressort spiral	393
— XII. — <i>Rouages</i>	414
Rouages divers.	442

TOME II

	Pages.
PRÉFACE. — Des Savants	v
CHAPITRE I. — Échappements d'Horloges	1
— II. — Échappements pour Spiral réglant	44
— III. — Mécanismes divers	68
Échappements à force constante	70
Échappements à entretien par ressort	79
Remontoirs d'égalité	92
Appareils divers	98
— IV. — Marche des Chronomètres	103
Définition du temps	103
Marche des chronomètres	111
Emploi des chronomètres à la mer et dans les explorations	127
— V. — Réglage des Chronomètres	135
Effets de la pesanteur et du magnétisme	136
Isochronisme par les courbes terminales	143
Isochronisme par la méthode de Leroy	170
Isochronisme dynamique	175
— VI. — Distribution de l'Heure	186
Compteurs	186
Remise à l'heure	199
Horlogerie électrique proprement dite	202
— VII. — Distribution de l'heure par Télégraphie sans fil	214
— VIII. — Pendule conique. Applications	225
Utilisation du pendule conique comme régulateur	244
Sismographes	257
— IX. — Régulateurs	263
— X. — Diapasons. Lames flexibles	300
Mesure de la Période	317
— XI. — Composition des Vibrations et Applications	332
Roue phonique et Applications	343
Théorie des vibrations des verges cylindriques	350
— XII. — Mesure de très petits intervalles de temps	359
Emploi d'un corps tombant en chute plus ou moins libre	359
Galvanomètre balistique	367
— XIII. — Systèmes à deux libertés	376
Systèmes conservatifs d'énergie	377
Systèmes à deux libertés	384
— XIV. — Systèmes à plusieurs libertés	418
Systèmes à trois libertés (Pendules sympathiques)	418
Théorie des cordes vibrantes de Lagrange	442
Dissipation de l'énergie	450
Forces gyroscopiques	457
Table des Intégrales elliptiques complètes	461
Conversion des lignes et douzièmes de ligne en millimètres et des millimètres en lignes et douzièmes de ligne	462
APPENDICE I. — Mécanique des Cloches	463
— II. — Échappement de L. Kelvin	477



